

**МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ КОЛЕБАНИЙ В ТЕРМОУПРУГОМ СЛОЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФИЗИЧЕСКИ ИНФОРМИРОВАННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ***У. С. ГЛУМОВА, Я. А. ВАХТЕРОВА**Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация**Г. В. ФЕДОТЕНКОВ**Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация**НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация*

Данная научная работа посвящена исследованию возможностей применения методов глубокого машинного обучения, в частности, подхода на основе физически информированных нейронных сетей (Physics-Informed Neural Networks, PINN) для решения нестационарных связанных задач механики термоупругих тел. Актуальность исследования обусловлена тем, что традиционные численные методы решения систем уравнений математической физики, дополненных граничными и начальными условиями, зачастую требуют значительных вычислительных ресурсов и временных затрат, в то время как многие практические задачи, особенно в таких областях, как авиастроение, машиностроение и строительство, требуют эффективных и точных методов моделирования. Физически информированное машинное обучение представляет собой новый многообещающий подход, который позволяет интегрировать априорные знания о физических законах непосредственно в процесс обучения нейронных сетей, что особенно важно для задач, где другие методы оказываются недостаточно эффективными.

Основной целью работы является демонстрация применения методов глубокого машинного обучения к решению нестационарных задач связанной термоупругости, в частности, процессов нестационарных термоупругих колебаний в изотропном слое постоянной толщины. В рамках исследования представлены замкнутые математические постановки соответствующих задач, которые включают системы уравнений в частных производных, описывающие взаимосвязанные механические и тепловые поля. Методологическая основа работы базируется на аппроксимации искомых функций – перемещений и изменения температуры в слое – с помощью глубоких полносвязных нейронных сетей, которые выступают в роли универсальных аппроксиматоров. Ключевым аспектом подхода является использование нейронных сетей с физическим подкреплением, где физические законы, начальные и граничные условия непосредственно встраиваются в процесс обучения через функцию потерь.

Процесс обучения нейронной сети заключается в поиске таких значений весов и смещений, при которых выход сети аппроксимирует решение исходной задачи с заданной точностью. Важно отметить, что при использовании дифференцируемых функций активации вся нейронная сеть становится дифференцируемой функцией как по входным переменным (пространственно-временным координатам), так и по внутренним параметрам (весам и смещениям), что позволяет применять методы градиентной оптимизации. Пространственно-временная область, в которой ищется решение, дискретизируется с помощью множества случайно распределенных точек коллокации, что обеспечивает универсальность метода и отсутствие необходимости построения сетки. Исходная начальнокраяя задача преобразуется в эквивалентную задачу математической оптимизации, целью которой является минимизация функции потерь, представляющей собой сумму норм невязок всех уравнений и условий математической постановки, вычисленных в точках коллокации. Эта функция зависит от большого числа обучаемых переменных (весов и смещений сети), количество которых в глубоких сетях существенно превышает число нейронов.

Для минимизации функции потерь в работе используется алгоритм Adam (Adaptive Moment Estimation), который является вариантом метода градиентного спуска и хорошо зарекомендовал себя для задач оптимизации в глубоком обучении благодаря своей эффективности и устойчивости. В результате применения данного подхода получены решения ряда задач о нестационарных термоупругих колебаниях изотропного слоя. Для валидации результатов проведено сравнение с численными

решениями, полученными с помощью метода конечных разностей. Сравнение показало, что физически информированные нейронные сети способны аппроксимировать решения нестационарных задач теории термоупругости с достаточной для практических приложений точностью.

*Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда (Грант РНФ № 23-29-00680), выданного Московскому авиационному институту.*

#### Список литературы

- 1 **Земсков, А. В.** Одномерные нестационарные задачи термоупругости : учеб. пособие / А. В. Земсков, Д. В. Тарлаковский, Г. В. Федотенков. – М. : Изд-во МАИ, 2023 – 96 с.
- 2 **Хайкин, С.** Нейронные сети: полный курс / С. Хайкин. – 2-е изд. – М. : Вильямс, 2006. – 1104 с.
- 3 **Kingma, D. P.** A Method for Stochastic Optimization / D. P. Kingma, J. L. Ba. – 2017. – URL: <https://arxiv.org/abs/1412.6980> (date of access: 10.09.2025). – DOI: 10.48550/arXiv.1412.6980.
- 4 **Федотенков, Г. В.** Определение нестационарной нагрузки на балку Тимошенко / Г. В. Федотенков, Д. В. Тарлаковский, Ю. А. Вахтерова // Лобачевский Ю. Математика. – 2019. – Т. 40, № 4. – С. 439–447. – DOI: 10.1134/S1995080219040061.
- 5 **Тарлаковский, А. М.** PINNs для моделирования течения подземных вод в пористых средах / А. М. Тарлаковский, С. О. Марреро // Adv. Водные ресурсы. – 2020. – Т. 141. – С. 103610. – DOI: 10.1016/j.advwatres.2020.103610.

УДК 629.7.054.011

## О ПОДХОДЕ К РАСЧЕТУ ТЕПЛООВОГО ДРЕЙФА ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКОГО ГИРОСКОПА С УЧЕТОМ КВАДРУПОЛЬНОГО СПОСОБА НАМОТКИ ВОЛОКНА

*А. В. ГОЛИКОВ*

*Институт проблем точной механики и управления Российской академии наук – обособленное структурное подразделение Федерального исследовательского центра «Саратовский научный центр РАН»*

*В. С. ПОПОВ*

*Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А., Российская Федерация*

Гироскопические датчики играют важную роль в навигационных системах подвижных объектов, в железнодорожном транспорте (поезда на монорельсах), современных гаджетах, инклинометрах и др.

Существует несколько видов таких датчиков, которые различаются принципом действия и классом точности. Одной из разновидностей является волоконно-оптический гироскоп (ВОГ). Теория и практика ВОГ достаточно хорошо разработана, однако задача повышения точности и надежности гироскопов такого типа не теряет актуальности. Одним из источников погрешностей ВОГ являются температурные возмущения и для решения задач минимизации их влияния необходимо всестороннее исследование тепловых процессов, приводящих к искажению выходного сигнала (тепловому дрейфу), в т. ч. путем компьютерного моделирования.

Анализ исследований в этом направлении показал, что механизм, приводящий к появлению ложного сигнала вследствие температурного воздействия, обусловлен двумя основными факторами: изменением показателя преломления оптического волокна при изменении температуры (термооптическая составляющая) и термоупругими деформациями, также приводящими к изменению оптических характеристик волокна (упругооптическая составляющая) [1–3].

В настоящей работе приводится пример решения задачи расчета теплового дрейфа ВОГ с учетом специального способа намотки оптического волокна на катушку (чувствительный элемент ВОГ).

Методика расчета теплового дрейфа состоит из следующих этапов.

1 Решение задачи расчета нестационарного температурного поля ВОГ в условиях внешних температурных возмущений. Данная задача решается на основе хорошо апробированного метода элементарных тепловых балансов [2].

2 На основе полученных на первом этапе данных выполняется расчет нестационарного термоупругого напряженно-деформированного состояния (НДС) чувствительной катушки волоконно-