

учебный процесс через мониторинг частоты посещений платформы, времени, затраченного на выполнение заданий, участие в форумах и дискуссиях.

Таким образом, применение адаптивных обучающих систем позволяет формировать гибкую, эффективную и мотивирующую образовательную среду, соответствующую задачам подготовки высококвалифицированных специалистов.

### **Список литературы**

1 О Концепции развития системы образования Республики Беларусь до 2030 года : постановление Совета Министров Респ. Беларусь от 30 нояб. 2021 г. № 683 // Нац. правовой Интернет-портал Респ. Беларусь. – URL : <https://pravo.by/document/?guid=12551&p0=C22100683&p1=1&p5=0> (дата обращения: 15.09.2025).

2 Создание и использование электронного образовательного ресурса «Высшая математика» для реализации модели смешанного обучения студентов БГУИР / О. Н. Малышева, Е. А. Баркова, Н. В. Князюк [и др.] // Математическая подготовка в университетах технического профиля : непрерывность образования, преемственность, инновации : материалы Междунар. науч.-практ. конф., Гомель, 5–6 нояб. 2020 г. / Белорусс. гос. ун-т транспорта; редкол. : Ю. И. Кулаженко [и др.]. – Гомель : БелГУТ, 2020. – С. 102–105.

3 Кречетов, И. А. Принципы реализации технологии адаптивного обучения / И. А. Кречетов // Современное образование : проблемы взаимосвязи образовательных и профессиональных стандартов : материалы Междунар. науч.-метод. конф., 28–29 янв. 2016 г., Томск : Изд-во ТУСУРа. – 2016. – С. 116–118.

УДК 378.147

## **О МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ ХИМИКОВ-ТЕХНОЛОГОВ**

*Е. В. КОВАЛЕВА<sup>1</sup>, И. В. ГАРИСТ<sup>2</sup>, В. Э. ГАРИСТ<sup>2</sup>*

*<sup>1</sup>Могилевский государственный университет им. А. А. Кулешова,  
Республика Беларусь*

*<sup>2</sup>Белорусский государственный университет пищевых и химических  
технологий, г. Могилев*

Хорошо известно, что качественное образование будущего инженера предполагает разумный баланс теории и практических навыков. В частности, иллюстрация теоретического материала примерами из профильной предметной области дополнительно мотивирует изучение и позволяет глубже понять материал.

Курс линейной алгебры (в рамках курса высшей математики) в УО БГУТ для студентов всех специальностей изучается на протяжении 1-го семестра. Кроме стандартных заданий, связанных с матричной алгеброй и решением абстрактных систем линейных уравнений различными методами, студентам были предложены задания из [1, с. 327], связанные с химическим профилем специальности и опирающиеся на изучаемый математический аппарат.

Рассмотрим множество веществ  $\{V_i\}$ ,  $i=1, K, l$ , которые могут вступать в  $k$  реакций друг с другом. С точки зрения математики протекающие

реакции описываются линейными уравнениями вида  $\sum_{j=1}^p s_{ij} V_j = \sum_{j=p+1}^i \bar{s}_{ij} V_j$ ,

$i=1, K, k$ , образующими систему линейных уравнений. Коэффициенты системы  $s_{ij}$  характеризуют количественно пропорции вступающих в реакцию

веществ, а коэффициенты  $\bar{s}_{ij}$  характеризуют количественно пропорции получающихся в результате этой реакции веществ. Такие и уравнения, и коэффициенты системы называются стехиометрическими. Очевидно, что си-

стема линейных уравнений однородная:  $\left\{ \sum_{j=1}^i s_{ij} V_j = 0, i=1, K, k \right.$ . С этой

системой связаны стехиометрическая матрица  $S = \begin{pmatrix} s_{11} & K & s_{1i} \\ K & K & K \\ s_{k1} & K & s_{ki} \end{pmatrix}$  и матри-

ца веществ  $V = \begin{pmatrix} V_1 \\ K \\ V_i \end{pmatrix}$ . В свою очередь, матрица веществ  $V = \begin{pmatrix} V_1 \\ K \\ V_i \end{pmatrix}$  пред-

ставляется в виде  $\begin{pmatrix} V_1 \\ K \\ V_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & K & a_{1n} \\ K & K & K \\ a_{i1} & K & a_{in} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ K \\ a_n \end{pmatrix}$ . Матрица  $\begin{pmatrix} a_1 \\ K \\ a_n \end{pmatrix}$  характери-

зует набор атомов, из которых состоят вещества  $V_i$ ,  $i=1, K, l$ , а атомная

матрица  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & K & a_{1n} \\ K & K & K \\ a_{i1} & K & a_{in} \end{pmatrix}$  имеет своими элементами количества таких

атомов в веществе. При этом фактическое поведение смесей опирается на

независимые реакции, число которых связано с решением ещё одной однородной системы:  $A^T \cdot S = 0$ . От ранга  $r$  атомной матрицы  $A$  зависит максимальное число независимых реакций в смеси из  $l$  веществ (стехиометрическое правило Гиббса). Другими словами, продуктивное описание химических реакций связано на широком использовании понятий, теории и методов линейной алгебры, в частности теории матриц.

При нахождении нетривиальных решений однородных систем линейных уравнений важно найти удобное для этих решений описание. При этом решение систем линейных уравнений с применением компьютерных технологий не только помогает студенту глубже понять взаимосвязи и технику матричного анализа, но и позволяет контролировать правильность вычислений «вручную». Проиллюстрируем (рисунок 1) эти положения на примерах конкретных химических задач в системе компьютерной математики (СКМ) SMath Studio [2]. О причинах выбора именно этой СКМ можно посмотреть в [3].

$$V := \begin{bmatrix} "CH\_4" \\ "CH\_2\ O" \\ "O\_2" \\ "H\_2\ O" \end{bmatrix} \quad a := \begin{bmatrix} "H" \\ "C" \\ "O" \end{bmatrix} \quad A := \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A^T = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{rank}(A) = 3$$

Рисунок 1 – Составление атомной матрицы и матрицы системы

Однородная система с матрицей  $A^T$  имеет нетривиальные (четырёхкоординатные) решения. Найдём их, опираясь на возможности СКМ SMath Studio (рисунок 2).

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \left( -1 \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \cdot x4 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot x4 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Рисунок 2 – Решение СЛУ (при свободной переменной  $x_4 = 1$ )

Интерпретация полученного решения – следующее уравнение химической реакции:  $\text{CH}_4 + \text{CH}_2\text{O} - \text{O}_2 + \text{H}_2\text{O} = 0$  или  $\text{CH}_4 + \text{O}_2 = \text{CH}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O}$ .

Матрица (на основе решения)  $(-1 \ 1 \ -1 \ 1)$  – стехиометрическая.

Рассмотрим (рисунок 3) более громоздкую ситуацию с двумя свободными переменными.

$$V := \begin{bmatrix} "CH_3OH" \\ "CO" \\ "H_2" \\ "CO_2" \\ "H_2O" \end{bmatrix} \quad a := \begin{bmatrix} "H" \\ "C" \\ "O" \end{bmatrix} \quad A := \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A^T = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{rank}(A) = 3$$

Рисунок 3 – Составление атомной матрицы и матрицы системы

Однородная система с матрицей  $A^T$  имеет нетривиальные (пятикоординатные) решения. Найдём их, обращаясь к СКМ SMath Studio. Выразим базисные переменные через свободные (рисунок 4).

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \cdot (-1) \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot x1 + \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \cdot (-1) \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot x5 = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot x1 + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot x5$$

Рисунок 4 – Выражение базисных переменных через свободные

Выпишем далее (рисунок 5) пятикоординатные решения при конкретных значениях свободных переменных  $x_1 = 0$ ;  $x_5 = 1$ ; и  $x_1 = 1$ ;  $x_5 = 0$ :

$$resh[x1; x5] := \begin{cases} \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot x1 + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot x5 \\ \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot x1 + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot x5 \\ \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot x1 + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot x5 \end{cases} \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ x5 \end{array}$$

$$resh(0; 1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad resh(1; 0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Рисунок 5 – Частные решения в явном виде

Стехиометрическая матрица формируется из полученных решений:  
 $S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ . Интерпретация:  $\begin{cases} CO_2 + H_2 = CO + H_2O \\ CO + 2H_2 = CH_3OH \end{cases}$ .

### Список литературы

1 Скатецкий, В. Г. Математические методы в химии : учеб. пособие для студентов вузов / В. Г. Скатецкий, Д. В. Свиридов, В. И. Яшкин. – Минск : ТетраСистемс, 2006. – 368 с.

2 Официальный сайт программы SMath Studio. – С.-Петербург, 2006–2025. – URL : <https://smath.info/ru-RU> (дата обращения : 02.09.2025).

**3 Гарист, В. Э.** Элементы аналитической геометрии в системах компьютерной математики / В. Э. Гарист // Преподавание математики в высшей школе и работа с одарёнными студентами в современных условиях : материалы Междунар. науч.-практ. семинара, 18 февр. 2021 г., г. Могилёв / Бел.-Рос. ун-т. – Могилёв, 2021. – С. 35–37.

УДК 378.147:51

## ОБ УЛУЧШЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

*А. И. МИТЮХИН<sup>1</sup>, В. В. ШУЛЬГОВ<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, г. Минск*

<sup>2</sup>*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, г. Минск*

Постепенный переход к технологиям Индустрии 4.0, начавшийся в конце XX столетия, усиливает значение математики как инструмента для поиска инновационных решений в технологиях [1], понимание новых текущих технических проблем в различных отраслях индустрии. Развитие современных цифровых технологий также опирается на многие разделы математики, специальные быстрые вычислительные алгоритмы [2] и пр. В связи с этим возникает проблема более эффективного совершенствования математического образования инженеров. В конечном итоге нерешенные проблемы сказываются на качестве обучения в техническом университете. Определим и исследуем базисные причины и проблемы, влияющие на качество математического обучения в контексте цифровой трансформации.

*Проблемы математического образования инженеров.* Отчасти проблемы можно объяснить на основе следующих утверждений.

1 Переход на программы бакалавриата и магистратуры, когда неизбежно сокращаются часы по математике на первой ступени высшего образования.

2 Опыт показывает, что проблемой математического образования является и то, что учебный материал (лекции, практические занятия и др.) по инженерным специальностям во многих технических университетах имеет абстрактный характер и сложен для понимания. Абстрактный характер лекционных материалов, математических определений, задач, упражнений, не связанных с конкретными техническими прикладными примерами, способствует тому, что материал быстро забывается многими студентами. Даже хорошо подготовленные студенты считают учебный процесс по математике сложным.