

струкции, что может помочь разработчикам ВОГ в борьбе с температурными возмущениями. Кроме того, возможна разработка алгоритмов термокомпенсации на основе разработанной комплексной модели теплового дрейфа.

*Работа выполнена при финансовой поддержке в рамках темы государственного задания министерства образования и науки РФ № 125020501400-6.*

#### Список литературы

- 1 Lefevre, H. C. The Fiber-Optic Gyroscope / H. C. Lefevre. – Boston : Artech House, 2014. – 343 p.
- 2 Джашитов, В. Э. Датчики, приборы и системы авиакосмического и морского приборостроения в условиях тепловых воздействий / В. Э. Джашитов, В. М. Панкратов. – СПб. : ГНЦРФЦНИИ «Электроприбор», 2005. – 404 с.
- 3 Есипенко, И. А. Математическая модель теплового дрейфа волоконно-оптического гироскопа и ее экспериментальная верификация / И. А. Есипенко, Д. А. Лыков // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. – Сер. «Приборостроение». – 2017. – № 5 (116). – С. 728–732.
- 4 Коваленко, А. Д. Основы термоупругости / А. Д. Коваленко. – Киев : Наук. думка, 1970. – 307 с.
- 5 Голиков, А. В. Математическая модель теплового дрейфа волоконно-оптического гироскопа с учетом квадрупольной намотки волокна / А. В. Голиков, В. С. Попов, Е. В. Панкратова // Вестник Самарского государственного технического университета. – Сер. «Технические науки». – 2025. – Т. 33, № 2 (86). – С. 63–78.

УДК 532.517:539.3

## ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УПРУГИХ СООСНЫХ ОБОЛОЧЕК С ВЯЗКОЙ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТЬЮ

С. А. ГРИГОРЬЕВ

*Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю. А., Российская Федерация*

В условиях стремительного технологического прогресса особую актуальность приобретают задачи исследования динамики взаимодействия различных сред. Одна из таких задач – анализ динамики взаимодействия вязкой сжимаемой жидкости и упругих соосных оболочек.

Как правило, сжимаемость жидкостей настолько мала, что при построении математических моделей ею можно пренебречь. Однако в случае жидкостей с наполнителями либо газонасыщенных жидкостей, а также в условиях повышенных температур или перепадов давления сжимаемость становится заметной [1]. Большая сжимаемость жидкости может привести к таким негативным последствиям, как гидравлический удар, неточность работы гидравлических систем и потеря энергии. Поэтому задачи моделирования динамики вязкой сжимаемой жидкости имеют весомое прикладное значение для отраслей по производству автомобильного, железнодорожного и авиационного транспорта. Итоги исследования могут использоваться при проектировании и оптимизации устройств и систем, в состав которых входят соосные оболочки со слоем жидкости между ними.

Исследуемая механическая система включает две соосные упругие замкнутые оболочки, жёстко закреплённые на торцах, и слой вязкой сжимаемой жидкости между ними (рисунок 1). Отсутствует перемещение оболочек на торцах, а также продольные перемещения по всей длине. На систему действуют внешний источник вибраций и гармонические по времени перепады давления.

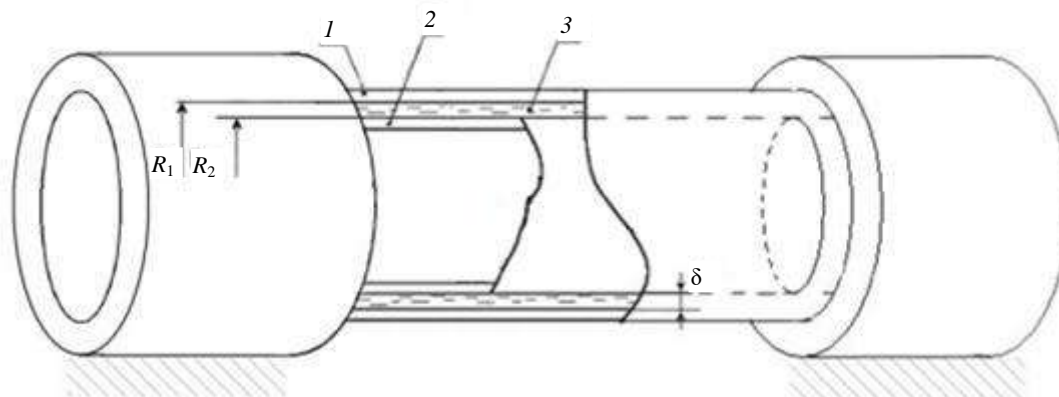


Рисунок 1 – Физическая модель

Внешняя оболочка 1 – упругий замкнутый цилиндр с внутренним радиусом  $R_1$  и заземлением по торцам. Внутренняя оболочка 2 с внешним радиусом  $R_2$  также закреплена. Зазор между стенками оболочек полностью заполнен жидкостью (обозначена 3 на рисунке 1). Внутренняя поверхность внешней оболочки и внешняя поверхность внутренней образуют «цилиндр в цилиндре» длиной. Радиальный просвет  $\delta = R_1 - R_2$  существенно меньше  $R_2$  ( $\delta \ll R_2$ ). На систему действуют периодически изменяющиеся по времени торцевые давления и переносные инерционные силы. Смещение внутренней оболочки относительно внешней на заземленных торцах отсутствует; соосность сохраняется. Температура системы остается стабильной [2–4].

При анализе динамики демпфирующего жидкостного слоя вокруг внутренней оболочки принимается модель вязкой сжимаемой жидкости. Вязкость учитывается, поскольку именно она обеспечивает затухание колебаний и предотвращает чрезмерные прогибы при резонансе. Учет сжимаемости необходим, так как в системах с переменным давлением баротропная жидкость способна заметно влиять на поведение системы.

Таким образом, физическая модель сводится к двум упругим замкнутым цилиндрическим оболочкам, взаимодействующим через слой жидкости под действием вибраций и перепадов давления.

Математическая модель представляет собой связанную систему уравнений состоящую из нелинейных уравнений Навье – Стокса и неразрывности для жидкости; дифференциальных уравнений движения внутренней и внешней упругих цилиндрических оболочек, выведенных на основе гипотез Кирхгофа – Лява, а также соответствующих граничных условий [5–8].

В результате получаем математическую модель механической системы из двух соосных упругих замкнутых цилиндрических оболочек со слоем вязкой сжимаемой жидкости между ними, испытывающей внешнее вибрационное воздействие и гармонические по времени перепады давления на торцах.

Для последующих исследований полученной модели планируется применять метод возмущений по малым параметрам, в рамках которого за малые параметры будут приняты относительная ширина слоя жидкости и относительный прогиб оболочек. Применение метода возмущений позволит линеаризовать систему и упростить ее решение. Для решения полученных уравнений динамики жидкости и динамики оболочек будет использован метод Бубнова – Галёркина.

В заключение отметим, что предложенная постановка открывает широкие возможности для дальнейшего анализа. Анализ расширит понимание протекающих процессов и позволит создать более эффективные методики исследования и проектирования, востребованные в инженерной практике и физике.

#### Список литературы

- 1 Бубнов, В. А. Об учете объемной вязкости в гидродинамических течениях / В. А. Бубнов // Вестник Московского городского педагогического университета. – 2011. – № 7. – С. 14–20.
- 2 Численное моделирование волновых явлений в двух геометрически и физически нелинейных упругих соосных цилиндрических оболочках, содержащих вязкую несжимаемую жидкость / Ю. А. Блинков, А. В. Месян-жин, Л. И. Могилевич, А. В. Черненко // Прикладная математика и механика. – 2017. – № 11. – С. 73–85.
- 3 Эволюция уединенных гидроупругих волн деформации в двух коаксиальных цилиндрических оболочках с физической нелинейностью Шамеля / Ю. А. Блинков, Л. И. Могилевич, В. С. Попов, Е. В. Попова // Вычислительная механика сплошных сред. – 2023. – Т. 16, № 4. – С. 430–444.
- 4 Динамика осесимметричного течения вязкой несжимаемой жидкости в упругой трубе кругового и кольцевого сечений / Р. В. Агеев, Е. В. Евдокимова, И. А. Ковалева, Л. И. Могилевич // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. – 2017. – № 3. – URL: <https://mathmod.esrae.ru/15-50> (дата обращения: 10.09.2025).
- 5 Моделирование волновых процессов в двух соосных оболочках заполненных вязкой жидкостью с учетом инерции ее движения и окружающей упругой средой / Ю. А. Блинков, Е. В. Евдокимова, Л. И. Могилевич, Д. В. Кондратов // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. – 2019. – № 2. – URL: <https://mathmod.esrae.ru/25-94> (дата обращения: 10.09.2025).
- 6 Продольные волны в соосных упругих оболочках с учетом конструкционного демпфирования и с жидкостью внутри / Ю. А. Блинков, С. В. Иванов, Л. И. Могилевич [и др.] // Труды МАИ. – 2021. – № 117. – DOI: 10.34759/trd-2021-117-04.
- 7 Волны деформации в двух соосных, физически нелинейных оболочках с конструкционным демпфированием, взаимодействующих с окружающей средой и заполненных жидкостью / Л. И. Могилевич, Ю. А. Блинков, С. В. Иванов [и др.] // Вестник Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана. Сер. «Приборостроение». – 2022. – № 3 (140). – С. 34–60.
- 8 Весницкий, А. И. Волны в системах с движущимися границами и нагрузками. / А. И. Весницкий. – М. : Физматлит, 2001. – 321 с.