

Список литературы

- 1 Методология системного анализа в задачах оценки, формирования и управления динамическим состоянием технологических и транспортных машин / С. В. Елисеев, А. В. Елисеев, Р. С. Большаков, А. П. Хоменко. – Новосибирск : Наука, 2021. – 679 с. – ISBN 978-5-02-041463-1. – EDN KGATIU.
- 2 Концепция обратной связи в динамике механических систем и динамическое гашение колебаний / С. В. Елисеев, А. Н. Трофимов, Р. С. Большаков, А. А. Савченко // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н. Э. Баумана. – 2012. – № 5. – С. 25. – DOI: 10.7463/0512.0378353. – EDN PGRQDH.
- 3 **Елисеев, С. В.** Особенности построения компактов упругих элементов в механических колебательных системах. Взаимодействия с элементами систем и формы соединения / С. В. Елисеев, С. В. Ковыршин, Р. С. Большаков // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2012. – № 4 (36). – С. 61–70. – EDN PJKJWT.
- 4 **Каргапольцев, С. К.** Современные технологии диагностики остаточных напряжений / С. К. Каргапольцев, А. К. Мозалевская // Системы. Методы. Технологии. – 2024. – № 3 (63). – С. 15–25. – DOI: 10.18324/2077-5415-2024-3-15-25. – EDN DQXVFO.
- 5 Патент № 2689901 С2 Российская Федерация, МПК F16F 15/02, F16F 7/10. Устройство управления вибрационным полем технологической машины : № 2017140746 : заявл. 22.11.2017 : опубл. 29.05.2019 / С. В. Елисеев, Р. С. Большаков, А. В. Елисеев [и др.] ; заявитель Иркутский государственный университет путей сообщения (ФГБОУ ВО ИРГУПС). – EDN KTQODK.
- 6 Возможности интеграции методов теории цепей и теории автоматического управления в задачах динамики машин / С. В. Елисеев, А. О. Московских, Р. С. Большаков, А. А. Савченко // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2012. – № 6. – С. 19. – DOI: 10.7463/0612.0378699. – EDN PGXZJL.
- 7 **Ковригина, И. В.** Влияние на безопасность движения качества ремонта вагонов / И. В. Ковригина, Е. А. Рожкова // Образование – наука – производство : материалы III Всерос. науч.-практ. конф., Чита, 20 декабря 2019 г. Т. 1. – Чита : Забайкальский ин-т ж.-д. трансп. – филиал Иркутского ун-та путей сообщения, 2019. – С. 36–39. – EDN TFIIFT.
- 8 **Ковригина, И. В.** Определение межремонтного ресурса грузового вагона / И. В. Ковригина // Наука и образование транспорту. – 2017. – № 1. – С. 45–48. – EDN YMHR YQ.
- 9 **Ермошенко, Ю. В.** Обобщенные динамические связи, их формы и особенности взаимодействия с объектами вибрационной защиты / Ю. В. Ермошенко, И. В. Фомина, А. Н. Трофимов // Известия Юго-Западного государственного университета. – 2011. – № 1 (34). – С. 28–37. – EDN NXLTFD.

УДК 539.3

ДЕФОРМИРОВАНИЕ ТРЕХСЛОЙНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ В ТЕМПЕРАТУРНОМ ПОЛЕ

А. Г. КОЗЕЛ, Э. И. СТАРОВОЙТОВ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Конструктивные слоистые элементы широко применяются с середины прошлого века в транспортном машиностроении, аэрокосмическом комплексе и строительстве. Исследование их деформирования в температурном поле является одной из наиболее актуальных проблем в настоящее время. Созданию соответствующих математических моделей посвящен ряд публикаций. В монографиях [1–6] рассмотрены подходы к построению расчетных моделей трехслойных и многослойных элементов конструкций, учету воздействия различных физико-механических полей. В статьях [7–12] рассмотрены свободные колебания и нестационарные нагружения тонкостенных элементов конструкций, включая цилиндрические оболочки. Работы [13–20] посвящены исследованию напряженно-деформированного состояния трехслойных стержней и пластин при квазистатических нагрузках.

Рассматривается замкнутая круговая трехслойная цилиндрическая оболочка средней толщины. Для тонких несущих слоев принимаются гипотезы Кирхгофа – Лява, для жесткого заполнителя используются точные соотношения теории упругости с линейной аппроксимацией перемещений точек от поперечной координаты.

Перемещения в слоях выражаются через шесть неизвестных функций: $u_{\alpha}^k(x_{\beta}, t)$, $w^k(x_{\beta}, t)$ – тангенциальные перемещения и прогибы точек срединной поверхности несущих слоев в направлении правой системы координат x, φ, z ($k = 1, 2$ – номер слоя, $\alpha = 1, 2$):

– в несущих слоях ($c \leq z \leq c + h_1$, $-c - h_2 \leq z \leq -c$; $k = 1, 2$ – номер слоя, $\alpha = 1, 2$)

$$u_{\alpha}^{kz} = u_{\alpha}^k + (z \mp a_k) \psi_{\alpha}^k; \quad a_k = c + 0,5h_k,$$

$$\psi_1^k = -w^k_{,1}, \quad \psi_2^k = (R \pm a_k)^{-1} (u_2^k - w^k_{,2});$$

– в заполнителе ($-c \leq z \leq c$)

$$u_1^{3z} = 0,5 \sum_{k=1}^2 (1 \pm z/c) (u_1^k \pm 0,5 h_k w^k_{,1}),$$

$$u_2^{3z} = \sum_{k=1}^2 (1 \pm z/c) ((0,5 \mp D_{k2}) u_2^k \pm D_{k2} w^k_{,2}),$$

$$w^{3z} = 0,5 \sum_{k=1}^2 (1 \pm z/c) w^k, \quad D_{k2} = 0,25 h_k (1 \pm a_k / R)^{-1} R^{-1},$$

где R – радиус срединной поверхности заполнителя оболочки; h_k – толщина k -го слоя ($h_3 = 2c$); греческие индексы принимают значения 1, 2; латинские – 1, 2, 3 (нижний знак в формулах соответствует индексу $k = 2$); ψ_α^k – угол поворота нормали в k -м несущем слое; запятая в нижнем индексе обозначает частное дифференцирование по следующей за ней координате.

Уравнения равновесия рассматриваемой трехслойной цилиндрической оболочки в усилиях получены вариационным методом Лагранжа. При определении виртуальной работы внешних сил считалось, что к наружным поверхностям несущих слоев приложены произвольные распределенные нагрузки q_α^k, q_3^k . В дальнейшем решение краевой задачи проводилось методом упругих решений Ильюшина, соответствующие итерационные уравнения равновесия имеют следующий вид:

$$L_i^{mn} (u_\alpha^{kn}, w^{kn}) - L_i^{m\alpha(n-1)} (u_\alpha^{k(n-1)}, w^{k(n-1)}) = 0. \quad (1)$$

В уравнениях (1) введены следующие обозначения: n – номер приближения $m, \alpha, \beta = 1, 2$;

$$L_\alpha^{mn} = \sum_{k=1}^2 \left[\left(a_{ma1}^k \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha^2} + a_{ma2}^k \frac{\partial^2}{\partial x_\beta^2} + a_{ma3}^k \right) u_\alpha^{kn} + a_{ma4}^k \frac{\partial^2 u_\beta^{kn}}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} + \left(a_{ma5}^k \frac{\partial}{\partial x_\alpha} + a_{ma6}^k \frac{\partial^3}{\partial x_\alpha^3} + a_{ma7}^k \frac{\partial^3}{\partial x_\alpha \partial x_\beta^2} \right) w^{kn} \right] + L_{\alpha q}^m;$$

$$L_3^{mn} = \sum_{\alpha, k=1}^2 \left[\left(a_{m31}^{\alpha k} \frac{\partial^4}{\partial x_\alpha^4} + a_{m32}^k \frac{\partial^4}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + a_{m33}^{\alpha k} \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha^2} + a_{m34}^k \right) w^{kn} + \left(a_{m35}^{\alpha k} \frac{\partial^3}{\partial x_\alpha^3} + a_{m36}^{\alpha k} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} + a_{m37}^{\alpha k} \frac{\partial^3}{\partial x_\alpha \partial x_\beta^2} \right) u_\alpha^{kn} \right] + L_{3q}^m;$$

Значения модулей упругости вычислены при осредненной температуре слоя T_0^k по формуле Белла [1]. Отнеся все линейные размеры к радиусу срединной поверхности заполнителя оболочки R , получим следующие значения коэффициентов в этих уравнениях:

$$a_{k11}^k = K_k^+ h_k (1 \pm a_k) + K_3^+ c (2 \pm c) / 3, \dots, a_{\alpha 37}^{2k} = \mp K_3 B_{k2} h_\alpha c / 3 \mp G_3 B_{k2} c (h_\alpha / 3 + 4D_{\alpha 2}) / 3;$$

$$K_k^+ = K_k + 4G_k / 3; \quad K_k^- = K_k - 2G_k / 3; \quad (k, \alpha = 1, 2; k \neq \alpha).$$

На контуре пластины принимается наличие жесткой диафрагмы, препятствующей относительному сдвигу слоев.

Для замыкания краевой задачи о термоупругом деформировании круговой трехслойной цилиндрической оболочки к уравнениям равновесия (4)–(7) необходимо добавить граничные условия. Кинематических условий может быть поставлено по восемь на каждом торце рассматриваемой оболочки. При жестком закреплении на торцах $x = 0, L$ (L – длина оболочки) должны выполняться следующие граничные условия:

$$u_1^k = u_2^k = w^k = w^k_{,1} = 0 \quad (k = 1, 2).$$

Свободное опирание оболочки по торцам на неподвижные в пространстве жесткие опоры требует выполнения условий ($x = 0; L$)

$$u_2^k = w^k = u_{1,1}^k = w_{,11}^k = 0 \quad (k = 1, 2). \quad (2)$$

Таким образом, добавив к уравнениям равновесия (4) граничные условия (8), (9), получим замкнутую краевую задачу.

Пусть перпендикулярно поверхности внешнего несущего слоя на оболочку падает тепловой поток интенсивности q_t . Внутренняя поверхность оболочки ($z = -h_2 - c$) теплоизолирована. Температурное поле в оболочке будет описываться известным выражением [1]. При свободном опирании оболочки итерационный вид решения системы (1), удовлетворяющий граничным условиям (2),

$$u_1^{kn} = \sum_{p,m} U_{1pm}^{kn} \cos \frac{\pi mx}{l} \cos p\varphi, \quad u_2^{kn} = \sum_{p,m} U_{2pm}^{kn} \sin \frac{\pi mx}{l} \sin p\varphi, \quad w^{kn} = \sum_{p,m} W_{pm}^{kn} \sin \frac{\pi mx}{l} \cos p\varphi \quad (k = 1, 2). \quad (3)$$

После подстановки соотношений (3) в уравнения равновесия (1) получим систему линейных алгебраических уравнений для определения коэффициентов U_{upm}^k, W_{pm}^k .

Численно исследована зависимость максимального прогиба внутреннего несущего слоя $w^{(2)}$ в центре пролета оболочки от продолжительности термосилового нагружения. Материалы слоев оболочки следующие: Д16-Г-фторопласт-4-Д16-Г. Интенсивность внешней распределенной нагрузки принималась $q_0 = 1$ МПа. Необходимые параметры упругости материалов и материальные функции нелинейности заимствованы в [1]. Показано, что за счет физической нелинейности материалов слоев прогиб оболочки увеличивается на 15 %. Нагревание оболочки на 50 °С приводит к увеличению перемещений примерно на 35 %.

Предложенные уравнения равновесия трехслойных круговых цилиндрических оболочек позволяют исследовать напряженно-деформированное состояние при нагружении в температурном поле. Численные расчеты показали существенное влияние температуры и физической нелинейности материалов слоев на перемещения в оболочке. Исследование сходимости метода упругих решений применительно к трехслойным цилиндрическим оболочкам показало, что уже четвертая итерация отличается от предыдущей менее чем на 1 %.

Работа выполнена при финансовой поддержке ГПНИ «Конвергенция-2025».

Список литературы

- 1 Горшков, А. Г. Механика слоистых вязкоупругопластических элементов конструкций / А. Г. Горшков, Э. И. Старовойтов, А. В. Яровая. – М. : Физматлит, 2005. – 576 с. – ISBN 978-5-9221-0567-5.
- 2 Carrera, E. Thermal Stress Analysis of Composite Beams, Plates and Shells : Computational Modelling and Applications / E. Carrera, F. A. Fazzolari, M. Cinefra. – Academic Press, 2016. – 440 p.
- 3 Zhuravkov, M. A. Mechanics of Solid Deformable Body / M. A. Zhuravkov, Lyu Yongtao, E. I. Starovoitov. – Singapore : Springer, 2022. – 317 p.
- 4 Абдусаттаров, А. Деформирование и повреждаемость упругопластических элементов конструкций при циклических нагружениях / А. Абдусаттаров, Э. И. Старовойтов, Н. Б. Рузиева. – Ташкент : IDEAL PRESS, 2023 – 381 с.
- 5 Деформирование трехслойных пластин при термосиловых нагрузках / Э. И. Старовойтов, Ю. В. Шафиева, А. В. Нестерович, А. Г. Козел. – Гомель : БелГУТ, 2024. – 395 с.
- 6 Deformation of Three-layer Structural Elements in Thermal Radiation Fields / E. I. Starovoitov, M. A. Zhuravkov, D. V. Leonenko, Lyu Yongtao. – Springer Nature Singapore, Pte Ltd. – 2024. – 384 p.
- 7 Leonenko, D. V. Vibrations of Cylindrical Sandwich Shells with Elastic Core Under Local Loads / D. V. Leonenko, E. I. Starovoitov // International Applied Mechanics. – 2016. – Vol. 52, № 4. – P. 359–367.
- 8 Natural vibration of a sandwich beam on an elastic foundation / V. D. Kubenko, Yu. M. Pleskachevskii, É. I. Starovoitov, D. V. Leonenko // International Applied Mechanics. – 2006. – Vol. 42, № 5. – P. 541–547.
- 9 Starovoitov, É. I. Vibrations of a sandwich rod under local and impulsive forces / É. I. Starovoitov, D. V. Leonenko, A. V. Yarovaia // International Applied Mechanics. – 2005. – Vol. 41, № 7. – P. 809–816.
- 10 Tarlakovskii, D. V. Two-Dimensional Nonstationary Contact of Elastic Cylindrical or Spherical Shells / D. V. Tarlakovskii, G. V. Fedotenkov // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2014. – Vol. 43, № 2. – P. 145–152.
- 11 Леоненко, Д. В. Колебания круговой трехслойной пластины под действием внешней нагрузки / Д. В. Леоненко, М. В. Маркова // Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика. – 2023. – № 1. – С. 49–63.
- 12 Могилевич, Л. И. Гидроупругость виброопоры с трехслойной круглой упругой пластиной с несжимаемым наполнителем / Л. И. Могилевич, В. С. Попов, Э. И. Старовойтов // Наука и техника транспорта. – 2006. – № 2. – С. 56–63.
- 13 Старовойтов, Э. И. Изгиб упругой круговой трехслойной пластины на основании Пастернака / Э. И. Старовойтов, А. Г. Козел // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2018. – Т. 24, № 3. – С. 392–406.
- 14 Захарчук, Ю. В. Перемещения в круговой трехслойной пластине со сжимаемым наполнителем / Ю. В. Захарчук // Механика. Исследования и инновации. – 2017. – № 10 (10). – С. 55–66.
- 15 Starovoitov, E. I. Deformation of a composite plate on an elastic foundation by local loads / E. I. Starovoitov, D. V. Leonenko, M. Suleyman // Mechanics of Composite Materials. – 2007. – Vol. 43, № 1. – P. 75–84.

16 Деформирование круговой трехслойной пластины на упругом основании / А. Г. Горшков, Э. И. Старовойтов, А. В. Яровая, Д. В. Леоненко // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2005. – Т. 2, № 1. – С. 16–19.

17 Старовойтов, Э. И. Упругопластическое деформирование трехслойных стержней в температурном поле / Э. И. Старовойтов // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2012. – № 3. – С. 91–98.

18 Старовойтов, Э. И. Изгиб прямоугольной трехслойной пластины на упругом основании / Э. И. Старовойтов, Е. П. Доровская // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2006. – № 3. – С. 45–50.

19 Старовойтов, Э. И. Термоупругий изгиб кольцевой трехслойной пластины на упругом основании / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко, М. Сулейман // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2006. – Т. 3, № 4. – С. 55–62.

20 Старовойтов, Э. И. Круговая сэндвич-пластина в температурном поле под действием кольцевого импульса / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2025. – № 2 (370). – С. 9–18.

УДК 536

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА В СОСТАВНОМ ТЕЛЕ, ПОЛУЧЕННОМ ПО ТЕХНОЛОГИИ ПОСЛОЙНОГО ЛАЗЕРНОГО ПЛАВЛЕНИЯ

С. А. КОЛЕСНИК, А. С. НОВИКОВ, Л. Н. РАБИНСКИЙ

Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

Аддитивное производство, основанное на получении изделий путём послойного сплавления частиц порошковой композиции, не только применяется в рамках научно-исследовательских работ, но и всё чаще используется в серийном производстве. Однако процесс моделирования распределения тепла как внутри отдельного слоя, так и между слоями до сих пор является сложной задачей.

В рамках исследования распределения температурных полей в изделии в процессе послойного лазерного плавления решается нестационарная задача для многослойной пластины. В первом приближении считаем, что процесс отвода тепла достаточно скоротечен, поэтому рассмотрим двухслойную плоскую пластину. Плоская двухслойная стенка ($0 \leq x \leq L$). Первый слой: $0 \leq x \leq L_1$, параметры λ_1, a_1 . Слой 2: $L_1 \leq x \leq L$, параметры λ_2, a_2 . Режим нестационарный, $T = T(x, t)$. Начальное условие: $T(x, 0) = T_0 = \text{const}$. Граничные условия второго рода, на внешних границах задана постоянная плотность теплового потока. На левой границе ($x = 0$): $-\lambda_1 (\partial T_1 / \partial x)|_{x=0} = q_0 = \text{const}$. На правой границе ($x = L$): $-\lambda_2 (\partial T_2 / \partial x)|_{x=L} = qL = \text{const}$ (Рассматривается частный случай: теплоизолированные поверхности, $q_0 = qL = 0$). Условия сопряжения на границе раздела ($x = L_1$): непрерывность температуры: $T_1(L_1, t) = T_2(L_1, t)$ и равенство тепловых потоков $\lambda_1 (\partial T_1 / \partial x)|_{x=L_1} = \lambda_2 (\partial T_2 / \partial x)|_{x=L_1}$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (Грант РФФ № 23-19-00684).

УДК 536

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА В НАНОМОДИФИЦИРОВАННЫХ КОМПОЗИТНЫХ ПЛАСТИНАХ

С. А. КОЛЕСНИК, О. В. ТУШАВИНА, С. В. ШУМКИН

Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

В настоящее время композитные материалы имеют значительные преимущества перед традиционными материалами, поэтому они используются практически во всех отраслях: современных отраслях промышленности: конструкциях в авиационной космической технике, машиностроении и др. На данный момент большой акцент делают на совершенствование композитных материалов путем гибридации, т. е. получения положительного или отрицательного гибридного эффекта выбранного механического свойства по правилу поведения смеси. Наиболее простым способом гибридации является наномодификация. В работе исследуется распределение температурных полей