



Рисунок 3 – Перепад давлений



Рисунок 4 – Распределение скоростей

В рамках проведенного исследования была успешно решена задача моделирования решетчатой структуры методом эквивалентной пористой среды. Данный подход позволяет существенно сократить вычислительные затраты по сравнению с прямым моделированием детальной геометрии, сохраняя при этом высокую точность описания гидродинамических процессов.

#### Список литературы

- 1 Wood, B. D. Modeling turbulent flows in porous media / B. D. Wood, X. He, S. V. Apte // Annual Review of Fluid Mechanics. – 2020. – 52 (1). – 171–203.
- 2 Nield, D. A. Convection in porous media / D. A. Nield, A. Bejan. – New York, NY : Springer New York, 2017. – 640 p.
- 3 De Lemos, M. J. S. Turbulence in porous media: modeling and applications / M. J. S. De Lemos. – Elsevier, 2012. – 410 p.

УДК 539.3

## ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ОТНОШЕНИЙ МОДУЛЕЙ УПРУГОСТИ ОРТОТРОПНОГО МАТЕРИАЛА ВНУТРЕННЕГО ПОКРЫТИЯ ТРУБЫ ИЗ КОМПОЗИТА НА СКОРОСТЬ ВОЛНЫ ПРИ ГИДРАВЛИЧЕСКОМ УДАРЕ

*С. В. КИРГИНЦЕВА, В. В. МОЖАРОВСКИЙ*

*Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Республика Беларусь*

Создание автоматизированных методик расчета прочности, диагностики и оптимального подбора материалов для трубопроводов на основе теоретических разработок и построения новых математических моделей является актуальной задачей. Действительно, многолетняя эксплуатация труб связана с их коррозией, утечкой, разрывами, может вызывать просадки дорог и экологические аварии и иметь социальные последствия.

В данной работе рассматривается расчет скорости волны при гидроударе, влияющей на разрушение труб при эксплуатации; решается задача компьютерной реализации расчета скорости волны при гидроударе для двухслойных труб из композитов, проведен анализ изменения отношений модулей упругости  $E_r / E_\theta$  внутреннего покрытия трубы на скорость волны  $C$ .

Рассматривается цилиндрическая двухслойная труба из ортотропных материалов (композитов) (внутренний радиус –  $r_a$ , внешний –  $r_c$ , межслойный радиус для двухслойной трубы –  $r_b$ ). Труба находится под действием внутреннего нагружения  $P$ , внешнее давление отсутствует. В работе [1] скорость волны при гидравлическом ударе в ортотропных трубах с ортотропным покрытием определяется соотношением

$$C = \sqrt{\frac{K/\rho}{1 + K\Omega}}, \quad (1)$$

$$\Omega = \frac{2}{\alpha} \left[ -1 + \left( \frac{-\beta}{\alpha} + 1 \right) \left( \frac{r_a}{r_b} \right)^{-2k_1} \frac{\left[ \alpha \left( 1 - (r_c/r_b)^{-2k_2} g/\gamma \right) - g \left( 1 - (r_c/r_b)^{-2k_2} \right) \right]}{\beta \left( 1 - (r_a/r_b)^{-2k_1} \right) \left( 1 - (r_c/r_b)^{-2k_2} g/\gamma \right) - g \left( 1 - (r_c/r_b)^{-2k_2} \right) \left( 1 - (r_a/r_b)^{-2k_1} \beta/\alpha \right)} \right],$$

$$\beta = A_{12}^{(1)} - k_1 A_{11}^{(1)}, \quad \alpha = A_{11}^{(1)} k_1 + A_{12}^{(1)}, \quad \gamma = A_{11}^{(2)} k_2 + A_{12}^{(2)}, \quad g = A_{12}^{(2)} - k_2 A_{11}^{(2)},$$

$$A_{11} = \frac{E_r}{1 - \nu_{r\theta} \nu_{\theta r}}, \quad A_{12} = \nu_{r\theta} \frac{E_\theta}{1 - \nu_{r\theta} \nu_{\theta r}}, \quad A_{22} = \frac{E_\theta}{1 - \nu_{r\theta} \nu_{\theta r}},$$

верхние индексы «1» и «2» характеризуют материалы покрытия и трубы.

Согласно методике [2] скорость волны в зависимости от условий закрепления трубы – отсутствие осевой опоры (формула (2)) или ограниченность в осевом направлении (формула (3)) – может определяться следующим образом:

$$C = \sqrt{\frac{1}{\rho_f / K + 2R \rho_f / (A_{22} - A_{12}^2 / A_{11})}}, \quad (2)$$

$$C = \sqrt{\frac{1}{\rho_f (1/K + 2R/A_{22})}}, \quad (3)$$

где  $\rho_f$  – плотность жидкости;  $K$  – модуль упругости жидкости;  $R$  – средний радиус трубы;  $A_{ij} = \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ijk} (z_k - z_{k-1})$ ;  $k$  – номер слоя;  $N$  – общее количество слоев;  $z_k$  – расстояние от средней плоскости

сти до вершины слоя  $k$ , коэффициенты  $\bar{Q}_{ij}$  вычисляются по зависимостям

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11} m^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) n^2 m^2 + Q_{22} n^4, \quad \bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) n^2 m^2 + Q_{12} (n^4 + m^4),$$

$$\bar{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) n m^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) n^3 m; \quad \bar{Q}_{22} = Q_{11} n^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) n^2 m^2 + Q_{22} m^4;$$

$$\bar{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) n^3 m + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) n m^3; \quad \bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) n^2 m^2 + Q_{66} (n^4 + m^4),$$

где  $m = \cos \theta$ ;  $n = \sin \theta$ ;  $Q_{11} = E_1 / (1 - \nu_{12} \nu_{21})$ ;  $Q_{12} = \nu_{12} E_2 / (1 - \nu_{12} \nu_{21}) = \nu_{21} E_1 / (1 - \nu_{12} \nu_{21})$ ;

$Q_{22} = E_2 / (1 - \nu_{12} \nu_{21})$ ;  $Q_{66} = G_{12}$ ; модули упругости  $E_{ij}$ , коэффициенты Пуассона  $\nu_{ij}$ , модуль сдвига  $G$  задаются в основных направлениях (т. е. направлениях вдоль волокон и перпендикулярно им);  $\theta$  – направление волокон в слое.

**Пример расчета и анализ результатов.** Рассматривается двухслойная ортотропная труба [3] со следующими физико-механическими характеристиками: внутренняя поверхность выполнена из стекловолокна ( $E_r = 25760$  МПа,  $E_\theta = 8824$  МПа,  $\nu_{r\theta} = 0,14$ ,  $\nu_{\theta r} = 0,22$ ,  $G_{12} = 4965$  МПа), а внешняя – из углерода/эпоксидной смолы ( $E_r = 113600$  МПа,  $E_\theta = 9650$  МПа,  $\nu_{r\theta} = 0,334$ ,  $\nu_{\theta r} = 0,54$ ,  $G_{12} = 6000$  МПа),  $r_a = 0,12$  м,  $r_c = 0,15$  м,  $r_b = 0,135$  м,  $K = 2180$  МПа, плотность жидкости  $\rho_f = 998,2$  кг/м<sup>3</sup>. На рисунке 1 показано влияние изменения отношений модулей упругости  $E_r/E_\theta$  внутреннего покрытия трубы на скорость волны при гидроударе, вычисленную по методикам [1, 2].

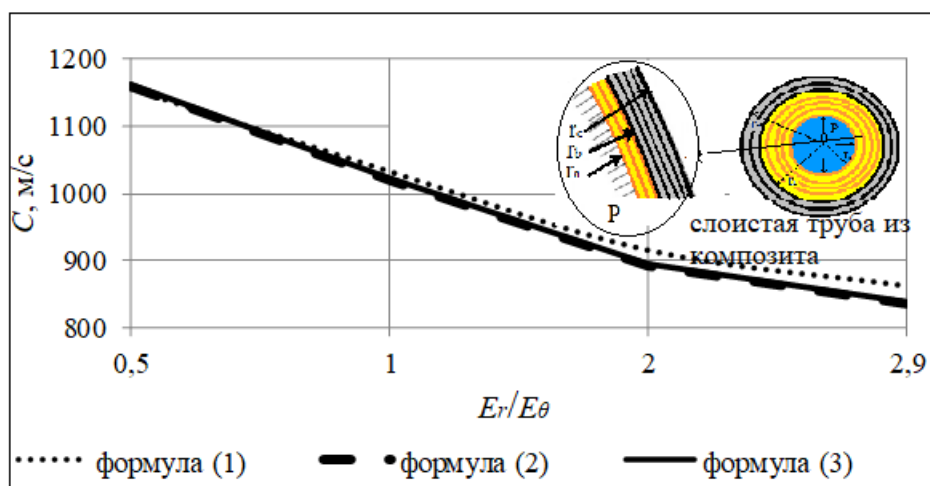


Рисунок 1 – Влияние изменения отношений модулей упругости  $E_r/E_0$  внутреннего покрытия трубы на скорость волны  $C$

Анализ результатов расчета влияния изменения отношений модулей упругости  $E_r/E_0$ , представленных по различным методикам расчета скорости волны при гидроударе при течении жидкости в двухслойных трубах из композитов, показал хорошее совпадение (см. рисунок 1). Увеличение модуля упругости  $E_0$  (усиление волокон армирования) ведет к увеличению скорости волны, соответственно, при уменьшении происходит гашение скорости волны. Следует также отметить, что в [2] предложен расчет скорости волны для ламинированных труб с использованием композиционной ленты одинаковой толщины в качестве покрытия.

#### Список литературы

- 1 **Можаровский, В. В.** Скорость волны при гидроударе и напряженно-деформированное состояние слоистых футерованных труб из ортотропных материалов / В. В. Можаровский, С. В. Киргинцева // Проблемы физики, математики и техники. – 2022. – № 2 (51). – С. 44–51.
- 2 **Rege, K.** Water Hammer Induced Vibration of Steel Pipelines Repaired with FRP Composites : MASTER’S THESIS / K. Rege. – University of Stavanger, 2016. – 82 p.
- 3 **İsmail Yasin Sülü.** Stress Analysis of Multi-Layered Hybrid Composite Pipes Subjected to Internal Pressure / İsmail Yasin Sülü // International Journal of Engineering & Applied Sciences (IJEAS). – 2016. – Vol. 8, is. 4. – P. 87–98.

539.3+51-74; 622.2

## КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОТРАБОТКИ ПОРОДНОГО МАССИВА ШИРОКИМ ОЧИСТНЫМ ЗАБОЕМ С ОБРУШЕНИЕМ КРОВЛИ

*Н. М. КЛИМКОВИЧ, М. А. НИКОЛАЙЧИК, М. А. ЖУРАВКОВ  
Белорусский государственный университет, г. Минск*

Отработка массива горных пород широким очистным забоем (лавой) является наиболее эффективным с точки зрения экономических показателей добычи, но в то же время наиболее ответственным способом отработки породного массива, который применяется предприятиями горнодобывающего комплекса Республики Беларусь. Рассматриваемый способ ведения горных работ подразумевает отработку породного массива широким (несколько сотен метров) очистным забоем на большие расстояния (несколько километров). При этом мощность обрабатываемого столба полезного ископаемого составляет не более 2,5 м. Кроме того, при продвижении горных работ, в кровле отработанного пространства образуются системы трещин, что приводит к образованию блоков и их обрушению в отработанное пространство [1].

В настоящее время наиболее эффективными методами моделирования процесса отработки породного массива лавой являются численные методы из класса дискретных, например, метод дискретных элементов (далее – МДЭ) [2]. Для решения рассматриваемой задачи континуальные численные методы