

- 9 Устойчивость стержней из никелида титана, нагружаемых в режиме мартенситной неупругости / А. А. Мовчан, Л. Г. Сильченко, С. А. Казарина [и др.] // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2012. – № 3. – С. 72–80.
- 10 Мовчан, А. А. Учет выделения и поглощения латентного тепла фазовых переходов и диссипативных эффектов при анализе устойчивости элементов из сплавов с памятью формы / А. А. Мовчан, С. А. Думанский // Вестник Тамбовского университета. – Сер. «Естественные и технические науки». – 2018. – С. 454–458.
- 11 Новожилов, В. В. Линейная теория тонких оболочек / В. В. Новожилов, К. Ф. Черных, Е. И. Михайловский. – Л. : Политехника, 1991. – 656 с.
- 12 Kurbatov, A. S. On the theory of shape memory membrane shells undergoing thermoelastic phase transitions / A. S. Kurbatov, S. I. Zhavoronok // Lobachevskii J. of Mathematics. – 2023. – Vol. 44, № 6. – P. 2326–2335.
- 13 Курбатов, А. С. О решении некоторых задач статики безмоментных оболочек с памятью формы при неизотермических фазовых переходах / А. С. Курбатов, И. А. Исаченко, С. И. Жаворонок // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2023. – Т. 29, № 3. – С. 402–423.
- 14 Bucsek, A. N. Myths and Truths of Nitinol Mechanics: Elasticity and Tension-Compression Asymmetry / A. N. Bucsek, H. M. Paranjape, A. P. Stebner // Shape Memory and Superelasticity. – 2016. – Vol. 2. – P. 264–271.
- 15 Kurbatov, A. S. On the strain differential effect in the theory of shape memory membranes / A. S. Kurbatov, S. I. Zhavoronok // E3S Web of Conferences. – 2024. – Vol. 533. – P. 02024.
- 16 Мовчан, А. А. Экспериментальная идентификация модели нелинейного деформирования сплавов с памятью формы при фазовых и структурных превращениях / А. А. Мовчан, С. А. Казарина, А. Л. Сильченко // Деформация и разрушение материалов. – 2018. – № 12. – С. 2–11.

УДК 539.375

ЗАРОЖДЕНИЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ ТРЕЩИНЫ В НЕРАВНОМЕРНО НАГРЕТОМ КОЛЬЦЕВОМ ДИСКЕ

Н. М. КАЛАНТАРЛЫ

Азербайджанская спортивная академия, г. Баку

Кольцевые диски часто работают в очень напряженных условиях. Моделирование и расчет напряженно-деформированного состояния в кольцевых дисках важен, в первую очередь, для правильного выбора их конструкции, оптимальных размеров и допустимых величин рабочих нагрузок. При этом важно также учитывать трещинообразование в диске.

Будем рассматривать изотропный кольцевой диск, полагая, что имеет место состояние плоского напряженного состояния. Неравномерный нагрев кольцевого диска вызывает появление в нем напряжений и деформаций. Распределение температуры $T(r, \theta)$ в диске известно из решения задачи теории теплопроводности. Считается, что в материале кольцевого диска имеется концентратор напряжений (зона ослабленных межчастичных связей материала) и при нагружении диска тепловой нагрузкой в прослойках перенапряженного материала образуется зона предразрушения. Взаимодействие берегов этой области моделируем связями между берегами с заданной диаграммой деформирования. После некоторого числа циклов теплового нагружения возможность деформирования в зоне ослабленных межчастичных связей материала утрачивается, и раскрытие берегов зоны предразрушения резко возрастает. Когда раскрытие берегов зоны предразрушения в точке максимальной концентрации достигает предельного для материала кольцевого диска значения δ_c , в этой точке зарождается усталостная трещина. В предлагаемой расчетной модели трещина в кольцевом диске растет непрерывно от нулевой длины. Задача моделирования образования и роста усталостной трещины в кольцевом диске сводится к последовательно решаемым задачам механики разрушения. Считается, что зона предразрушения ориентирована в направлении максимальных растягивающих напряжений. Взаимодействие между поверхностями в этой зоне при действии тепловой нагрузки характеризуется нормальными q_{y_1} и касательными $q_{x_1 y_1}$ напряжениями сцепления материала кольцевого диска. Физическая природа связей и размер зоны предразрушения зависят от вида материала диска. Образование трещины в сечении диска рассматриваем как процесс перехода зоны предразрушения в область разорванных связей между поверхностями материала.

На границе кольцевой области отсутствует внешняя нагрузка:

$$\sigma_r - i\tau_{r\theta} = 0 \quad \text{при } |z| = R, \quad \sigma_r - i\tau_{r\theta} = 0 \quad \text{при } |z| = R_1, \quad (1)$$

где $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$ – компоненты тензора напряжений; R_1, R – внешний и внутренний радиусы диска.

Считается, что на начальной стадии образования зоны предразрушения ее размер гораздо меньше толщины стенки кольцевого диска. Под действием тепловой нагрузки на диск в связях, соединяющих берега зоны предразрушения, будут возникать нормальные q_{y_1} и касательные $q_{x_1y_1}$ усилия. Краевые условия на берегах зоны предразрушения

$$\sigma_{y_1} - i\tau_{x_1y_1} = q_{y_1} - iq_{x_1y_1} \quad \text{при } y_1 = 0, \quad |x_1| \leq \ell_1, \quad (2)$$

где ℓ_1 – полудлина зоны предразрушения.

Уравнение, связывающее раскрытие берегов предразрушения и напряжения в связях, представим в виде

$$(v_1^+ - v_1^-) - i(u_1^+ - u_1^-) = \Pi(x_1, \sigma_1) [q_{y_1}(x_1) - iq_{x_1y_1}(x_1)], \quad (3)$$

где $(v_1^+ - v_1^-)$ и $(u_1^+ - u_1^-)$ – нормальная и касательная составляющие раскрытия берегов зоны предразрушения соответственно; $\Pi(x_1, \sigma_1)$ – податливость связей, зависящая от натяжения связей; σ_1 – модуль вектора сил сцепления в связях, $\sigma_1 = \sqrt{q_{y_1}^2 + iq_{x_1y_1}^2}$.

В качестве условия появления трещины принимается критерий критического раскрытия берегов зоны ослабленных межчастичных связей материала (зоны предразрушения)

$$\left| (v_1^+ - v_1^-) - i(u_1^+ - u_1^-) \right| = \delta_c, \quad (4)$$

где δ_c – характеристика сопротивления материала кольцевого диска образованию трещины, определяемая опытным путем. Это дополнительное условие позволяет находить параметры кольцевого диска, при которых происходит трещинообразование.

Математическая модель зарождения трещины в кольцевом диске состоит из уравнений теории упругости [1], граничных условий (1), (2) на поверхностях диска и берегах зоны предразрушения и критерия образования трещины (4). Для исследования напряженно-деформированного состояния в неравномерно нагретом кольцевом диске с одной прямолинейной зоной предразрушения необходимо совместное решение уравнений термоупругости при краевых условиях (1), (2). Решение краевой задачи термоупругости (1), (2) ищем в виде суммы

$$\sigma_x = \bar{\sigma}_x + \bar{\bar{\sigma}}_x, \quad \sigma_y = \bar{\sigma}_y + \bar{\bar{\sigma}}_y, \quad \tau_{xy} = \bar{\tau}_{xy} + \bar{\bar{\tau}}_{xy}, \quad (5)$$

где $\bar{\sigma}_x$, $\bar{\sigma}_y$, $\bar{\tau}_{xy}$ – решение задачи термоупругости для кольцевой области без зоны предразрушения.

Для определения $\bar{\sigma}_x$, $\bar{\sigma}_y$, $\bar{\tau}_{xy}$ используем термоупругий потенциал перемещений [2].

В результате получаем систему M алгебраических уравнений для определения M неизвестных $g_1(t_m) = v_1(t_m) - iu_1(t_m)$, где $g_1(x)$ – искомая функция, характеризующая раскрытие берегов зоны предразрушения. Учитывая, что напряжения в кольцевом диске всюду ограничены, к построенной системе уравнений следует добавить условия конечности напряжений в окрестности концов зоны предразрушения. Таким образом, получаем конечную алгебраическую систему для определения M неизвестных $g_1(t_m)$ и размера зоны предразрушения. В правые части системы входят неизвестные значения нормальных $q_{y_1}(x_1)$ и касательных $q_{x_1y_1}(x_1)$ напряжений в узловых точках зоны ослабленных межчастичных связей материала. Для построения недостающих уравнений, служащих для определения напряжений в связях между берегами предразрушения, потребуем выполнения условий

$$g_1(x_1) = \frac{2\mu}{1+\kappa} \frac{d}{dx_1} \left[\Pi(x_1, \sigma_1) (q_{y_1}(x_1) - iq_{x_1y_1}(x_1)) \right]$$

в узловых точках t_m , содержащихся в зоне предразрушения. В результате получаем еще две системы из M уравнений. Полученные системы уравнений позволяют при заданной внешней силовой нагрузке найти напряженно-деформированное состояние кольцевого диска при наличии прямолинейной зоны предразрушения.

Для определения предельного равновесия зоны предразрушения в кольцевом диске используется критерий критического раскрытия берегов зоны предразрушения. Полагаем, что разрыв межчастичных связей материала на берегах зоны предразрушения (при $x_1 = x_0$) произойдет, когда

$$\sqrt{\left[u_1^+(x_0, 0) - u_1^-(x_0, 0) \right]^2 + \left[v_1^+(x_0, 0) - v_1^-(x_0, 0) \right]^2} = \delta_c.$$

Используя полученное решение задачи о равновесии зоны предразрушения в кольцевом диске, находим смещения на берегах зоны предразрушения и условие, определяющее предельное значение тепловой нагрузки, при которой произойдет трещинообразование:

$$\frac{1 + \kappa}{2\mu} \frac{\pi \ell_1}{M} \sqrt{\left[\sum_{m=1}^{M_1} v_1(t_m) \right]^2 + \left[\sum_{m=1}^{M_1} u_1(t_m) \right]^2} = \delta_c.$$

Совместное решение построенных уравнений позволяет при заданных характеристиках кольцевого диска найти критическую величину тепловой нагрузки и размер зоны предразрушения для состояния предельного равновесия. Так как размер ℓ_1 длины зоны предразрушения заранее неизвестен, алгебраическая система нелинейна и для ее решения использовался метод последовательных приближений. Выбирая различные значения параметров можно исследовать разные случаи расположения зоны предразрушения в кольцевом диске.

Список литературы

- 1 **Мухелишвили, Н. И.** Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н. И. Мухелишвили. – М. : Наука, 1966. – 707 с.
- 2 **Паркус, Г.** Неуставившиеся температурные напряжения / Г. Паркус. – М. : Физматгиз, 1963. – 252 с.

УДК 539.87,51-74,532.546

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕШЕТЧАТЫХ СТРУКТУР КАК ПОРИСТЫХ СРЕД

И. Н. КАРПОВИЧ, М. А. НИКОЛАЙЧИК

Белорусский государственный университет, г. Минск

Решетчатые структуры являются ключевыми элементами во многих областях техники, таких как системы вентиляции, очистки газов, теплообменные аппараты и химические реакторы. Их повсеместное применение обусловлено способностью такого рода структур эффективно фильтровать, смешивать, распределять потоки жидкостей и газов, а также обеспечивать интенсивный тепло- и массообмен [1, 2] (рисунок 1). Однако прямое компьютерное моделирование динамики движения газов через такие структуры с учетом каждой детали геометрии представляет собой чрезвычайно ресурсоемкую вычислительную задачу в силу необходимости разбиения расчетной области на сложную и многоэлементную сетку.



Рисунок 1 – Пример решетчатой структуры теплообменных устройств

Альтернативным и эффективным подходом является моделирование решетчатой структуры как некоторой эквивалентной пористой среды. Данный метод позволяет отказаться от трудоемкого построения детализированной сетки и значительно сократить время расчета, описывая сопротивление решетки и ее влияние на поток с помощью характеристик пористой среды, таких как коэффициенты проницаемости и инерционного сопротивления, а также пористости [2]. Таким образом, целью настоящего исследования является разработка и верификация модели пористой среды, адекватно