

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

Кафедра «Графика»

Г. Т. ПОДГОРНОВА, О. В. НИКИТИН

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

**Учебно-методическое пособие с вариантами заданий контрольных работ
для студентов ФБО немеханических специальностей**

Гомель 2009

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

Кафедра «Графика»

Г. Т. ПОДГОРНОВА, О. В. НИКИТИН

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Учебно-методическое пособие с вариантами заданий контрольных работ
для студентов ФБО немеханических специальностей

Одобрено методической комиссией факультета ФБО

Гомель 2009

УДК 514. 18
ББК 22.151.0
П44

Рецензент – канд. техн. наук, доц. Т.К. Королик (УО «БелГУТ»)

Подгорнова, Г. Т.

П44 Начертательная геометрия : учеб.-метод. пособие с вариантами заданий контрольных работ для студентов ФБО немеханических специальностей / Г. Т. Подгорнова, О. В. Никитин ; М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2009. – 31 с.
ISBN 978-985-468-504-5

В краткой форме изложены основные положения начертательной геометрии. Приведены подробные указания к выполнению всех задач контрольных работ, примеры оформления заданий. Задания к контрольным работам являются многовариантными.

Предназначено для студентов ФБО специальностей: 1-37 02 04 «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте»; 1-44 01 03 «Организация перевозок и управление на железнодорожном транспорте»; 1-44 01 01 «Организация перевозок и управление на автомобильном и городском транспорте».

УДК 514.18
ББК 22.151.0

ISBN 978-985-468-504-5

© Подгорнова Г.Т., Никитин О.В., 2009
© Оформление. УО «БелГУТ», 2009

ВВЕДЕНИЕ

Изучение начертательной геометрии и инженерной графики необходимо для приобретения навыков и знаний, позволяющих составлять и читать технические чертежи, а также для развития пространственного воображения. Общим для начертательной геометрии и черчения является метод построения изображений, называемый методом проецирования. В начертательной геометрии изучают теоретические основы этого метода, в инженерной графике – его практическое использование.

При изучении начертательной геометрии студенты приобретают знания по построению изображений, решению позиционных и метрических задач.

Успех изучения начертательной геометрии зависит от самого студента: от его умения организовывать учебный процесс, от настойчивости и добросовестности.

Изучать начертательную геометрию необходимо последовательно, не пропуская вопросы, предусмотренные рабочей программой.

Необходимо избегать механического запоминания теорем, отдельных формулировок и особенно решений задач. При этом следует сознательно стремиться к развитию пространственного мышления. Нельзя приступать к решению задачи, не уяснив ее сущности, не составив плана ее решения в пространстве, не определив теоретические предпосылки графического изображения.

Для лучшего усвоения курса рекомендуется работать с учебником по меньшей мере дважды. Вначале нужно прочитать материал одной темы и проследить за всеми построениями на иллюстрациях. Затем, для окончательного закрепления материала, необходимо самостоятельно решить задачи, приведенные в учебниках. Желательно законспектировать основные положения данной темы. К изучению следующей темы можно приступать, лишь усвоив предыдущую.

Основная форма работы студента ФБО – самостоятельное изучение материала по учебникам и учебным пособиям.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Тема 1. Введение. Предмет начертательной геометрии. Методы проецирования. Точка

Центральное и параллельное проецирование. Основные свойства параллельных проекций. Пространственная модель координатных плоскостей проекций. Эпюр Монжа. Проекции точки.

Тема 2. Прямая

Проекция отрезков прямых линий. Следы прямой. Определение длины отрезка прямой и угла его наклона к плоскостям проекций. Взаимное положение прямых линий. Проецирование углов.

Тема 3. Плоскость

Способы задания плоскостей. Классификация плоскостей. Взаимное положение плоскостей, прямой и плоскости.

Тема 4. Способы преобразования проекций

Сущность преобразования проекций способом замены плоскостей проекций. Способ вращения

Тема 5. Многогранники

Пересечение многогранников плоскостью и прямой линией. Взаимное пересечение многогранников. Развертки многогранников.

Тема 6. Поверхности

Образование и задание поверхностей. Понятие об определителе и очерке поверхности. Линия и точка на поверхности. Пересечение поверхности плоскостями. Общий прием построения плоских сечений. Построение точек пересечения прямой с поверхностью. Взаимное пересечение поверхностей. Способы секущих плоскостей и секущих сфер.

Тема 7. Развертки поверхностей

Общие принципы построения разверток поверхностей.

Тема 8. Аксонометрические проекции

Виды аксонометрии и коэффициенты искажения. Прямоугольные изометрические проекции. Прямоугольные диметрические проекции.

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

По курсу «Начертательная геометрия» студенты специальностей 1-37 02 04 «Автоматика телемеханика и связь на железнодорожном транспорте», 1- 44 01 01 «Организация перевозок и управление на автомобильном и городском транспорте», 1-44 01 03 «Организация перевозок и управление на железнодорожном транспорте» выполняют две контрольные работы. Каждая работа состоит из нескольких задач, которые выполняются по индивидуальным вариантам. Номер варианта выдается студенту преподавателем на установочной сессии.

Выполнять задания контрольных работ следует в той последовательности, в которой они приведены в данном пособии.

Каждое задание контрольных работ выполняется на отдельном листе стандартной чертежной бумаги формата А3 (297 x 420), только на одной стороне листа. Поле чертежа ограничивается рамкой слева – 20 мм от линии обреза листа, с других трех сторон – 5 мм. В правом нижнем углу формата, вплотную к рамке, вычерчивается основная надпись.

Все построения выполняются карандашом в тонких линиях. При окончательном оформлении линии видимого контура построенных геометрических объектов обводятся сплошной линией толщиной 0,6 – 0,8 мм, линии невидимого контура - штриховой 0,3 – 0,4 мм, все остальные – тонкие 0,2 мм. Данные геометрические объекты (прямые, плоские фигуры, поверхности и т.д.) показывают черным цветом, искомые (линии пересечения, плоские сечения, определяемые величины метрических задач) – красным, линии построений – синим, зеленым и т.д. в соответствии с этапом решения задачи.

Следует иметь в виду, что все поверхности выполнены из непрозрачного материала. Поэтому, при пересечении поверхности с другими геометрическими образами, линии, проходящие внутри поверхности, должны быть изображены тонкими штриховыми линиями, как линии невидимого контура.

Для каждого задания желательно составлять и размещать на чертеже алгоритм решения задачи. При разработке алгоритма следует пользоваться символами геометрического языка. Основные из них приведены в таблице 1.

При оформлении чертежей контрольных работ необходимо учитывать требования следующих ГОСТов ЕСКД: ГОСТ 2.301-68. Форматы, ГОСТ 2.302-68. Масштабы, ГОСТ 2.303-68. Линии, ГОСТ 2.304-87. Шрифты чертежные.

Листы выполненной контрольной работы складываются до формата А4 по ГОСТ 2.501-68, сшиваются и оформляются титульным листом. Образец титульного листа приведен в приложении А.

На рецензию направляется контрольная работа, которая содержит все входящие в нее задачи. Замечания рецензента на чертежах удалять нельзя.

На повторную рецензию, в случае большого количества ошибок, нужно предоставлять всю работу полностью со всеми предыдущими рецензиями по ней и с исправленными или заново сделанными задачами. Готовность работы к защите определяется наличием положительной рецензии преподавателя. После защиты всех работ студент допускается к сдаче экзамена.

Таблица 1 – Условные обозначения геометрических символов

Обозначение	Содержание
A, B, C	Точки, расположенные в пространстве
a, b, m	Линии, произвольно расположенные по отношению к плоскостям проекций
h, f, p	Горизонталь, фронталь, профильная прямая
P, Q, R, θ, Φ	Плоскости произвольные, поверхности
Π_1	Горизонтальная плоскость проекций
Π_2	Фронтальная плоскость проекций
Π_3	Профильная плоскость проекций
Π_4, Π_5, \dots	Дополнительные плоскости проекций (применяются при решении задач методом замены плоскостей проекций)
Ox, Oy, Oz	Система координатных осей
$A(x, y, z)$	Координаты точки
A_1, ℓ_1, P_1	Проекции точек, линий, плоскости на горизонтальной плоскости проекций
A_2, ℓ_2, P_2	Проекции точек, линий, плоскости на фронтальной плоскости проекций
$ AB $	Натуральная величина отрезка прямой AB
$\angle \alpha; \angle \beta$	Углы α, β
A_4', α_4'	Новое, отличное от первоначального, положение проекций геометрических образов
$\hat{\angle} ABC; \alpha$	Размер угла
$=$	Результат действия, равно
\equiv	Совпадение геометрических образов
\parallel	Параллельность
\perp	Перпендикулярность
\cdot	Скрещивание
\times	Пересечение
\cup	Касание
$\overrightarrow{\quad}$	Направление проецирования
\in	Принадлежность элемента множеству
\subset, \supset	Включение (содержит в себе)
\cap	Объединение множеств
\cup	Пересечение множеств
\Rightarrow	Логическое следствие

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Контрольная работа № 1 состоит из трех листов формата А3. Данные вариантов контрольной работы приведены в таблице 2. Все значения даны в миллиметрах. Чертежи выполняются в масштабе 1:1.

Задача 1.1. Даны координаты точек A, B и C . Требуется определить: а) длину отрезка прямой AB ; б) величину углов наклона прямой к фронтальной (Π_2) и горизонтальной (Π_1) плоскостям проекций; в) следы прямой; г) прямую, проходящую через точку C и параллельную прямой AB ; д) горизонтальную или фронтальную прямую, проходящую через точку C и пересекающую прямую AB .

Пример выполнения задачи 1.1 (лист 1) приведен в приложении Б.

Для решения задачи необходимо самостоятельно изучить по учебнику «Начертательная геометрия» следующие разделы: эпюр Монжа; проекции точек; проекции отрезков прямых линий; следы

прямой линии; определение длины отрезка прямой линии и углов наклона прямой к плоскостям проекций; взаимное расположение прямых линий.

Таблица 2 – Данные к задачам контрольной работы № 1

№ варианта	A			B			C			D			E			K			S			H
	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z	
1	75	25	0	30	15	50	10	50	20	40	10	5	65	45	35	10	35	35	60	45	55	35
2	45	20	60	0	10	20	60	65	25	30	10	10	65	50	45	0	30	40	75	25	10	40
3	45	5	55	5	45	10	70	15	0	30	5	0	65	30	30	10	30	45	65	65	50	30
4	65	0	20	0	50	60	10	10	0	30	0	50	55	40	0	0	25	15	35	60	5	40
5	35	60	35	5	25	10	60	30	5	30	50	0	55	20	25	10	15	30	55	10	50	45
6	45	55	5	5	10	50	70	0	20	35	0	10	65	30	35	15	30	55	75	55	65	40
7	80	0	30	10	15	10	60	30	50	25	30	30	50	0	45	90	20	20	70	45	0	50
8	80	20	10	45	0	70	0	45	40	5	55	50	30	0	15	65	30	65	10	0	15	55
9	40	5	55	0	50	10	65	20	0	70	40	30	25	0	0	0	25	45	70	65	35	60
10	75	15	50	35	0	0	10	45	20	15	25	5	70	35	10	40	0	45	70	50	5	35
11	45	15	55	0	5	25	60	60	10	10	30	40	25	5	5	65	45	45	60	10	20	50
12	10	20	35	55	50	10	80	0	60	20	40	60	90	25	50	45	5	10	20	50	45	35
13	75	20	0	5	10	15	55	50	30	15	0	25	70	10	25	30	55	5	65	0	40	40
14	80	10	20	45	70	0	0	40	45	10	65	50	30	10	5	75	35	35	10	15	0	30
15	75	0	25	30	50	15	10	20	50	70	35	45	40	5	10	10	45	55	60	55	45	35
16	45	55	5	5	10	45	70	0	15	0	30	30	30	0	0	65	40	35	65	50	65	40
17	35	35	60	5	10	25	60	5	30	30	0	55	70	25	15	15	35	20	55	50	10	50
18	60	20	65	45	60	10	5	35	25	35	15	0	10	55	55	70	35	25	75	10	25	45
19	60	10	60	0	25	5	45	55	15	70	35	30	20	0	65	30	50	0	60	20	10	50
20	10	35	20	55	10	50	80	60	25	20	15	0	90	25	5	40	55	55	20	45	50	30

Указания к решению задачи

1 По координатам точек A , B и C , взятым по своему варианту из таблицы, построить проекции отрезка прямой AB и точку C .

2 Длину отрезка прямой AB определить способом прямоугольного треугольника, построив его дважды – на горизонтальной (Π_1) и фронтальной (Π_2) плоскостях проекций. Для этого к горизонтальной проекции A_1B_1 , например, в точке B_1 восстанавливаем перпендикуляр, на котором откладываем разность высот точек A и B от плоскости Π_1 , т. е. ($Z_B - Z_A$), определяем положение точки B_0 . A_1B_0 является натуральной величиной отрезка. Аналогичное действие производим на фронтальной плоскости проекций.

3 Угол между соответствующей проекцией прямой и ее натуральной величиной является углом наклона этой прямой к соответствующей плоскости проекции.

4 Горизонтальный (M) и фронтальный (N) следы прямой построить исходя из условий принадлежности их прямой AB и пересечения этой прямой с соответствующей плоскостью проекций Π_1 или Π_2 . Для построения фронтального следа N необходимо горизонтальную проекцию прямой A_1B_1 продлить до пересечения с осью X , найти точку N_1 , из этой точки провести перпендикуляр к оси X до пересечения с продолжением фронтальной проекции A_2B_2 . Найденная точка является искомым фронтальным следом N прямой, совпадающим со своей фронтальной проекцией N_2 .

Аналогично определяется горизонтальный след прямой M и его проекции M_1 и M_2 .

5 Прямую L построить, используя свойство параллельности двух прямых. Через проекции точки C ($C_1; C_2$) провести проекции искомой прямой K_1 и K_2 параллельно соответствующим проекциям отрезка прямой AB .

6 Прямую уровня, горизонтальную или фронтальную, построить исходя из условия параллельности этой прямой соответствующей плоскости проекций. Так, горизонтальную прямую начинают строить с ее фронтальной проекции h_2 , учитывая, что она должна проходить через фронтальную проекцию точки C_2 , пересекать фронтальную проекцию прямой A_2B_2 в точке 1_2 и быть параллельной плоскости проекции Π_1 . Горизонтальную проекцию h_1 горизонтальной прямой строят по точкам C_1 и горизонтальной проекции точки пересечения прямых 1_1 .

Аналогично строят фронтальную прямую.

Задача 1.2. Даны координаты точек A, B, C и D, E, K . Требуется построить линию пересечения двух треугольников ABC и DEK , определить их видимость.

Пример выполнения задачи 1.2 (лист 2) приведен в приложении Б.

Для решения задачи необходимо самостоятельно изучить следующие разделы: задание плоскости; пересечение прямых линий и плоскостей проецирующими плоскостями; пересечение прямых линий с плоскостями общего положения; взаимное пересечение плоскостей общего положения.

Указания к решению задачи

1 По координатам точек A, B, C, D, E, K , взятым по своему варианту из таблицы 2, построить проекции треугольников ABC и DEK .

2 Линия пересечения треугольников строится по точкам пересечения сторон одного треугольника с другим. Для этого одну из сторон любого треугольника заключают во вспомогательную проецирующую плоскость. В нашем примере через сторону KD проведена горизонтально-проецирующая плоскость $S_{\Pi 1}$ ($K_1D_1 \equiv S_{\Pi 1}$). Затем определяем линию пересечения плоскости $S_{\Pi 1}$ с плоскостью треугольника ABC . Это – линия 1-2 ($1_1-2_1; 1_2-2_2$). Точка пересечения линии 1-2 с K_2D_2 будет фронтальной проекцией M_2 точки пересечения прямой KD с плоскостью ABC . По фронтальной проекции точки M_2 , спроецировав ее на K_1D_1 , определяем горизонтальную проекцию M_1 точки пересечения.

3 Аналогично определяем точку N . В нашем примере для определения точки N через сторону BC проведена фронтально-проецирующая плоскость $Q_{\Pi 2}$ ($B_2C_2 \equiv Q_{\Pi 2}$), которая пересекает плоскость треугольника DEK по линии 3-4 ($3_2-4_2; 3_1-4_1$). Точка N (N_1N_2) является точкой пересечения прямой BC с плоскостью DEK . MN ($M_1N_1; M_2N_2$) – линия пересечения заданных треугольников.

4 Видимость сторон треугольников определяем способом конкурирующих точек. Из двух конкурирующих точек видимой считается та, у которой больше соответствующая координата, т. е. эта точка расположена ближе к наблюдателю. Например, рассмотрим конкурирующие точки 3 и 5, у которых $3_2 \equiv 5_2$; но $3_3 < 5_3$, следовательно, сторона BC , которой принадлежит точка 5, расположена ближе к наблюдателю и B_2C_2 будет видимой на плоскости проекций Π_2 до линии пересечения треугольников. Видимость относительно плоскости проекций Π_1 определяется аналогично по конкурирующим точкам 1 и 6, у которых $1_1 \equiv 6_1$, но $3_6 < 3_1$. Следовательно, A_1B_1 будет видимой на плоскости проекций Π_1 до линии пересечения треугольников.

Задача 1.3. Даны координаты точек A, B, C и расстояние H . Требуется построить плоскость, параллельную плоскости треугольника ABC и отстоящую от нее на заданном расстоянии H (см. таблицу 2).

Пример выполнения задачи 1.3 (лист 2) приведен в приложении Б.

Для решения данной задачи необходимо изучить следующие разделы: прямые линии и плоскости, параллельные плоскости; прямые линии и плоскости, перпендикулярные к плоскости; определение натуральной величины способом вращения.

Указания к выполнению задачи

1 По координатам точек A, B, C , взятым по своему варианту из таблицы 2, построить проекции треугольника ABC .

2 Из произвольной точки заданной плоскости (целесообразнее из вершины треугольника) восстановить перпендикуляр к плоскости. При этом следует исходить из следующего положения: если прямая перпендикулярна плоскости, то ее фронтальная проекция перпендикулярна к фронтальной проекции фронтали плоскости, а горизонтальная – перпендикулярна к горизонтальной проекции горизонтали плоскости.

3 Следовательно, сначала в плоскости треугольника ABC проводим горизонталь и фронталь. В нашем случае горизонталью h является прямая $A-2$ ($A_2-2_2; A_1-2_1$), фронталью f – прямая $C-1$ ($C_1-1_1; C_2-1_2$). Из вершины A ($A_1; A_2$) проводим перпендикуляр к плоскости, ограничивая его произвольной точкой K ($K_1; K_2$): $A_1K_1 \perp A_1 2_1, A_2K_2 \perp C_2 1_2$.

4 Определяем натуральную величину отрезка перпендикуляра AK методом прямоугольного треугольника или методом вращения. На натуральной величине отрезка перпендикуляра откладываем заданное по варианту расстояние H от плоскости (в нашем случае – от проекции вершины A). Определяем проекции точки M , ограничивающей заданное расстояние, на проекциях перпендикуляра. Это точки M_1 и M_2 .

5 Через найденные проекции точки M ($M_1; M_2$) проводим искомую плоскость, соблюдая условие параллельности двух плоскостей.

Задача 1.4. Даны координаты точек A, B, C и S (см. таблицу 2). Требуется построить проекции пирамиды $SABC$ и определить: а) высоту пирамиды (расстояние от точки S до плоскости основания ABC); б) натуральную величину основания ABC ; в) величину двугранного угла; г) расстояние между скрещивающимися прямыми.

Пример выполнения задачи 1.4 (лист 3) приведен в приложении Б.

Для решения задачи необходимо самостоятельно рассмотреть сущность преобразования проекций способом замены плоскостей проекций.

Указания к выполнению задачи

1 Высота пирамиды измеряется длиной перпендикуляра, опущенного из точки S на плоскость треугольника ABC . Этот перпендикуляр проецируется в натуральную величину на ту плоскость проекций, относительно которой данная плоскость треугольника ABC является проецирующей. Чтобы преобразовать плоскость треугольника ABC в проецирующую плоскость, вводим новую плоскость Π_4 перпендикулярно горизонтали h плоскости треугольника ABC и переходим к системе плоскостей Π_1/Π_4 . Новую ось $X_{1,4}$ проводим перпендикулярно к $C_1l_1(h_1)$. Проводя через горизонтальные проекции вершин треугольника линии связи, перпендикулярные к новой оси $X_{1,4}$, откладываем на этих прямых от оси $X_{1,4}$ отрезки, равные высотам точек A, B, C (z_A, z_B, z_C). Новая проекция $A_4B_4C_4$ представляет собой прямую линию. Спроецировав в систему Π_1/Π_4 точку S и проведя перпендикуляр из точки S_4 на проецирующую плоскость $A_4B_4C_4$, определяем искомую высоту пирамиды. Это отрезок S_4O_4 .

2 Определение натуральной величины основания ABC требует двойной замены плоскостей проекций. Смысл первой замены и переход к системе Π_1/Π_4 заключается в преобразовании плоскости треугольника в проецирующую. Этот процесс описан выше. Второй этап решения задачи заключается в переходе от системы Π_1/Π_4 к системе Π_4/Π_5 . Новая плоскость Π_5 устанавливается параллельно треугольнику, а значит, новая ось $X_{4,5}$ проводится параллельно прямой $A_4B_4C_4$. Через указанные точки проводят перпендикуляры к новой оси и на них от оси $X_{4,5}$ откладывают отрезки, равные расстояниям от горизонтальных проекций точек $A_1B_1C_1$ до оси $X_{1,4}$. Построенная проекция $A_5B_5C_5$ является натуральной величиной основания ABC .

3 При определении величины двугранного угла между смежными гранями ребро, при котором определяется двугранный угол, выбирается самостоятельно исходя из удобства выполнения чертежа.

На примере (см. приложение Б) показано нахождение двугранного угла при ребре SC . Последовательно переходя от системы Π_1/Π_2 к $\Pi_2/\tilde{\Pi}'_4$ и к $\tilde{\Pi}'_4/\tilde{\Pi}'_5$, прямую SC преобразуем в точку. При первой замене плоскость $\tilde{\Pi}'_4$ располагается параллельно SC , следовательно, новую ось $X_{2,4'}$ проводят параллельно проекции S_2C_2 . Проводя через фронтальные проекции точек прямые, перпендикулярные к оси $X_{2,4'}$, откладываем от оси $X_{2,4'}$ отрезки, равные долготам точек A, B, C, S (y_A, y_B, y_C, y_S). Соединив полученные точки, получим проекцию двугранного угла в системе $\Pi_2/\tilde{\Pi}'_4$.

При второй замене новую плоскость $\tilde{\Pi}'_5$ располагают перпендикулярно ребру SC , т. е. ось $X_{4',5'}$ проводят перпендикулярно проекции $S'_4C'_4$. Проецируем точки на плоскость $\tilde{\Pi}'_5$ и на линиях связи точек, перпендикулярных к оси $X_{4',5'}$, от этой оси откладываем отрезки, равные расстояниям от фронтальных проекций точек A_2, B_2, C_2, S_2 до оси $X_{2,4'}$. На плоскость $\tilde{\Pi}'_5$ ребро SC проецируется в точку ($S'_5 \equiv C'_5$), а плоскости боковых граней становятся проецирующими. Угол при $S'_5C'_5$ является искомым.

4 При определении расстояния между скрещивающимися прямыми пара таких прямых выбирается самостоятельно. Желательно не выбирать в качестве одной из прямых ребро, при котором определялся двугранный угол. На примере (см. приложение Б) показано определение расстояния между скрещивающимися прямыми AC и SB . Задача сводится к преобразованию чертежа, в результате которого проекция одной из выбранных прямых должна стать точкой. В нашем примере это прямая AC .

При первой замене (переход от системы Π_1/Π_2 к $\Pi_1/\tilde{\Pi}''_4$) ось $X_{1,4''}$ проводится параллельно горизонтальной проекции прямой A_1C_1 . На линиях связи точек от оси $X_{1,4''}$ откладывают отрезки, равные высотам точек $Z_a; Z_c; Z_b; Z_c$. Соединив найденные точки, получаем проекции прямых $A''_4C''_4$ и $S''_4B''_4$.

При второй замене (переход от системы $\Pi_1/\tilde{\Pi}''_4$ к $\tilde{\Pi}''_4/\tilde{\Pi}''_5$) ось $X_{4'',5''}$ проводится перпендикулярно проекции прямой $A''_4C''_4$. Откладывая от оси $X_{4'',5''}$ на линиях связи точек отрезки, равные расстояниям

от горизонтальных проекций точек A_1, C_1 и S_1, B_1 до оси $X_{1,4}''$, получим проекцию прямой $S_5''B_5''$, а прямая AC спроецируется в точку $A_5'' \equiv C_5''$. Проведя из этой точки перпендикуляр к проекции прямой $S_5''B_5''$ получим искомое расстояние между скрещивающимися прямыми (отрезок $K_5''E_5''$).

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Контрольная работа № 2 состоит из трех листов формата А3. Данные вариантов контрольной работы приведены на рисунках 1-3.

Все размеры даются в миллиметрах. Условия задач вычерчиваются по заданным размерам в масштабе 1:1. Размеры на чертежах не проставляются.

Задача 2.1. Даны многогранник и плоскость общего положения (рисунок 1). Проекция многогранника вычертить согласно варианту по указанным размерам. Плоскость треугольника задается произвольно в соответствии с приведенным рисунком.

Требуется: а) построить линию пересечения многогранника с плоскостью; б) построить развертку многогранника с нанесением линии пересечения.

Пример выполнения задачи 2.1 (лист 1) приведен в приложении Б.

Для решения задачи необходимо изучить следующие разделы: пересечение гранных поверхностей плоскостями; построение разверток гранных поверхностей.

Указания к выполнению задачи

Линия пересечения многогранника с плоскостью строится по точкам пересечения ребер многогранника с заданной плоскостью. Для нахождения точек пересечения ребра многогранника заключают во вспомогательные проецирующие плоскости (см. задачу 1.2).

В данном примере (см. приложение Б) ребра пирамиды заключены во фронтально-проецирующие плоскости. Так, через ребро SA проведена фронтально-проецирующая плоскость Q_{Π_2} ($S_2A_2 \equiv Q_{\Pi_2}$), которая пересекает плоскость треугольника MNK по линии 1-2 ($1_2-2_2; 1_1-2_1$). Точка пересечения линии 1-2₁ с проекцией ребра S_1A_1 будет горизонтальной проекцией E_1 точки пересечения этого ребра с плоскостью. Спроецировав найденную точку E_1 на фронтальную проекцию ребра S_2A_2 , определим фронтальную проекцию E_2 точки пересечения.

Аналогично определяются точки пересечения F и L ребер SB и SC с плоскостью. EFL – плоская линия пересечения.

Следует иметь в виду, что линия пересечения представляет собой ломаную линию и точки излома должны обязательно лежать на ребрах многогранника и сторонах плоскости треугольника. Невидимые участки линии пересечения должны переходить в видимые и наоборот в точках, лежащих на очерковых образующих.

Для построения развертки пирамиды необходимо определить натуральную величину ребер. Основание пирамиды на горизонтальную плоскость Π_1 проецируется в натуральную величину. В нашем примере натуральная величина ребер определяется методом вращения. Так, вращаем проекцию ребра S_1B_1 , чтобы она стала параллельна плоскости проекции Π_2 . Точка B описывает окружность, которая на плоскости Π_2 спроецируется в виде прямой линии B_2B_0 . S_2B_0 – натуральная величина ребра. Аналогично определена натуральная величина ребра SC . Ребро SA на фронтальной проекции (S_2A_2) проецируется в натуральную величину, так как это ребро является фронталью (S_1A_1 параллельна оси X).

Развертка строится методом треугольников по натуральной величине ребер ($SA=S_2A_2; SB=S_2B_0; AB=A_1B_1$ и т.д.).

Задача 2.2. Даны конус и проецирующая плоскость. Размеры конуса для всех вариантов одинаковы: диаметр 90 мм, высота 130 мм. Остальные данные берут по индивидуальным заданиям (рисунок 2).

Требуется: а) построить линию пересечения конуса с плоскостью; б) определить натуральную величину сечения; в) построить прямоугольную изометрическую аксонометрию конуса с сечением.

Пример выполнения задачи 2.2 (лист 2) приведен в приложении Б.

Для решения задачи необходимо изучить следующие разделы: пересечение поверхностей плоскостями; общий прием построения плоских сечений.

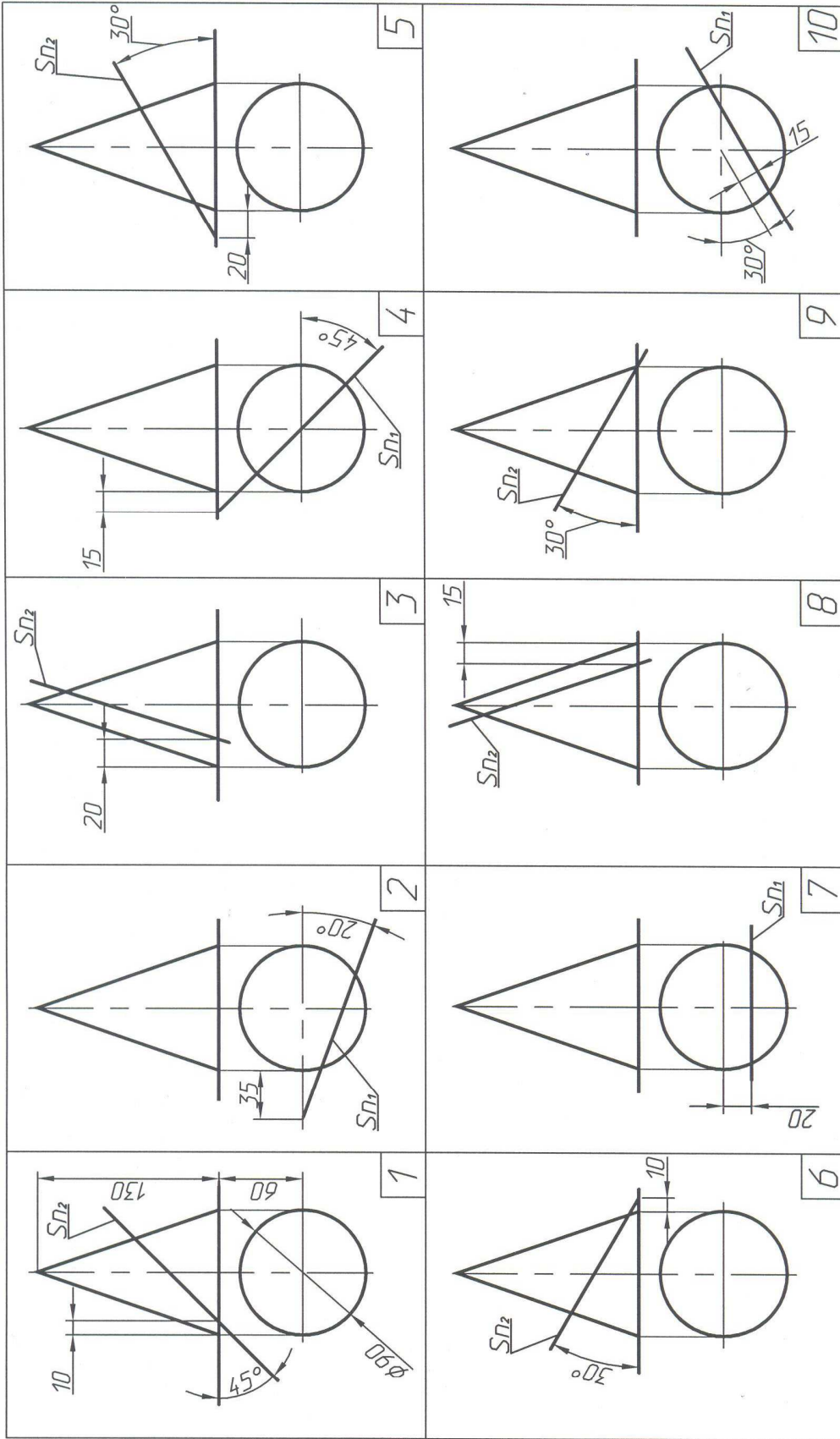


Рисунок 1 (начало) – Варианты заданий к задаче 2.1

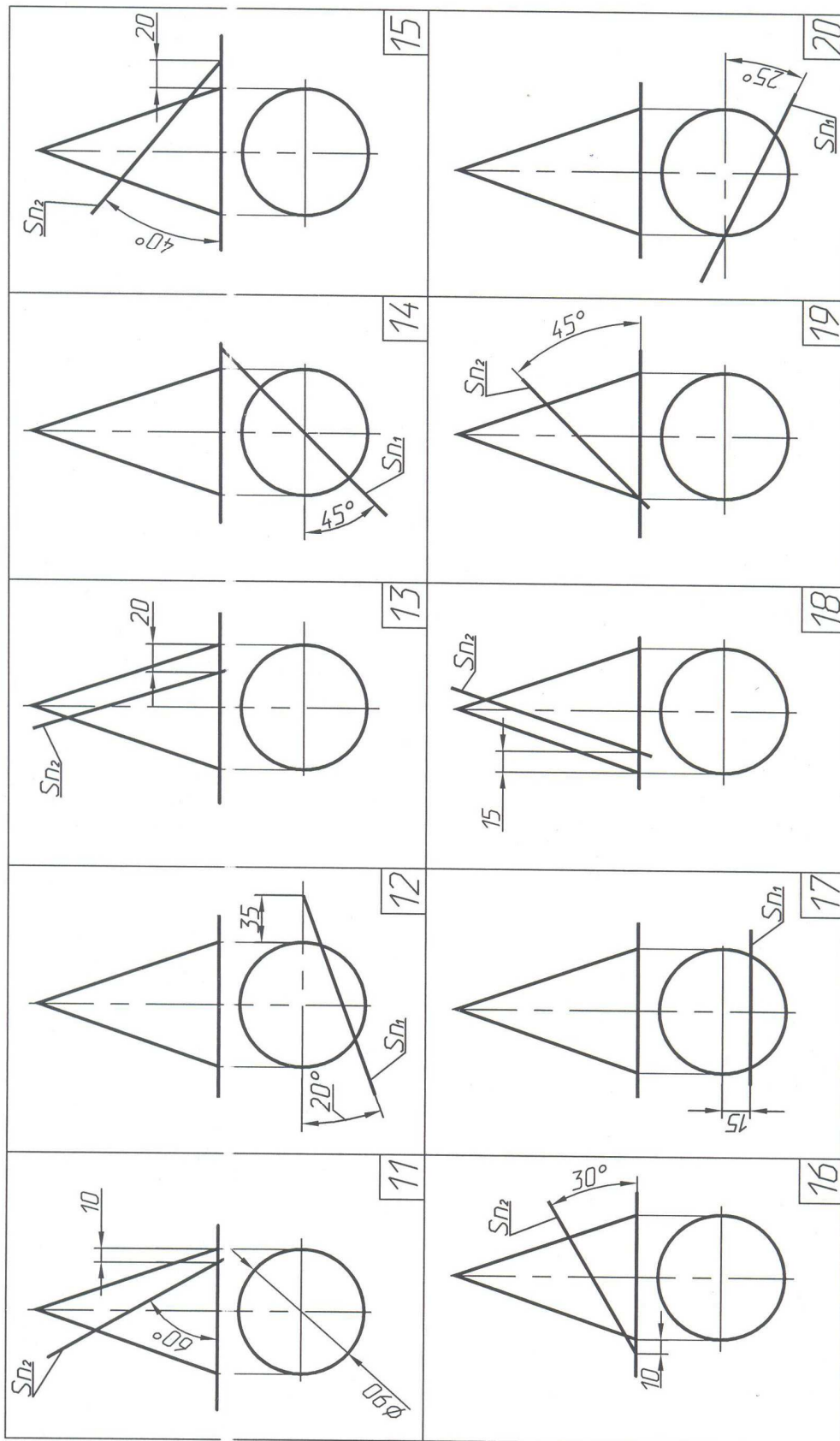


Рисунок 1 (окончание)

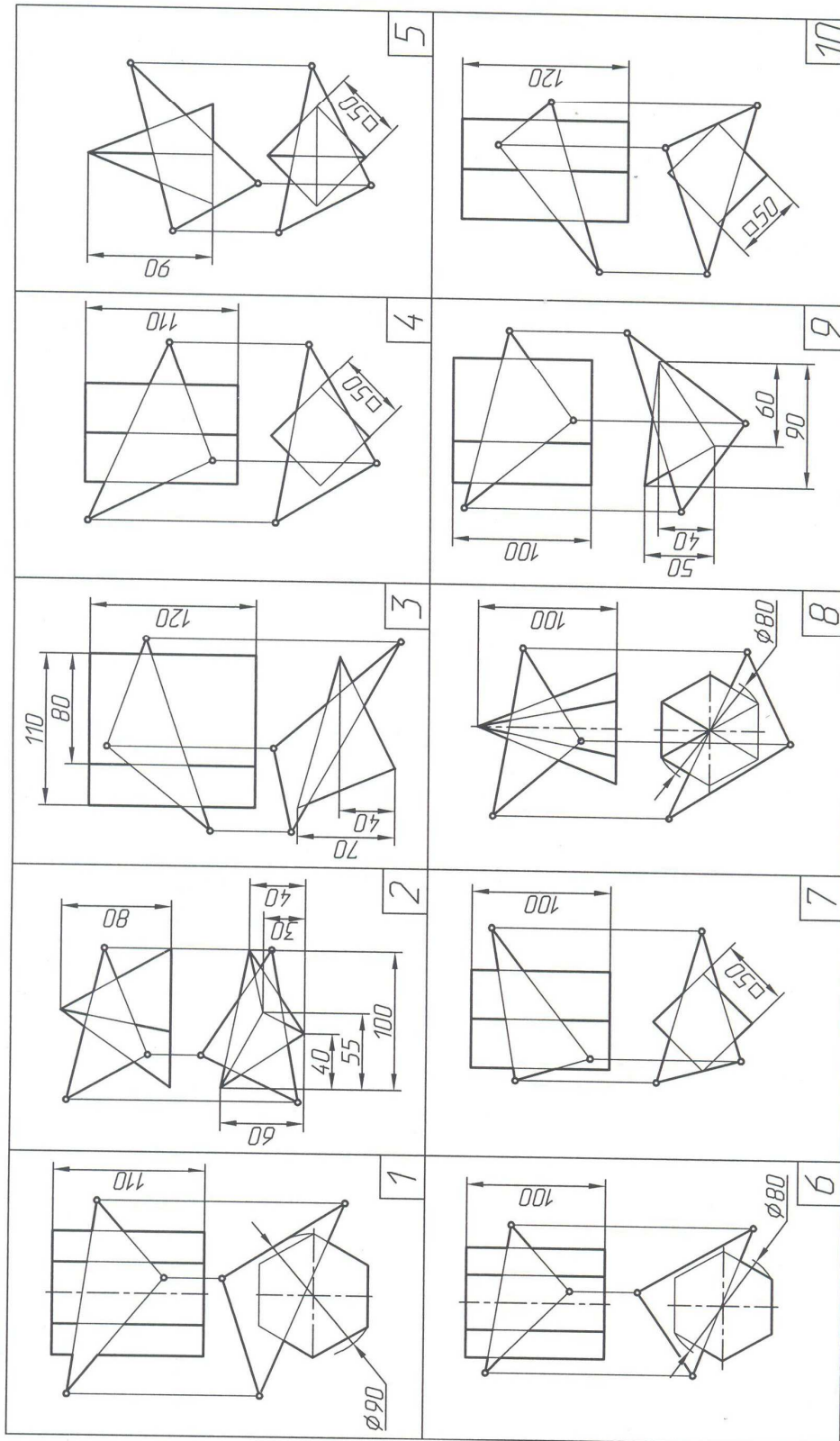


Рисунок 2 (начало) – Варианты заданий к задаче 2.2

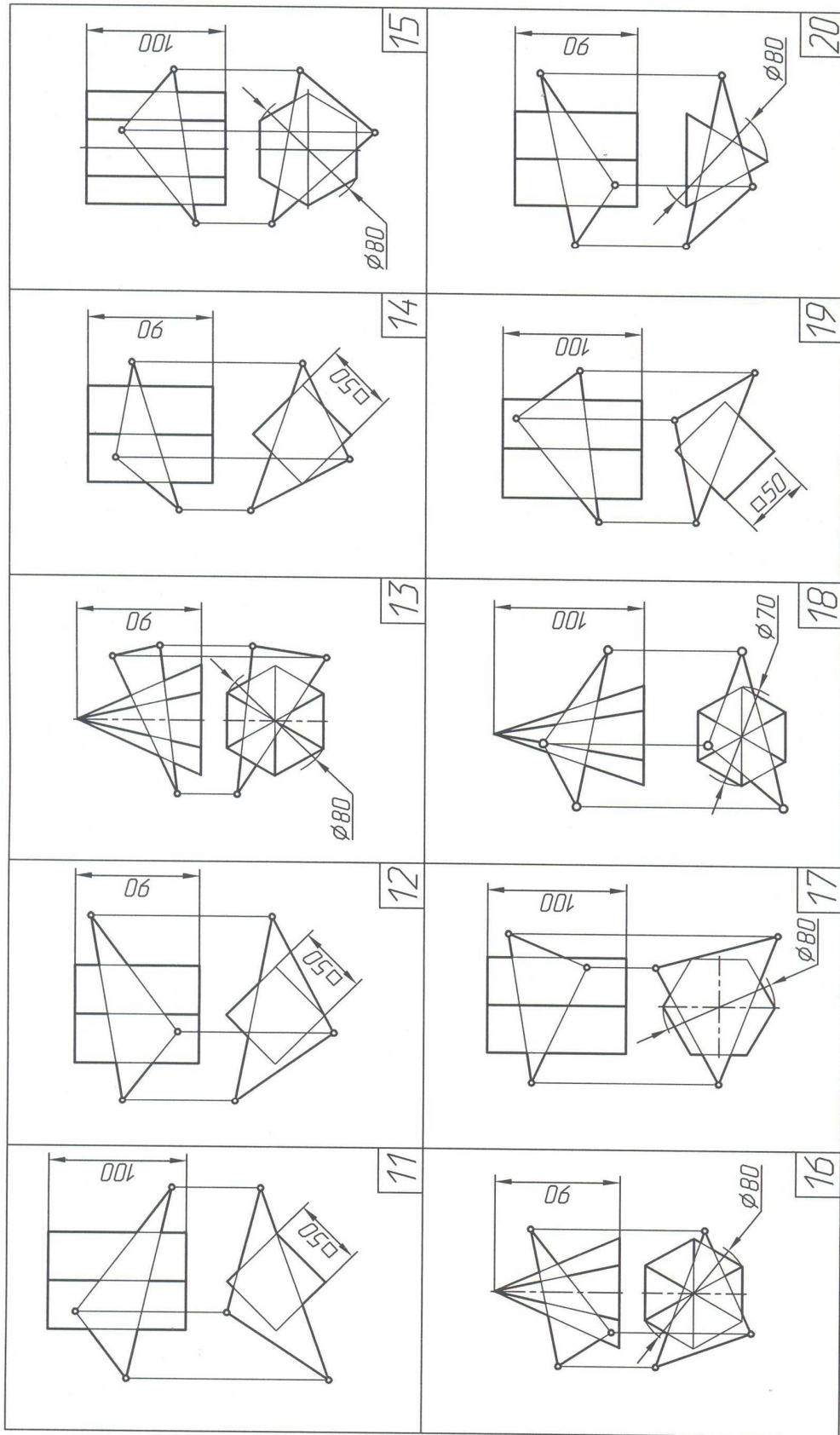


Рисунок 2 (окончание)

Указания к выполнению задачи

При пересечении конуса плоскостью могут быть получены следующие фигуры сечения: окружность, если секущая плоскость перпендикулярна оси вращения; эллипс, если секущая плоскость пересекает все образующие конуса; парабола, если секущая плоскость параллельна только одной образующей конуса; гипербола, если секущая плоскость параллельна двум образующим конуса; две прямые (образующие), если секущая плоскость проходит через вершину конуса.

В данном задании секущая плоскость является проецирующей. Следовательно, перечисленные фигуры сечения будут проецироваться на одну из плоскостей проекций в линию, совпадающую со следом плоскости, а на вторую – в проекцию фигуры сечения, построение которой сводится к нахождению проекций ряда точек сечения, расположенных на образующих или направляющих линиях заданного конуса.

Натуральную величину сечения определяют способами преобразования проекций. Способ преобразования выбирают самостоятельно, учитывая положение секущей плоскости и свободное место на поле чертежа.

В приведенном примере (см. приложение Б) натуральная величина сечения определена способом замены плоскостей проекций. Суть способа была рассмотрена выше (контрольная работа №1). Необходимо помнить, что координата точки на новой плоскости проекций (Π_4) равна координате точки на заменяемой плоскости проекций (Π_1). При построении аксонометрической проекции конуса с сечением необходимо выполнить следующее: на ортогональном изображении конуса выбрать направление осей координат для построения аксонометрии, затем в правой половине листа вычертить аксонометрические оси координат, соответствующие изометрии. Построить основание конуса в изометрии, при этом окружность перерождается в эллипс, который строится по большой и малой осям и четырем точкам, принадлежащим диаметрам, параллельным аксонометрическим осям. Затем, используя ортогональную проекцию фигуры сечения, построить ее вторичную проекцию в изометрии ($2'_0 4'_0 6'_0 8'_0 1'_0 9'_0 7'_0 5'_0 3'_0$). После этого для каждой точки вторичной проекции фигуры сечения откладывают соответствующую высоту и полученные точки последовательно соединяют. Затем вычерчивают крайние образующие конуса, которые являются касательными к основанию конуса и фигуре сечения.

Задача 2.3. Даны взаимно пересекающиеся поверхности (рисунок 3). Проекции поверхностей вычертить согласно варианту по указанным размерам. Требуется построить линию пересечения двух поверхностей способом вспомогательных секущих плоскостей.

Пример выполнения задачи 2.3 (лист 3) приведен в приложении Б.

Для решения задачи необходимо изучить разделы: взаимное пересечение поверхностей; способ вспомогательных секущих плоскостей.

Указания к выполнению задачи

При выборе вспомогательных секущих плоскостей необходимо помнить, что они должны одновременно пересечь обе поверхности и дать наипростейшие фигуры сечения. Для всех вариантов заданий такими плоскостями могут быть выбраны плоскости уровня: горизонтальные или фронтальные. Точками пересечения поверхностей являются точки пересечения контуров фигур сечения поверхностей, лежащих в одной и той же секущей плоскости. После определения ряда точек линии пересечения их последовательно соединяют плавной кривой линией, установив видимые и невидимые ее части. Затем видимые контурные линии поверхностей обводят сплошной основной линией, сохраняя все основные вспомогательные построения в тонких линиях.

В данном примере (см. приложение Б) пересекаются две поверхности вращения: сфера и цилиндр.

Цилиндр является проецирующим, поэтому линия пересечения данных поверхностей на плоскости Π_1 совпадает с очерком цилиндра. Для построения фронтальной проекции линии пересечения целесообразно применить фронтальные плоскости уровня Φ . Сечение от плоскостей Φ для цилиндра – прямоугольник, для сферы – окружность. Точки пересечения окружности и прямоугольника являются искомыми точками, принадлежащими линии пересечения сферы и цилиндра.

Задача 2.4. Даны две поверхности вращения с пересекающимися осями, параллельными одной из плоскостей проекций (рисунок 3). Проекции поверхностей вычертить по варианту в соответствии с указанными размерами. Требуется построить линию пересечения двух поверхно-

стей способом вспомогательных секущих сфер. Пример выполнения задачи 2.4 (лист 3) приведен в приложении Б.

Для решения задачи необходимо изучить раздел: взаимное пересечение поверхностей; способ вспомогательных секущих сфер.

Указания к выполнению задачи

Способ вспомогательных секущих сфер можно применить только при выполнении следующих условий: заданные поверхности – поверхности вращения; оси поверхностей параллельны одной из плоскостей проекций; оси поверхностей пересекаются между собой. Точка пересечения осей поверхностей является центром секущих сфер, которые пересекают заданные поверхности вращения по окружностям.

Сначала определяются опорные точки искомой линии пересечения, которые получаются с помощью сфер с минимальным и максимальным радиусами. Максимальным радиусом является отрезок прямой от центра сферы до наиболее удаленной точки пересечения очерков пересекающихся поверхностей. Минимальный радиус сферы определяется из условия касания сферы одной и пересечения другой пересекающихся поверхностей.

Затем строятся промежуточные точки с помощью сфер, радиус которых больше минимального, но меньше максимального радиусов.

В данном примере (см. приложение Б) рассмотрены две поверхности вращения – конус и цилиндр, оси которых пересекаются в точке O и параллельны плоскости Π_2 . Точку O принимаем за центр секущих сфер. Проекции сфер проводятся из фронтальной проекции точки O_2 .

R_{\min} в данном случае равен отрезку, проведенному из точки O_2 перпендикулярно к очерковым образующим конуса (отрезок O_2N_2). Сфера с таким радиусом касается очерковых образующих конуса в точках N_2 и пересекает очерковые образующие цилиндра. С помощью этой сферы определяем точки $5_2 \equiv 6_2$ и $7_2 \equiv 8_2$. R_{\max} означает, что выйти за пределы точек 3_2 и 4_2 линия пересечения не может. Точки пересечения очерковых образующих поверхностей 1_2 и 2_2 также являются опорными точками линии пересечения. Определяем промежуточные точки с помощью сферы радиусом R , где $R_{\max} > R > R_{\min}$. Эта сфера пересекает конус и цилиндр по окружностям, которые на плоскость Π_2 проецируются в виде прямых, перпендикулярных к соответствующим осям вращения поверхностей. При пересечении эти прямые дадут точки $9_2 \equiv 10_2$ и $11_2 \equiv 12_2$.

Соединяем найденные точки плавной кривой линией. Затем строим горизонтальную проекцию линии пересечения с помощью секущих горизонтальных плоскостей исходя из условия принадлежности точек линии пересечения конической поверхности.

Все линии построения на чертеже должны сохраняться. Окончательную обводку задачи выполнят с учетом видимости.

Две поверхности второго порядка в общем случае пересекаются по пространственной кривой линии четвертого порядка. В некоторых частных случаях эта кривая распадается на две плоские кривые второго порядка. В аналитической геометрии есть ряд теорем, доказывающих это.

В указанной задаче возможно построение линии пересечения с применением теоремы Монжа, которая сформулирована следующим образом: две поверхности второго порядка, вписанные или описанные вокруг третьей поверхности второго порядка, пересекаются между собой по двум плоским кривым второго порядка, т. е., если сфера с минимальным радиусом касается очерковых образующих двух заданных поверхностей, то линиями пересечения будут плоские кривые, которые лежат в плоскостях, перпендикулярных к плоскости симметрии поверхностей. И на плоскость проекций, оси поверхностей которых параллельны, линии пересечения спроецируются в виде прямых, проходящих через точки пересечения очерковых образующих заданных поверхностей вращения второго порядка.

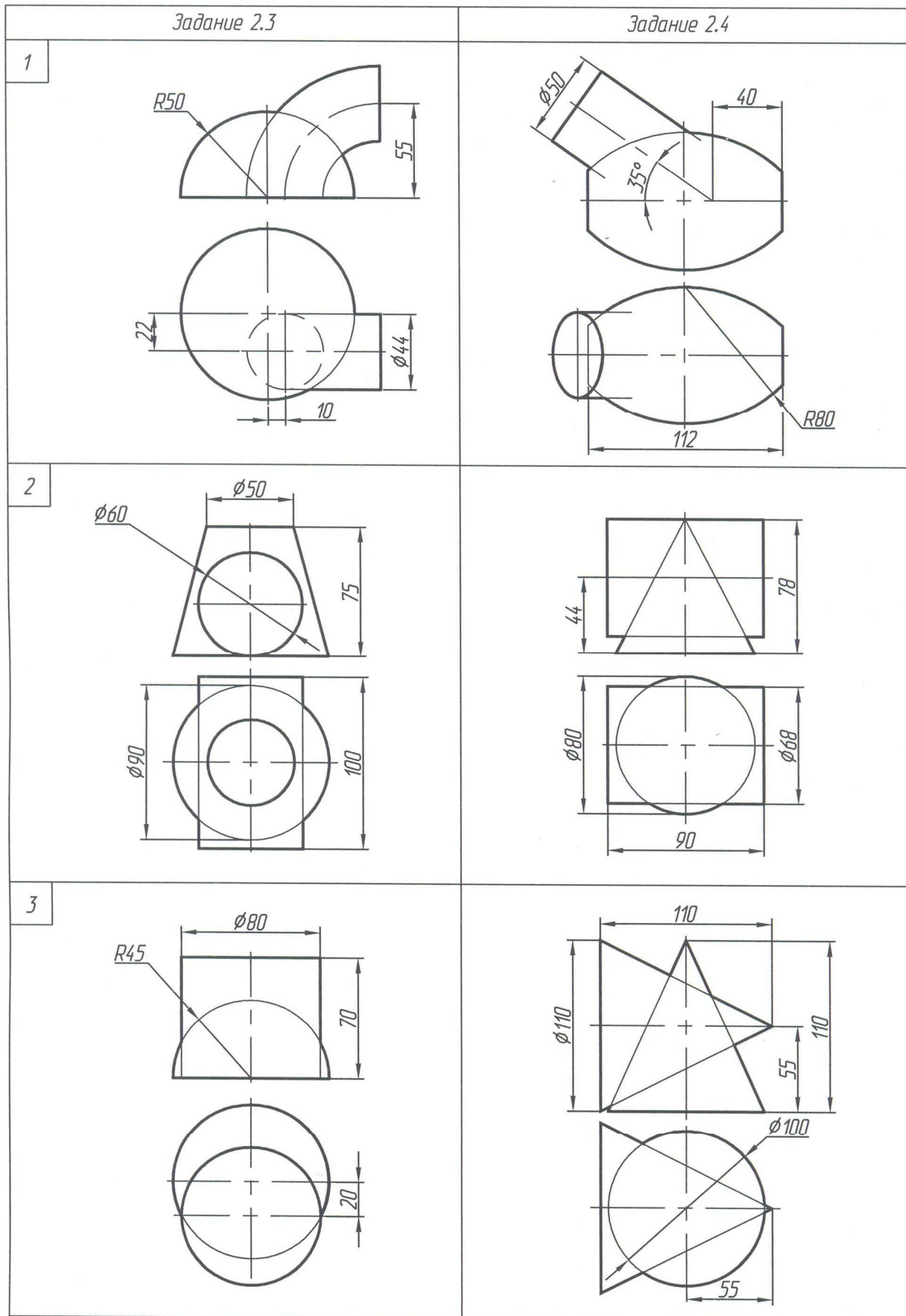


Рисунок 3 (начало) – Варианты заданий к задачам 2.3, 2.4

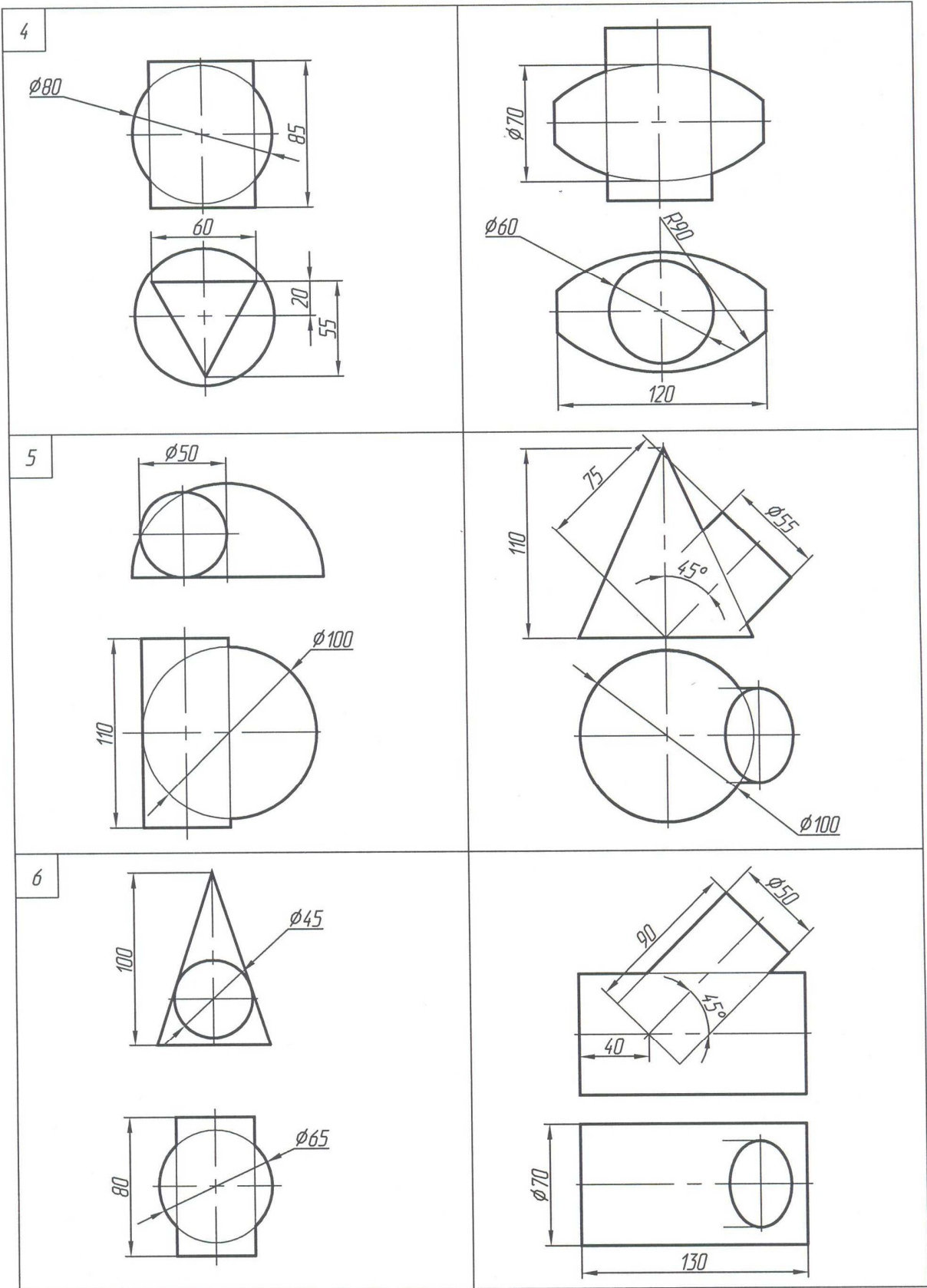


Рисунок 3 (продолжение)

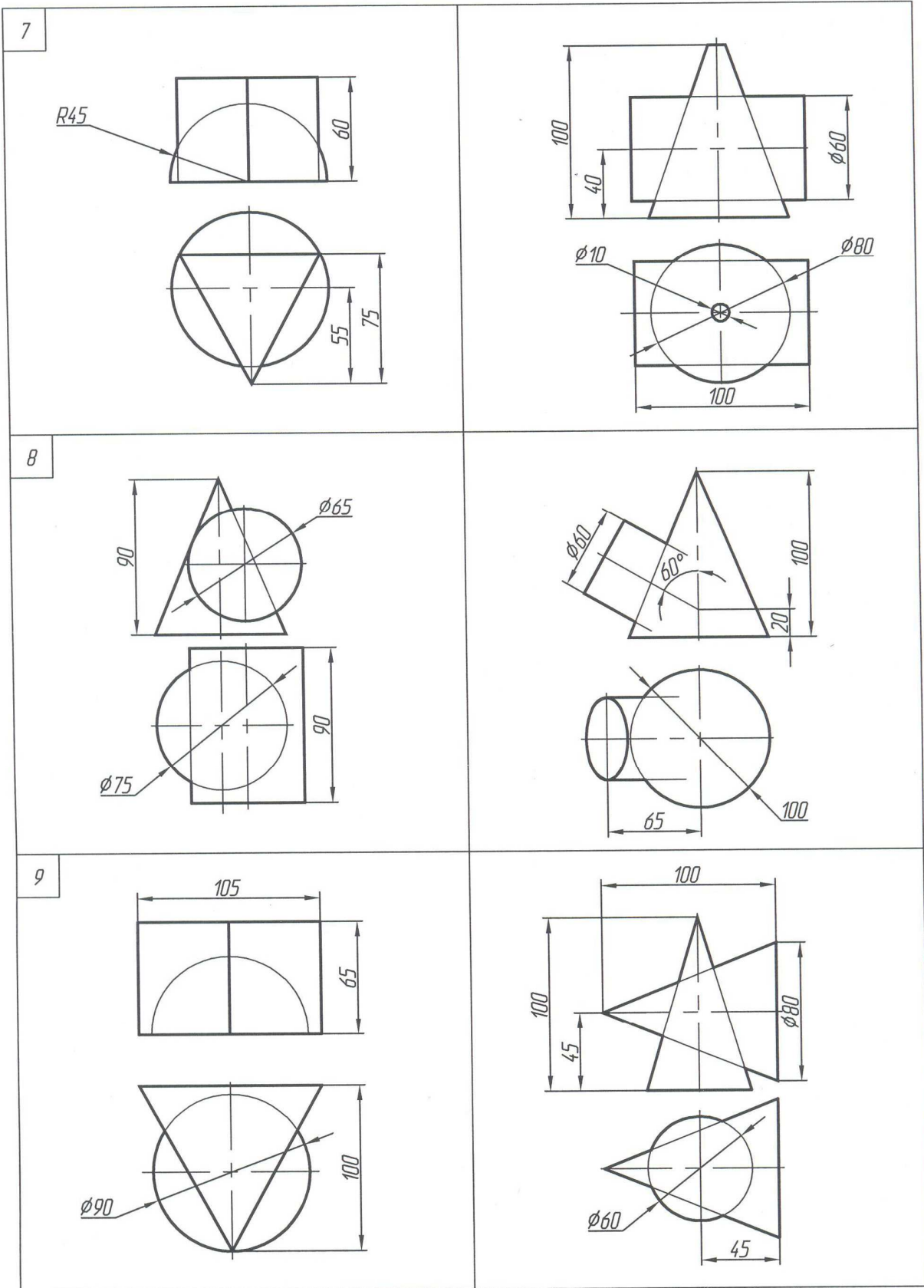


Рисунок 3 (продолжение)

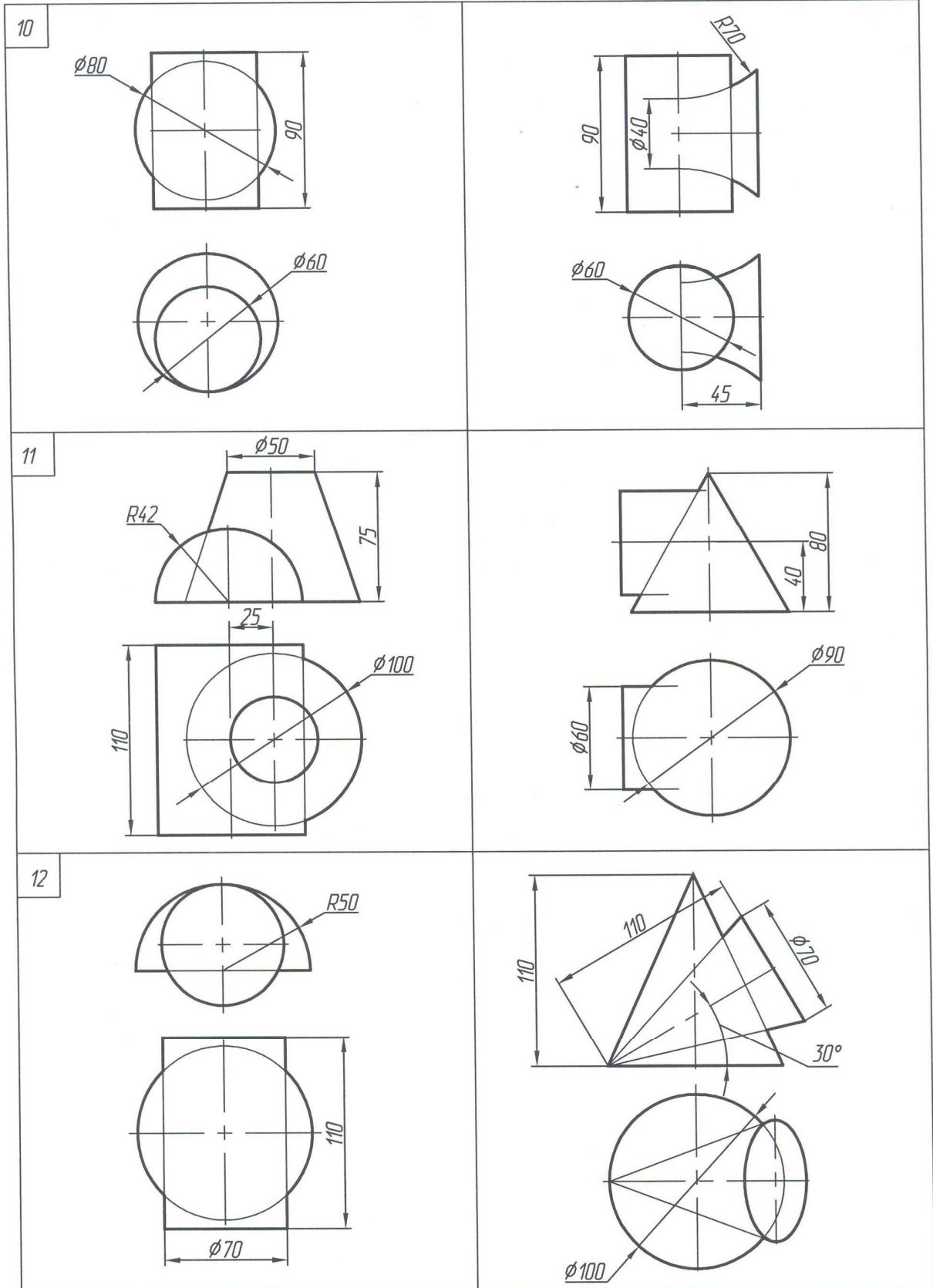


Рисунок 3 (продолжение)

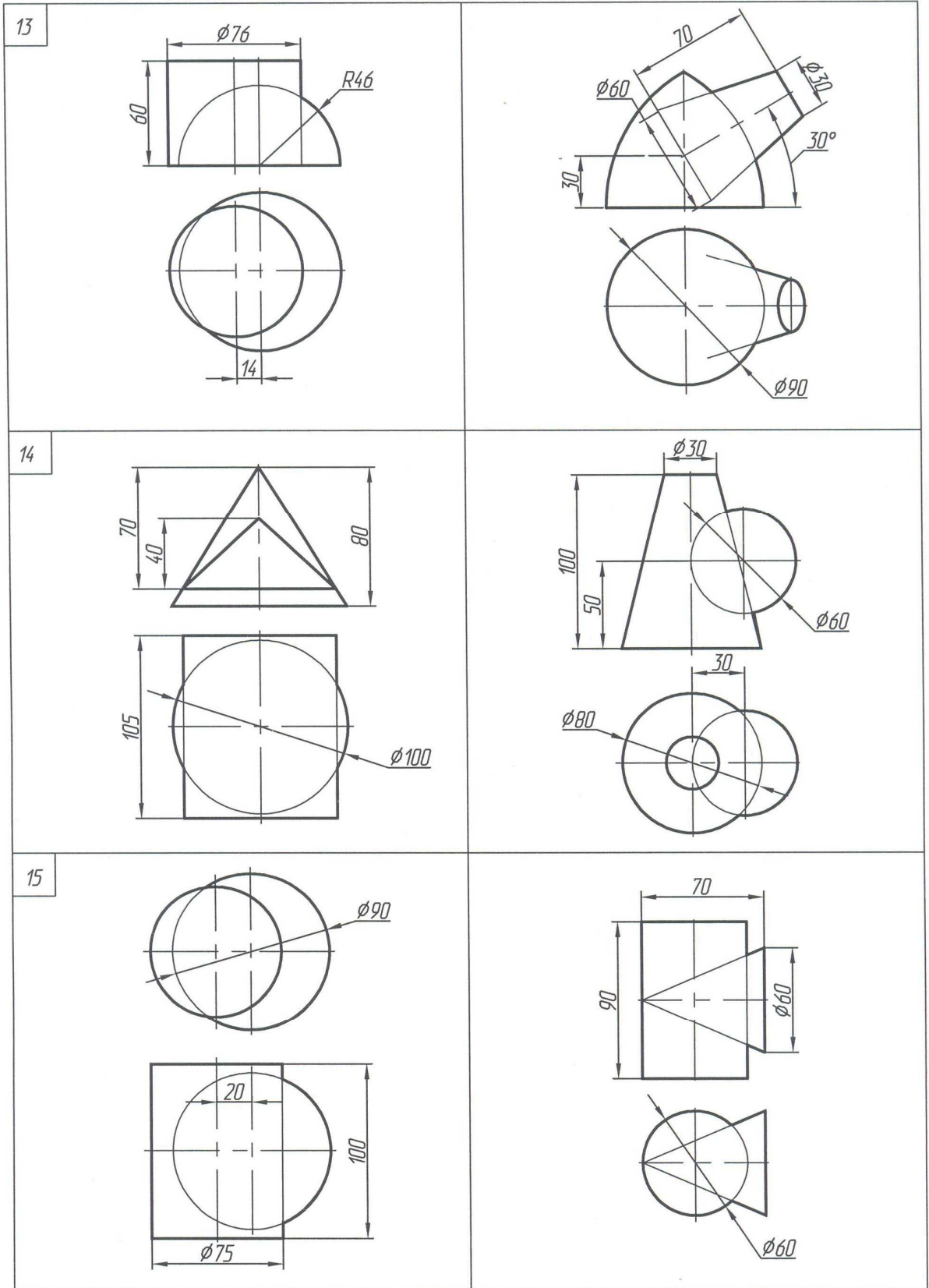


Рисунок 3 (продолжение)

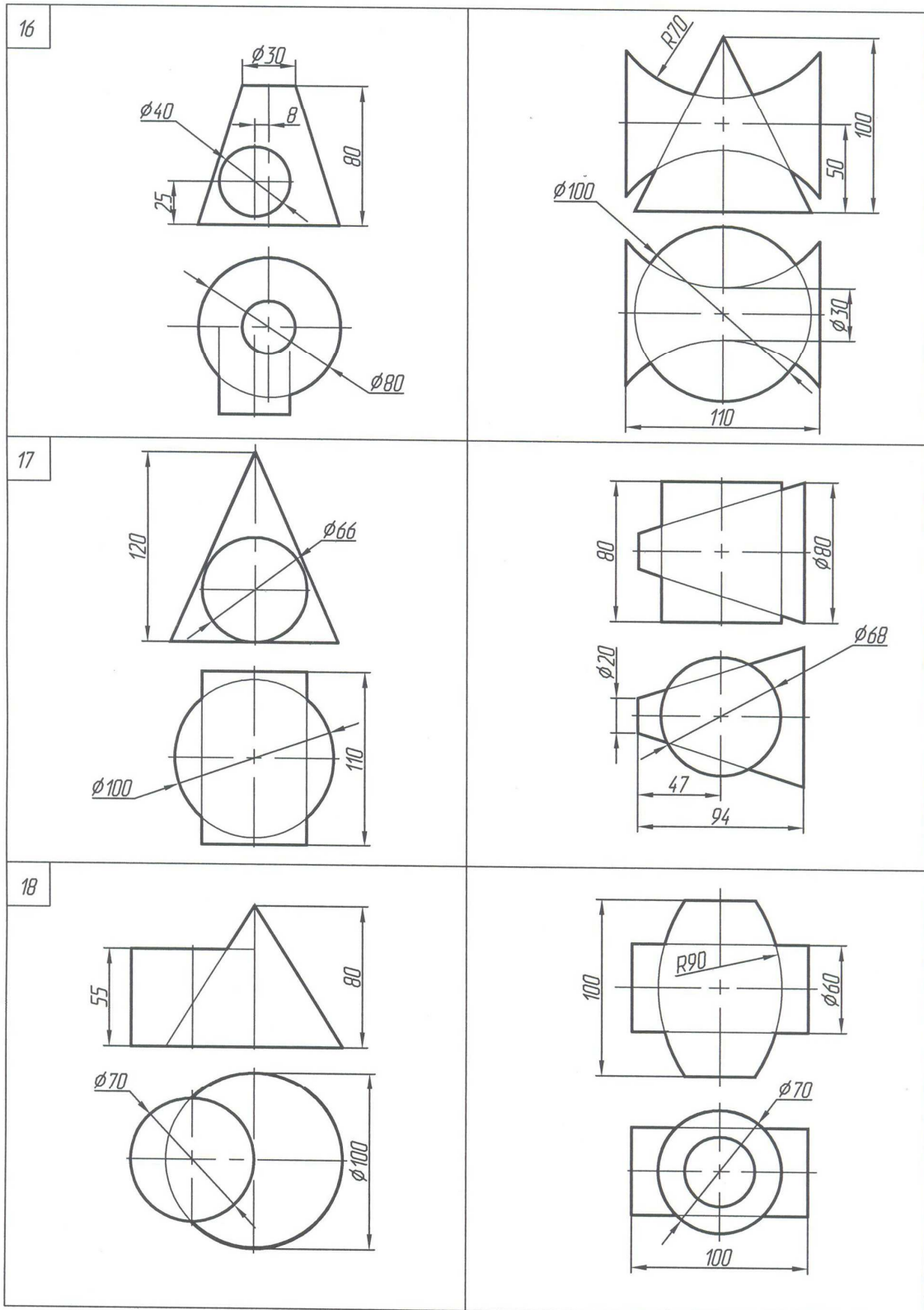


Рисунок 3 (продолжение)

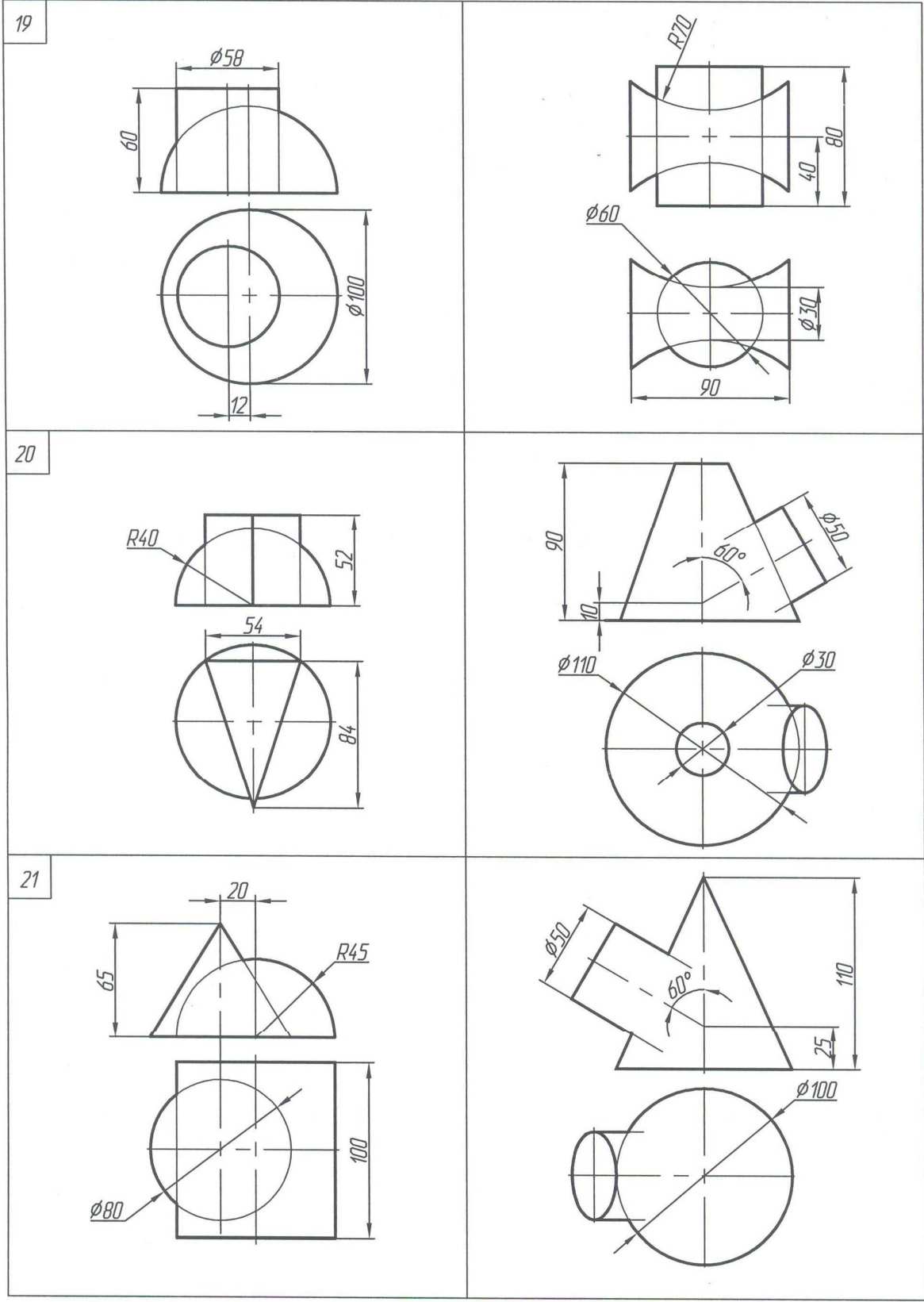


Рисунок 3 (окончание)

ПРИЛОЖЕНИЕ А
(обязательное)

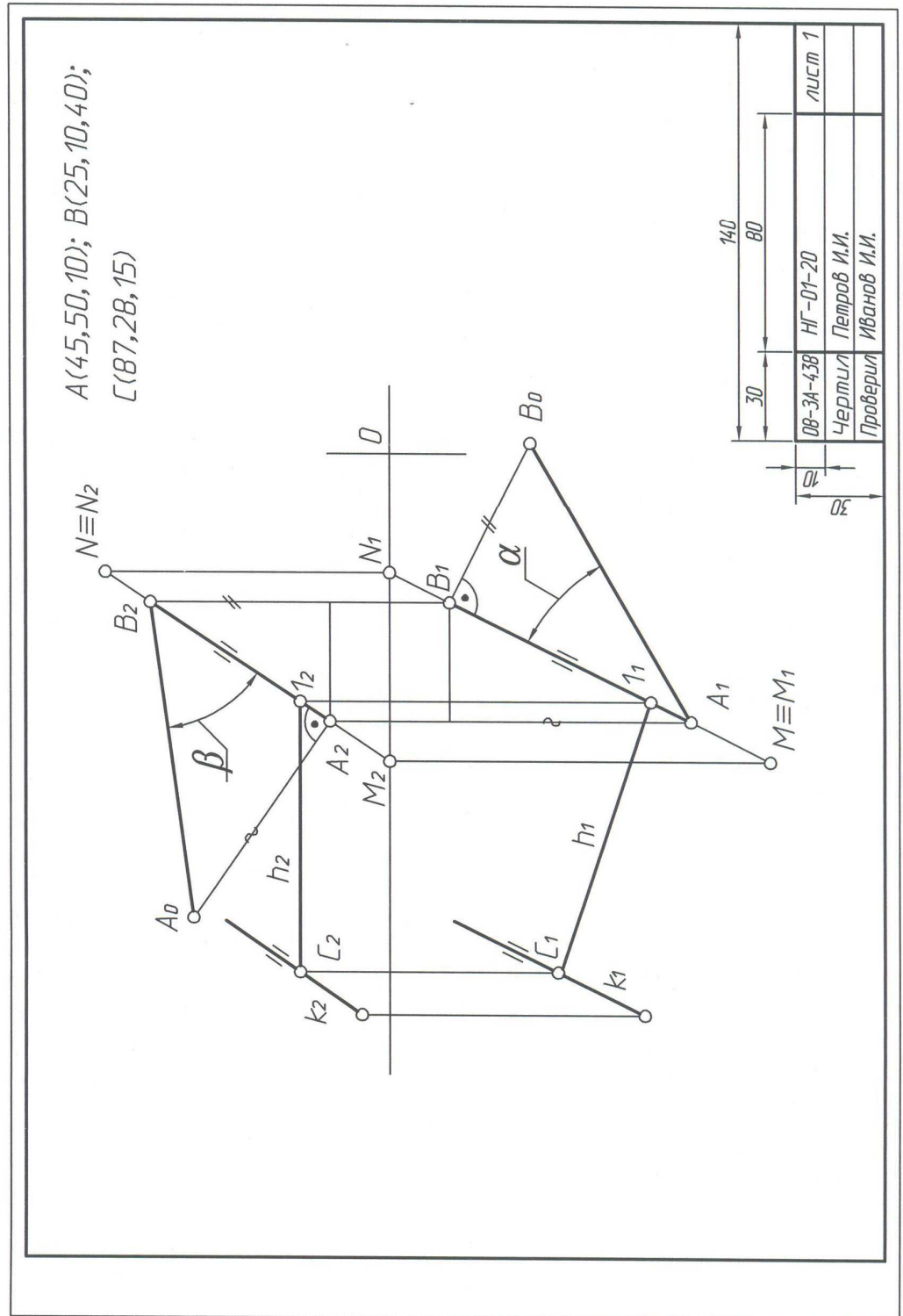
Пример выполнения титульного листа



ПРИЛОЖЕНИЕ Б
(обязательное)

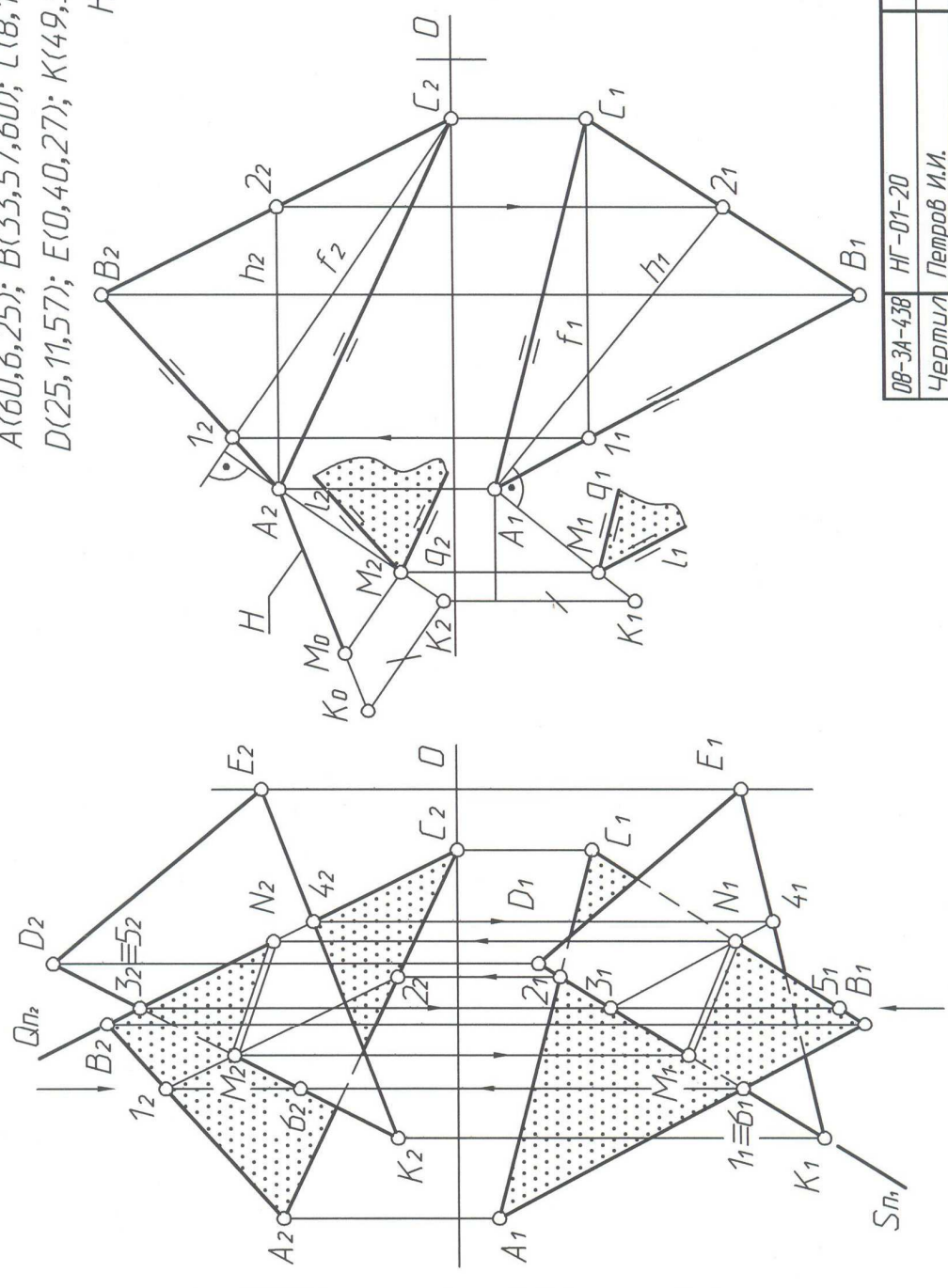
Примеры выполнения задач

Задача 1.1



Задачи 1.2, 1.3

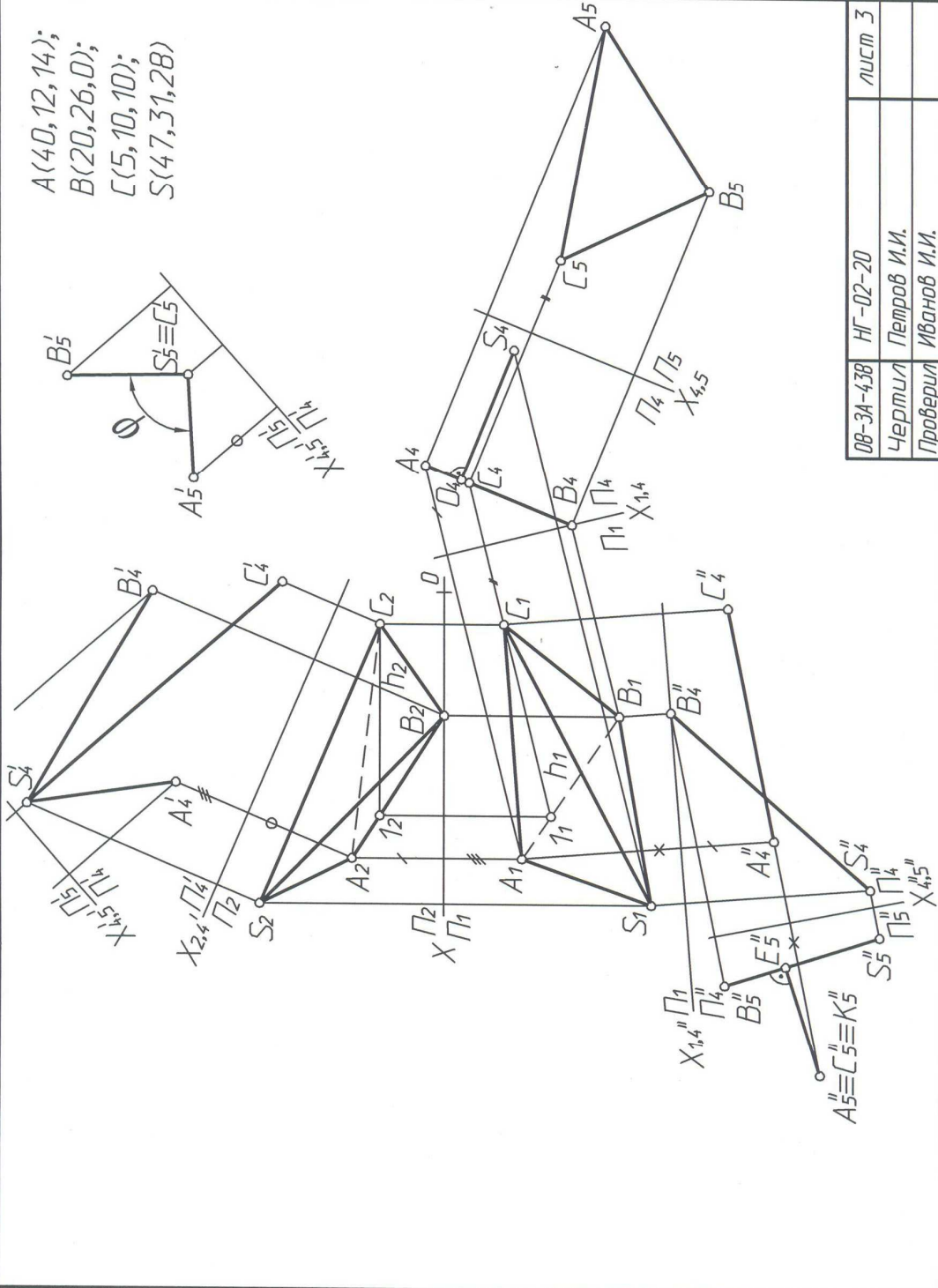
$A(60,6,25)$; $B(33,57,60)$; $C(8,19,0)$;
 $D(25,11,57)$; $E(0,40,27)$; $K(49,51,8)$;
 $H=25$



08-3А-43В	НГ-01-20	лист 2
Чертил	Петров И.И.	
Проверил	Иванов И.И.	

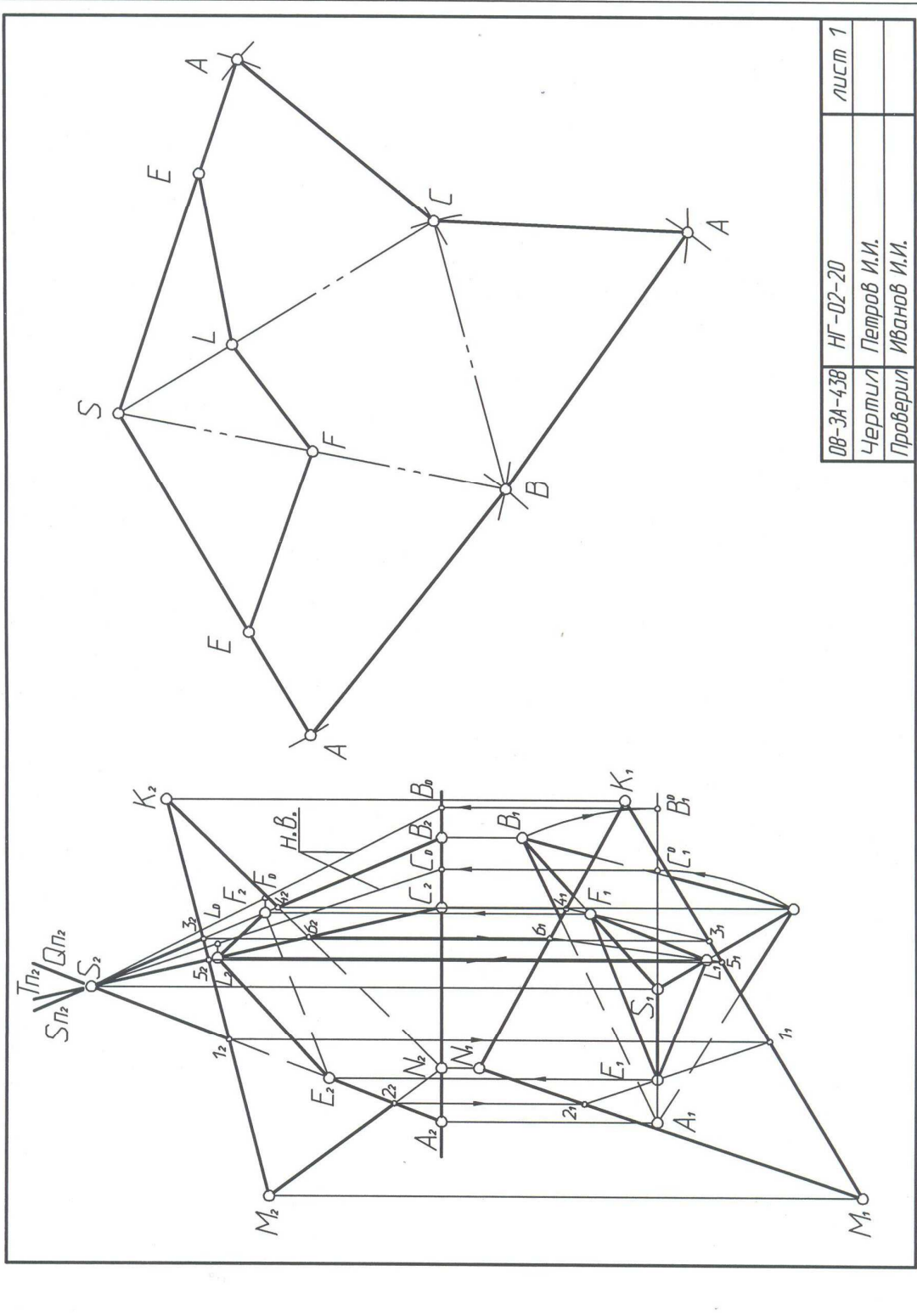
Задача 1.4

$A(40, 12, 14);$
 $B(20, 26, 0);$
 $C(5, 10, 10);$
 $S(47, 31, 28)$



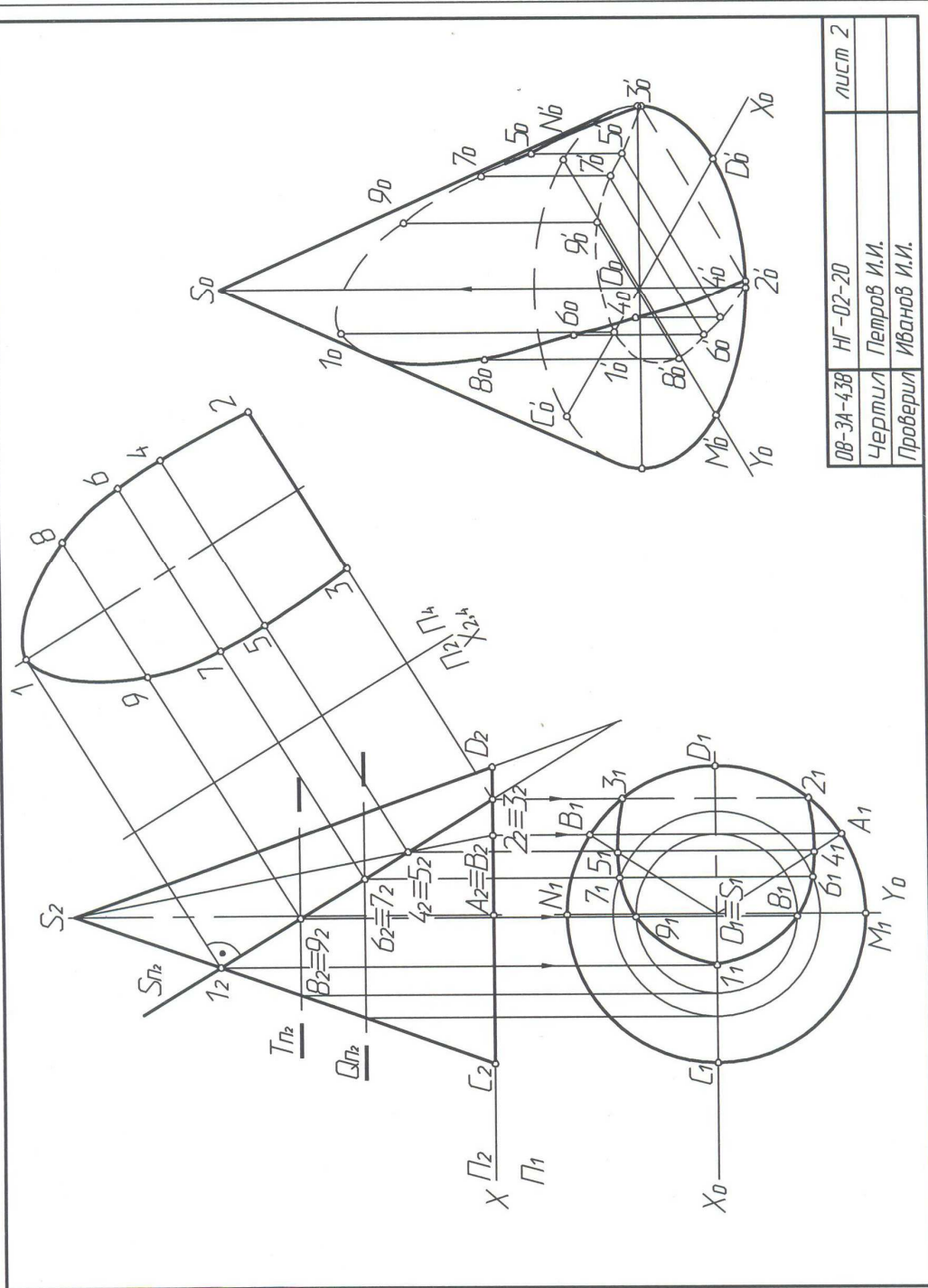
08-3А-438	НГ-02-20	Лист 3
Чертил	Петров И.И.	
Проверил	Иванов И.И.	

Задача 2.1



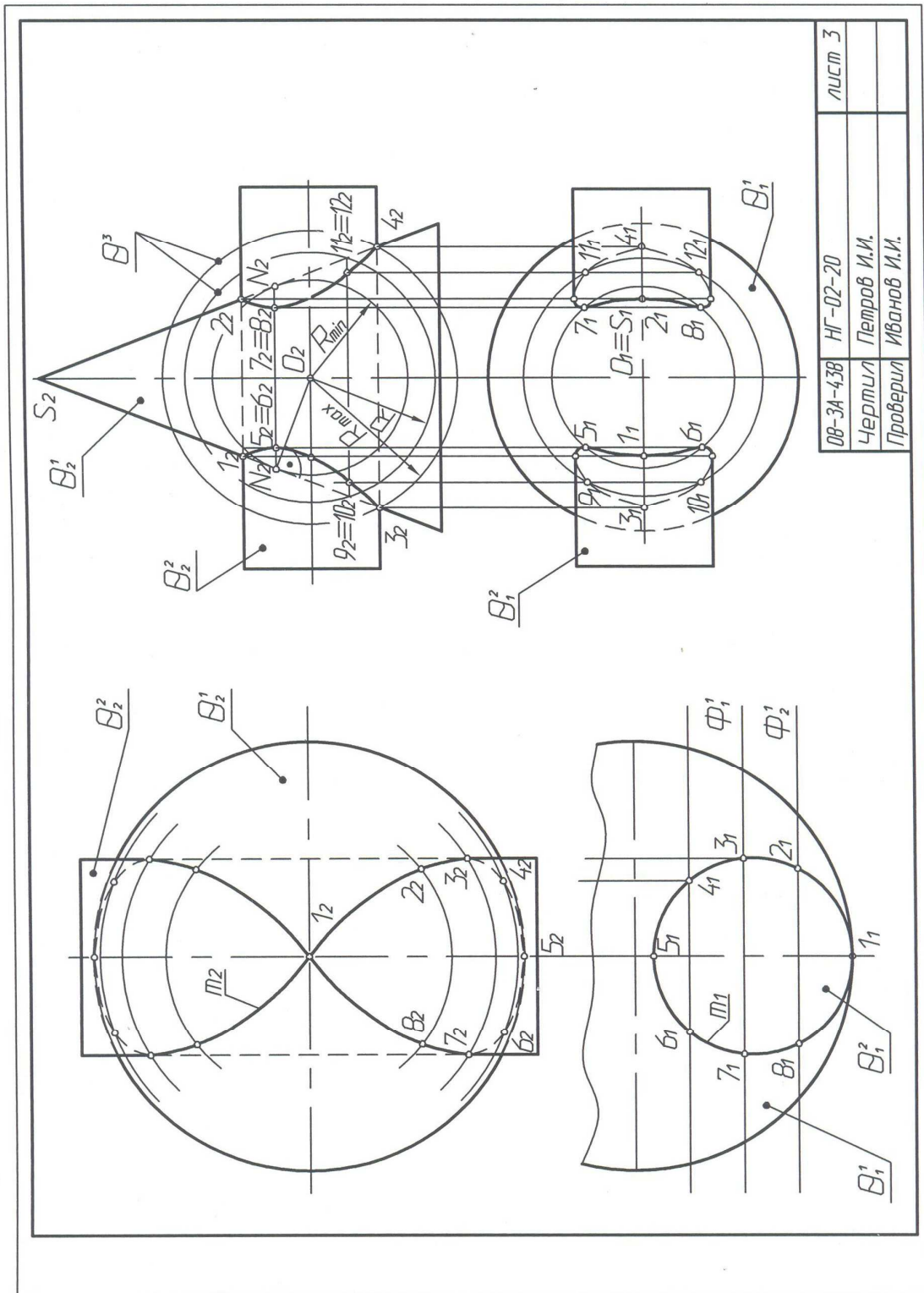
08-3А-438	НГ-02-20	Лист 1
Чертил	Петров И.И.	
Проверил	Иванов И.И.	

Задача 2.2



08-3А-438	НГ-02-20	Лист 2
Чертил	Петров И.И.	
Проверил	Иванов И.И.	

Задачи 2.3, 2.4



08-3А-43В	НГ-02-20	Лист 3
Чертил	Петров И.И.	
Проверил	Иванов И.И.	

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 **Гордон, В. О.** Курс начертательной геометрии / В. О. Гордон, М. А. Семенцов-Огиевский. – М. : Наука, 1998. – 272 с.
- 2 **Бубенников, А. В.** Начертательная геометрия / А. В. Бубенников. – М. : Высшая школа, 1985 – 288 с.
- 3 **Гордон, В. О.** Сборник задач по курсу начертательной геометрии / В. О. Гордон, Ю. Б. Иванов, Т. Е. Солнцева. – М. : Наука, 1998. – 320 с.
- 4 **Фролов, С. А.** Начертательная геометрия / С. А. Фролов. – М. : Высшая школа, 2002 – 160 с.
- 5 **Павлова А. А.** Начертательной геометрия : Практикум. Ч.1 / А. А. Павлова, И. В. Гладкова. – М. : Владос, 2003. – 96 с.
- 6 **Короев, Ю. И.** Начертательная геометрия / Ю. И. Короев. – М. : Архитектура-С, 2001. – 424 с.
- 7 **Нартова, Л. Г.** Начертательная геометрия / Л. Г. Нартова, В. И. Якунин. – М. : Академия, 2005. – 288 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
Рабочая программа.....	3
Рекомендации по выполнению контрольных работ.....	4
Контрольная работа № 1.....	5
Задача 1.1	5
Задача 1.2	7
Задача 1.3	7
Задача 1.4	8
Контрольная работа № 2.....	9
Задача 2.1	9
Задача 2.2	9
Задача 2.3	14
Задача 2.4	14
Приложение А Пример выполнения титульного листа.....	23
Приложение Б Примеры выполнения задач.....	24
Список рекомендуемой литературы.....	30

Учебное издание

ПОДГОРНОВА Галина Тадеушевна
НИКИТИН Олег Викторович

Начертательная геометрия

Учебно-методическое пособие с вариантами заданий контрольных работ
для студентов ФБО немеханических специальностей

Редактор Н. А. Дашкевич
Технический редактор В. Н. Кучерова

Подписано в печать 23.01.2009 г. Формат 60x84 1/8
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать на ризографе.
Усл. печ. л. 3,72. Уч.-изд. л. 3,23. Тираж 600 экз.
Зак. № . Изд. № 140.

Издатель и полиграфическое исполнение
Белорусский государственный университет транспорта:
ЛИ № 02330/ 0133394 от 19.07.2004 г.
ЛП № 02330/ 0148780 от 30.04.2004 г.
246653, г. Гомель, ул. Кирова, 34