3 **Бураковский, В. В.** Теория вероятностей и математическая статистика : лабораторный практикум : в 2 ч. Ч. 2 / В. В. Бураковский, Н. М. Курносенко. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2003. – 39 с.

4 **Бураковский, В. В.** Лабораторный практикум по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика» для студентов математического и экономического факультетов / В. В. Бураковский. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 1993. – 42 с.

УДК 378.1:517

# ТЕОРИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ: СТРУКТУРНАЯ СХЕМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ И ДРУГИЕ СМЕЖНЫЕ ВОПРОСЫ

*Л. Л. ВЕЛИКОВИЧ*
*Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого, Республика Беларусь*

Труднее всего увидеть очевидное и поймать его за «хвост».
*Из научного фольклора*

## 1 Некоторые начальные сведения и установки

Целью теории решения задач (ТРЗ) является исследование закономерностей процесса поиска решения задач с последующей их формализацией. Как правило, сам процесс поиска решения задачи можно представить в следующем виде:

1 Чтение условия задачи.

2 Первичный анализ (что дано, требуемый конечный результат (ТКР), очевидные связи), цель которого – осознание условия задачи.

3 Попытка создания пилотного сценария [1, с. 78–79] посредством гипотетической интроспекции [2, с. 32–33] с последующим его анализом на пригодность. Здесь возможны три подхода: глобальный, локальный и комбинированный. Хорошей иллюстрацией разделения на глобальный и локальный подходы могут служить две схемы применения интегрального исчисления. Так, при глобальном подходе мы составляем интегральную сумму, скажем, для всего отрезка интегрирования, а при локальном – достаточно составить соотношение между дифференциалами рассматриваемых величин на отдельной малой части нашего отрезка.

В большинстве случаев, конечно, используется комбинированный подход, когда мы практически одновременно работаем как со всей задачей, так и с ее частями (фрагментами) (см. далее задачу 2).

В завершение этой части статьи расшифруем некоторые термины, используемые в дальнейшем.

*Объект* – основное неопределяемое понятие математики.

*Информация* – совокупность фактов.

*Факт* – высказывание о наличии связи между объектами.

*Связь* – основное неопределяемое понятие ТРЗ.

*Теоретическое положение*: информация передается только через связь.

*Ситуация* – совокупность объектов и связей между ними (молекулярный объект).

*Связная пара* – минимальная ситуация, состоящая из двух объектов и связи между ними (в терминологии теории графов – это ребро).

**2 Структурная схема решения задач (ССРЗ)**

Внутри данной конкретной задачи удобно произвести следующую классификацию объектов по их роли (функции), которую они будут исполнять в дальнейшем.

I *Базовые объекты*. Их опять удобно разделить:

1) на атомарные объекты, примерами которых являются числа, точки, прямые, плоскости, буквы;

2) молекулярные объекты. Они конструируются из атомарных объектов. Это – аксиомы, определения, теоремы, паттерны различных типов (стандартные ситуации).

II *Объекты-посредники*, играющие роль связей (в терминологии (I, T, S)-анализа – это инструменты (tools)) [2, с. 12–13]. Примерами могут служить операции, отношения (скажем, отношение принадлежности: $a \in A$), сами базовые объекты, например: $\left.\begin{matrix} a > b \\ b > c \end{matrix}\right\} \Rightarrow a > c.$ Очевидно, здесь число $b$ выступает в качестве объекта-посредника.

Теперь, собственно, займемся описанием ССРЗ, которую можно рассматривать как попытку (надеюсь, удачную) формализации процесса поиска решения задачи (ну и, конечно, самого решения).

*Определение.* ССРЗ будем называть некоторую совокупность структурных единиц, объединенных общей целью достижения ТКР и соединенных последовательно или параллельно.

Теперь поговорим о строении самой структурной единицы. Она включает четыре элемента: объект, челнок, стрелу, мешок (в моей терминологии) (рисунок 1).

*Comments.*

**а)** $t_1$, $t_2$, … – инструменты (объекты-посредники);

**б)** 1, 2, 3, 4 – базовые объекты;

**в)** $I_1$, $I_2$, … – информация (удобно мыслить, что мы ее складываем в мешки).

Как работает структурная единица и вся схема? Приведем соответствующий алгоритм.

*Comments.*

**а)** $t_1$, $t_2$, … – инструменты (объекты-посредники);

**б)** 1, 2, 3, 4 – базовые объекты;

**в)** $I_1$, $I_2$, … – информация (удобно мыслить, что мы ее складываем в мешки).

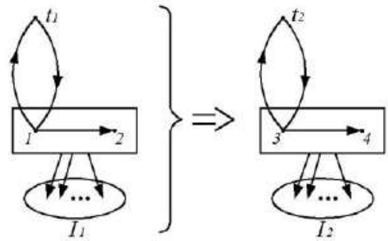


Рисунок 1

Как работает структурная единица и вся схема? Приведем соответствующий алгоритм.

***Ш1.*** Находим базовый объект, который кажется нам перспективным (на рисунке это объект № 1).

***Ш2.*** Для нахождения второго объекта в связной паре (1→2) выходим в информационную базу задачи (ИБЗ) по восходящей дуге (1, $t_1$) челнока в поисках подходящего инструмента $t_1$. Предположим, что нам удалось его найти.

***Ш3***. Возвращаемся к нашему объекту № 1 по нисходящей дуге ($t_1$,1) челнока и производим соответствующее действие, результатом которого должна быть связная пара (1→2) (именно ее я называю *стрелой*).

***Ш4***. Добываем из нее максимальное количество информации.

***Ш5***. Ищем новый базовый объект (см. № 3).

*Примечание 1* – В «челноке» каждый из элементов допускает наглядную интерпретацию в рамках (I, T, S)-анализа. А именно: восходящая дуга соответствует ситуации-идее (это – идея), а нисходящая дуга, т. е. применение инструмента к объекту № 1 (операция) – это шаг в (I, T, S)-анализе.

*Примечание 2* – При создании «челнока» мы сталкиваемся с самой высокой степенью неопределенности. *Во-первых*, надо выбрать объект № 1 (это может быть сразу вся задача или ее часть) и это – главное достижение, если он удачно выбран. *Во-вторых*, надо подобрать необходимый объект-посредник (инструмент), чтобы с его помощью по объекту № 1 найти объект № 2. *В-третьих*, чтобы наполнить «мешок» информацией придется затратить определенные усилия. Приведем два примера простых задач, иллюстрирующих работу ОСРЗ.

***Задача № 1***. Найдите значение выражения $81x_0$, где $x_0$ – наибольший корень уравнения $\dfrac{x^2}{4x^2+4x+1}-\dfrac{6x}{2x+1}+5=0$.

*Решение.* Выбор объекта № 1 очевиден: $\dfrac{x}{2x+1}=z$.

Объект № 2 тоже на виду. Это $\dfrac{x^2}{4x^2+4x+1}=z^2$.

Связь (1→2) (стрела) осуществляется с помощью следующих правил-инструментов из ИБЗ:

**а)** $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$;

**б)** $\left(\dfrac{a}{b}\right)^2=\dfrac{a^2}{b^2}$,

а также операции идентификации – введение обозначения $\dfrac{x}{2x+1}=z$. Именно она приводит нас к стандартной ситуации из ИБЗ под названием *квадратное уравнение*, а далее все происходит по основной схеме решения задач (ОСРЗ) [2, с. 8].

***Задача № 2.*** Найдите площадь описанной равнобедренной трапеции, если точка касания вписанной в нее окружности делит боковую сторону на отрезки 4 и 9 см (рисунок 2).

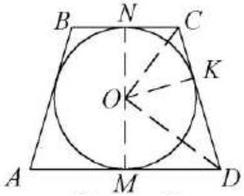

Рисунок 2

*Решение.* В качестве объекта № 1 выступает вся трапеция и вот первый поход в ИБЗ: $S_{ABCD}=\dfrac{a+b}{2}\cdot h$, где $a$ – нижнее основание, $b$ – верхнее основание трапеции, $h$ – ее высота.

Вторая связь $h = 2r$ получается как итог второго похода в ИБЗ за следующим фактом-инструментом: множеством точек, равноудаленных от сторон полосы, является ее средняя линия.

Чтобы получить следующую связь $OK^2 = CK \cdot DK = 4 \cdot 9 = 36$ см$^2$, придется прежде всего создать новый объект – $\Delta COD$, а затем, «пошарив» в ИБЗ, доказать, что он прямоугольный (используются следующие факты: свойство биссектрисы угла; местоположение центра окружности, вписанной в многоугольник; свойство внутренних односторонних углов при параллельных прямых $AD$ и $BC$ и секущей $CD$). Далее включается известная теорема: свойство перпендикуляра, опущенного из вершины прямого угла на гипотенузу. Затем используем свойство четырехугольника, описанного около окружности: $AB + CD = 2CD = a + b = 2 \cdot 13 = 26$ см.

Завершение решения очевидно:

$$S_{ABCD}=\frac{2\cdot 13}{2}\cdot 12=156 \text{ см}^2.$$

*Примечание-задание 3* – Подсчитать количество походов в ИБЗ при решении этой простенькой задачи.

**3 Заключительные замечания**

1 По существу ССРЗ есть не что иное, как методика построения связных пар, а это – основная часть метода связных пар (МСП) [2, с.17–23].

2 Идеи, высказанные в настоящей работе, достаточно тесно переплетается с концепциями, развитыми в [3, см., например, с. 105–108]. Ведь на процесс поиска решения задачи можно смотреть с позиции теории управления (в частности, теории принятия решений) в условиях той или иной степени неопределенности.

**Список литературы**

1 **Великович, Л. Л.** Некоторые новые категории и результаты теории решения задач / Л. Л. Великович // Научные и методические аспекты математической подготовки в университетах технического профиля : материалы Междунар. науч.-практ. конф., Гомель, 18 апр. 2024 г. / М-во транспорта и коммуникаций Респ. Беларусь, Бел. гос. ун-т трансп.; под ред Ю. И. Кулаженко. – Гомель : БелГУТ, 2024. – С. 76–80.

2 **Великович, Л. Л.** Теория решения задач: новый взгляд на старые истины : брошюра для математиков: студентов, репетиторов, профессионалов / Л. Л. Великович. – М. : БИЛИНГВА, 2023. – 72 с.

3 Теоретическая инноватика : учеб. и практикум для вузов / И. А. Брусакова, В. Л. Горохов, В. А. Дрещинский [и др.]; под ред. И. А. Брусаковой. – М. : Юрайт, 2025. – 333 с. – (Высшее образование).

УДК 378.147:517.9

## РЕШЕНИЕ ПРАКТИКО-ОРИЕТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ НА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЯХ ПО ТЕМЕ «СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ»

*Т. А. ВЛАСЮК, И. И. СОСНОВСКИЙ*
*Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель*

Одним из важных разделов курса высшей математики является раздел «Дифференциальные уравнения и их системы». Важность этого раздела в том, то многие процессы в физике, технике, экономике приводят в конечном итоге к дифференциальным уравнениям и их системам. Решение задач на практических занятиях по этой теме, на наш взгляд, должно предполагать тематику, которая соответствует специальности обучающегося. Это позволит мотивировать студента к изучению данной темы, а также даст необходимые умения и навыки в моделировании процессов, изучаемых в рамках конкретной специализации.

Одна из интересных моделей для использования систем дифференциальных уравнений изложена в работе Арнольда В. И. [1]. Создадим про-