

9 Zhavoronok, S. I. On various equations of the analytical mechanics of thick-walled heterogeneous shells and some of their applications in wave dispersion problems / S. I. Zhavoronok, A. S. Kurbatov, O. V. Egorova // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2023. – Vol. 44, № 6. – P. 2501–2517.

10 Амосов, А. А. К проблеме редукции плоской задачи теории упругости к последовательности одномерных краевых задач / А. А. Амосов, С. И. Жаворонок // Механика композиционных материалов и конструкций. – 1997. – Т. 3, № 1. – С. 69–80.

11 Амосов, А. А. О решении некоторых краевых задач о плоском напряженном состоянии криволинейной трапеции / А. А. Амосов, А. А. Князев, С. И. Жаворонок // Механика композиционных материалов и конструкций. – 1999. – Т. 5, № 1. – С. 60–72.

УДК 531.15

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КРИВОШИПНОГО МНОГОВЗВЕННОГО МЕХАНИЗМА ГРАФИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

А. С. ИВАНОВ, Д. П. РЕЙФСНЕЙДЕР, Е. В. ФАЛЬКОВА

Сибирский государственный университет науки и технологий им. академика М. Ф. Решетнева,
г. Красноярск, Российская Федерация

Механика исследует фундаментальные формы движения материи, которые сводятся к пространственно-временному перемещению тел или их частиц. Теоретическая механика сосредоточена на изучении общих законов, описывающих движение материальных точек и их систем, формируя основу для прикладных механических дисциплин. Последние, в свою очередь, используют методы и выводы теоретической механики для решения практических задач.

В рамках курса теоретической механики выделяют три раздела: статику (равновесие тел), кинематику (движение без учета сил) и динамику (влияние сил на движение). Такое разделение упрощает анализ сложных механических систем. Особенность курса данной дисциплины заключается в том, что ознакомление студентов с инженерной деятельностью осуществляется на примерах решения практико-ориентированных задач. Для развития профессиональных компетенций студентов весьма полезным, в частности, оказывается анализ работы механизмов графическими методами, позволяющими визуализировать кинематику и динамику системы [1].

В качестве примера рассмотрим изображенный на рисунке 1, а многозвенный механизм, в котором кривошип O_1A вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_{O_1A} = 2$ рад/с, и в данный момент времени его положение определяется углом $\varphi = 115^\circ$. Размеры, определяющие кинематику механизма, см: $O_1A = 15$; $AB = 78$; $BC = 39$; $CD = 26$; $O_2D = 45$; $CE = 52$; $EF = 38$; $a = 46$ [2, 3].

Нахождение скоростей точек и угловых скоростей звеньев механизма с помощью мгновенных центров скоростей (МЦС) [2]. Вначале вычислим модуль скорости точки A кривошипа O_1A :

$$v_A = \omega_{O_1A} O_1A = 2 \cdot 15 = 30 \text{ см/с.}$$

Этот вектор перпендикулярен кривошипу O_1A и направлен в сторону вращения кривошипа.

Для определения положения МЦС звена AB (P_{AB}) надо найти точку пересечения перпендикуляров, восстановленных из точек A и B к направлениям их скоростей (см. рисунок 1, а). Тем же способом могут быть найдены положения МЦС звеньев CE (P_{CE}) и EF (P_{EF}). Скорости v точек звена AB определяются из условия их пропорциональности расстояниям до мгновенных центров скоростей, которое одновременно позволяет найти угловую скорость:

$$\omega_{AB} = \frac{v_A}{AP_{AB}} = \frac{v_B}{BP_{AB}} = \frac{v_C}{CP_{AB}}.$$

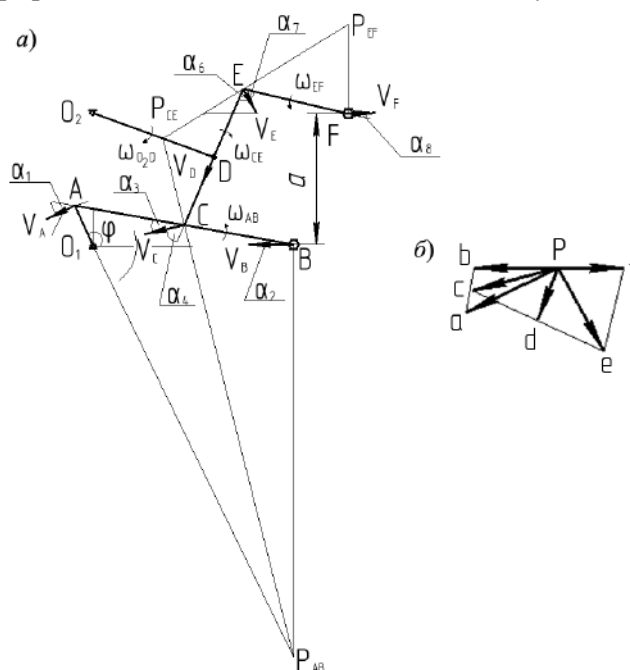


Рисунок 1 – Схема механизма с построениями МЦС (а) и план скоростей (б)

Аналогично определяются скорости точек звеньев CE и EF , а также угловые скорости звеньев CE , EF и O_2D (таблица 1).

Расчет кинематических параметров с помощью плана скоростей [1]. Используем схему механизма, изображенную в масштабе (см. рисунок 1, а). Построение плана скоростей (рисунок 1, б) начинаем с выбора произвольной точки p в качестве центра. Из нее откладываем вектор pa (например, длиной 24 мм), графически отображающий скорость точки A в масштабе плана скоростей

$\mu_v, \frac{\text{см/с}}{\text{мм}}$ в рассматриваемом случае

$$\mu_v = \frac{v_A}{pa} = \frac{30}{24} = 1,25 \frac{\text{см/с}}{\text{мм}}.$$

Для определения скорости точки B , которая связана как с совершающим плоское движение шатуном AB , так и с движущимся поступательно ползуном B , используем векторные уравнения:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}; \quad \vec{v}_B = \vec{v}_{B_0} + \vec{v}_{BB_0}.$$

Данная система уравнений решается графически (см. рисунок 1, б). При нахождении скорости точки C учтем, что она делит звено AB пополам, поэтому на плане скоростей ее положение (c) соответствует середине отрезка ab . Продолжая построение плана скоростей, находим $v_C, v_D, v_E, v_F, \omega_{AB}, \omega_{CE}, \omega_{DO_2}, \omega_{EF}$. Полученные результаты приведены в таблице 1.

Для оценки точности полученных результатов рассчитана погрешность, %,

$$\delta = |v_B - v'_B| \cdot 100 / v_B,$$

где v_B и v'_B – скорости точки B , определенные с помощью МЦС и плана скоростей соответственно. Значения погрешностей указаны в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты определения скоростей и расчета погрешностей

Способ определения	Скорости точек, см/с						Угловые скорости звеньев, с ⁻¹			
	v_A	v_B	v_C	v_D	v_E	v_F	ω_{AB}	ω_{CE}	ω_{DO_2}	ω_{EF}
С помощью МЦС	30	24,7	26,6	16,2	26,6	19,1	0,171	0,804	0,360	0,611
По плану скоростей	30	25,0	26,8	16,1	26,8	18,7	0,163	0,826	0,358	0,628
Погрешность δ , %	0	1,2	0,8	0,6	0,8	2,1	4,7	2,7	0,6	2,8

Проверка правильности полученных результатов также может быть выполнена с использованием теоремы о проекциях скоростей точек твердого тела. Измерив соответствующие углы, находим:

- для точек стержня AB – $v_A \cdot \cos 35^\circ = v_B \cdot \cos 10^\circ = v_C \cdot \cos 23^\circ$ ($24,57 \approx 24,62 \approx 24,66$);
- для звена CE – $v_C \cdot \cos 53^\circ = v_D \cdot \cos 0^\circ = v_E \cdot \cos 53^\circ$ ($16,13 \approx 16,10 \approx 16,13$);
- для отрезка EF – $v_E \cdot \cos 47^\circ = v_F \cdot \cos 13^\circ$ ($18,28 \approx 18,22$).

Проверка подтверждает правильность полученных результатов.

Такие практико-ориентированные задачи, как анализ механизмов, формируют ключевые инженерные компетенции. Выполненный кинематический анализ многозвенного механизма позволил с высокой точностью определить скорости точек и угловые скорости звеньев, что демонстрирует эффективность графических методов в подготовке специалистов для решения технических задач.

Список литературы

- 1 Назарова, Л. П. Теоретическая механика в примерах и задачах. Кинематика : учеб. пособие : в 2 ч. Ч. 1 / Л. П. Назарова, А. С. Зотова, А. В. Зотов. – Красноярск, 2002. – 112 с.
- 2 Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике : учеб. пособие для техн. вузов / А. А. Яблонский, С. С. Норейко, С. А. Вольфсон [и др.]. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1985. – 367 с.
- 3 Папушина, Н. К. Графические методы исследования многозвенного механизма в формировании профессиональных навыков инженера / Н. К. Папушина, Е. В. Данилова // Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки. – 2012. – Вып. 6. – С. 207–210.