

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**

**Кафедра графики**

**О. И. ЯКОВЦЕВА, Н. С. БИРИЛЛО**

# **НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ**

**Учебно-методическое пособие по выполнению  
расчетно-графических работ**

**Гомель 2013**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

Кафедра графики

О. И. ЯКОВЦЕВА, Н. С. БИРИЛЛО

# НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

*Одобрено методической комиссией механического факультета в качестве  
учебно-методического пособия по выполнению расчетно-графических работ*

Гомель 2013

УДК 514.18(075.8)

ББК 22.151.3

Я47

Рецензент – канд. техн. наук, доц. *В. А. Лодня* (УО «БелГУТ»)

**Яковцева, О. И.**

Я47 Начертательная геометрия : учеб.-метод. пособие по выполнению расчетно-графических работ / О. И. Яковцева, Н. С. Бирилло ; М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2013. – 52 с.

ISBN 978-985-554-222-4

В краткой форме изложены общие положения, цели и задачи изучения курса начертательной геометрии. Представлены варианты заданий и указания к расчетно-графическим работам по метрическим и позиционным задачам, решению объемно-геометрических задач и задач по пересечению поверхностей. Для каждой задачи приведены примеры выполнения с кратким описанием решения.

Предназначено для студентов I курса всех специальностей.

**УДК 514.18 (075.8)**

**ББК 22.151.3**

**ISBN 978-985-554-222-4**

© Яковцева О. И., Бирилло Н. С., 2013

© Оформление. УО «БелГУТ», 2013

## **ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ, ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ**

Начертательная геометрия является теоретической основой инженерной графики – базовой дисциплины для всех инженерных специальностей.

Цель изучения дисциплины – получить знания и умения по решению конкретных инженерных задач геометрическими методами и приемами, приобрести навыки выполнения и чтения чертежей.

При изучении начертательной геометрии необходимо придерживаться следующих общих указаний.

1 Необходимо разобраться в теоретическом материале и уметь применять его в решении конкретных задач, не стремясь механически запоминать теоремы, отдельные формулировки и решения задач.

2 Обязательно вести конспект учебника или аудиторных лекций, где в сжатой форме записывать основные положения и краткие пояснения к решению графических задач.

3 Материал можно изучать глубоко и всесторонне только посредством самостоятельного решения графических задач. Прежде чем приступить к решению геометрической задачи, необходимо понять ее условие и четко сформулировать для себя алгоритм (последовательность выполнения операций) ее решения. И особенно важно представить в пространстве заданные геометрические образы.

4 Значительную помощь на начальной стадии изучения предмета оказывает моделирование геометрических форм и их сочетаний, зарисовки воображаемых моделей, а также их простейшие макеты. По мере накопления знаний и навыков по изучаемому курсу необходимо выполнять все операции с геометрическими формами на их проекционных изображениях, не прибегая уже к помощи моделей и зарисовок.

5 Очень важен самоконтроль знаний. Не исключено возникновение ложного впечатления, что все услышанное и прочитанное хорошо понято, материал прост и надежно усвоен. Только после ответов на поставленные вопросы и решения задач по каждой теме можно считать материал изученным.

Изучение курса начертательной геометрии начинается с ознакомления с его программой, которая предусматривает изучение теории решения типо-

вых задач каждой темы курса и выполнение расчетно-графических работ.

Для достижения поставленной цели необходимо изучить основные темы рабочей программы:

- Центральное и параллельное проецирование.
- Точка, прямая и плоскость на эпюре Монжа.
- Пересечение прямых линий с плоскостями различных положений, взаимное пересечение плоскостей.
- Преобразование эпюра Монжа способами замены плоскостей проекций и вращения.
- Многогранные поверхности, пересечение с плоскостями и прямыми линиями. Взаимное пересечение многогранников и их развертки.
- Кривые линии, плоские и пространственные.
- Образование и задание криволинейных поверхностей.
- Пересечение криволинейных поверхностей плоскостью и прямой линией.
- Взаимное пересечение поверхностей. Способ вспомогательных секущих плоскостей. Способ сфер.
- Развертки и аксонометрические проекции поверхностей.

Закрепление полученных знаний достигается реальным выполнением расчетно-графических работ № 1 (Метрические и позиционные задачи), № 2 (Объемно-геометрические задачи) и № 3 (Пересечение поверхностей).

Каждая расчетно-графическая работа представляет собой набор чертежей, выполненных по индивидуальному заданию и оформленных в соответствии с изложенными требованиями.

Варианты заданий на расчетно-графические работы выдаются преподавателем или определяются порядковым номером фамилии в журнале группы.

Выполнять задания расчетно-графических работ следует в той последовательности, в которой они приведены в данном пособии.

Все чертежи, входящие в состав расчетно-графической работы, оформляются согласно действующим ГОСТам: ГОСТ 2.301–68. Форматы; ГОСТ 2.302–68. Масштабы; ГОСТ 2.303–68. Линии; ГОСТ 2.304–81. Шрифты чертежные.

Задания расчетно-графических работ выполняются на листах форматов А4, А3 и А1, чертежи – только на одной стороне листа. Вся необходимая информация изложена в описании к каждой работе. Все построения необходимо вести карандашом. При окончательном оформлении желательно использование цветных карандашей. В этом случае исходные данные изображают черным цветом, все построения – зеленым или синим, а результат выделают красным.

## Расчетно-графическая работа № 1

### МЕТРИЧЕСКИЕ И ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

Задачи 1.1, 1.2 и 1.3 выполняются на формате А4 (297 × 210) в масштабе 1:1, задача 1.4 – на формате А3 (297 × 420) в масштабе 2:1. На расстоянии 5 мм от линии обреза листа проводится рамка поля чертежа. С левой стороны линия рамки проводится от линии обреза листа на расстоянии 20 мм. В правом нижнем углу формата, вплотную к рамке, помещается основная надпись. Размеры её и текст в рамке представлены в приложении Б данного пособия. На расстоянии 20 мм от верхней линии рамки пишется условие задачи.

Все надписи, как и отдельные обозначения в виде букв и цифр, должны быть выполнены стандартным шрифтом размером 3,5 и 5 мм.

Задачи сшиваются в альбом формата А4 (297 × 210), на лицевой стороне обложки которого делаются рамка и титульная надпись (приложение А).

*Дано:* точка  $A$  и плоскость  $P$ , определяемая точками  $B$ ,  $C$  и  $D$ .

*Требуется:*

- 1) построить следы  $P_H$  и  $P_V$  плоскости треугольника  $BCD$ ;
- 2) определить расстояние от точки  $A$  до плоскости треугольника  $BCD$ ;
- 3) построить следы плоскости  $T$ , отстоящей от плоскости треугольника  $BCD$  на расстоянии 25 мм;
- 4) через вершину  $C$  треугольника  $BCD$  провести плоскость, перпендикулярную к стороне  $BD$ , и построить линию пересечения плоскости треугольника с построенной плоскостью.

Вариант задания для студента определяется по порядковому номеру фамилии в списке журнала группы и выбирается по таблице 1.

**Задача 1.1.** Построить следы  $P_H$  и  $P_V$  плоскости треугольника  $BCD$ .

*Указания к выполнению задачи 1.1.* Проекции плоскости треугольника  $BCD$  построить по координатам, взятым из таблицы 1. Для построения горизонтального следа  $P_H$  прямой, по которой плоскость  $BCD$  пересекает плоскость  $H$ , достаточно построить две точки, принадлежащие одновременно плоскостям  $BCD$  и  $H$ . Такими точками служат следы прямых, принадлежащих плоскости  $BCD$  на плоскости  $H$ , т. е. точки пересечения этих прямых с плоскостью  $H$ . Построив проекции этих следов и проведя через точки  $M_1$  и  $M_2$  прямую, получим горизонтальную проекцию линии пересечения (горизонтальный след  $P_H$ ) плоскостей  $BCD$  и  $H$  и точку схода следов  $P_X$  на оси  $X$ .

Линия пересечения плоскостей  $BCD$  и  $V$  определяется фронтальным следом  $N_1$  прямой плоскости  $BCD$ . Проведя через  $N_1$  и  $P_X$  прямую, получим фронтальную проекцию линии пересечения (фронтальный след  $P_V$ ) плоскостей  $BCD$  и  $V$ . Пример выполнения задания приведен в приложении Б.

Таблица 1 – Варианты заданий к задачам 1.1–1.4

Вариант	A			B			C			D		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	34	10	42	30	38	10	68	48	48	80	5	20
2	36	50	14	63	46	48	45	14	34	97	56	22
3	46	52	40	50	12	8	117	52	18	72	0	46
4	82	54	56	50	5	30	17	62	14	80	21	5
5	55	60	42	50	20	0	125	50	10	80	8	50
6	62	50	42	81	10	20	21	26	68	42	43	0
7	29	58	57	59	8	54	35	22	6	90	43	20
8	35	60	40	70	40	10	55	16	45	25	8	25
9	10	55	7	75	46	35	50	15	5	5	0	48
10	21	6	42	44	47	70	24	19	25	70	12	50
11	22	10	50	70	22	30	44	50	58	28	36	6
12	28	40	45	67	42	0	57	5	48	13	0	22
13	36	64	25	40	40	3	60	25	53	105	70	20
14	22	35	11	78	17	6	43	40	54	17	7	39
15	44	58	50	43	40	6	64	20	46	109	80	25
16	68	16	48	78	32	7	42	47	40	14	10	40
17	58	43	47	63	8	13	25	40	0	10	0	48
18	72	59	49	53	7	49	17	36	16	81	16	0
19	28	54	6	80	29	0	51	44	55	20	9	18
20	42	60	52	45	26	7	112	54	16	67	6	45
21	88	47	39	96	0	0	46	8	36	15	48	7
22	60	48	6	69	7	16	38	39	47	12	28	7
23	50	46	46	28	5	55	5	35	30	55	12	10
24	45	60	44	33	20	0	100	45	10	55	10	52
25	34	57	8	84	32	10	60	50	52	23	13	40
26	33	51	44	61	54	5	81	31	43	35	8	33
27	20	55	20	80	45	10	55	10	15	25	15	45
28	72	51	41	88	13	10	53	8	48	15	38	25
29	48	60	47	102	50	40	69	61	0	31	10	30
30	70	62	8	116	37	5	107	48	39	55	20	27
31	40	55	45	40	20	30	105	50	50	60	0	75
32	25	54	54	70	45	5	55	14	57	12	4	15
33	40	40	10	50	20	40	25	10	10	10	50	25
34	102	7	4	53	19	2	120	48	11	75	7	54
35	100	10	5	55	20	0	120	50	10	75	55	55
36	25	55	55	70	45	5	55	15	60	20	5	15

**Задача 1.2.** Определить расстояние от точки до плоскости.

*Указания к выполнению задачи 1.2.* Проекция точки  $A$  и плоскости треугольника  $BCD$  построить по координатам, взятым из таблицы 1. Расстояние от точки  $A$  до плоскости  $BCD$  – это отрезок перпендикуляра от точки  $A$  до точки пересечения его с плоскостью  $BCD$ . Восстановить его можно, только используя главные линии плоскости. Для этого проводятся горизонталь и фронталь в плоскости треугольника  $BCD$ . Из точки  $A$  восстанавливается перпендикуляр на плоскости  $H$  к горизонтальной проекции горизонтали, на плоскости  $V$  – к фронтальной проекции фронтали.

Для определения точки пересечения перпендикуляра с плоскостью  $BCD$  необходимо заключить одну из проекций перпендикуляра (например, на плоскости  $V$ ) в фронтально-проецирующую плоскость  $Q$ . Определяем линию пересечения плоскости  $Q$  и плоскости  $BCD$ : соответственно  $l'2'$  и  $l2$ . Точка  $K$  (результат пересечения линии  $l2$  и перпендикуляра) – точка пересечения перпендикуляра с плоскостью  $BCD$ .

Натуральная величина отрезка  $AK$  определяется способом прямоугольного треугольника. Для этого на горизонтальной проекции  $ak$ , в точке  $a$ , восстанавливается перпендикуляр, на котором откладываем разность высот точек  $a'$  и  $k'$  от плоскости  $H$ . Определяем положение точки  $A_0$ . Натуральной величиной является  $k'A_0$ , т. е. истинным расстоянием от точки  $A$  до плоскости треугольника  $BCD$ .

Пример выполнения задания приведен в приложении Б.

**Задача 1.3.** Построить следы плоскости  $T$ , отстоящей от плоскости треугольника  $BCD$  на расстоянии 25 мм.

*Указания к выполнению задачи 1.3.* Проекция плоскости треугольника  $BCD$  построить по координатам, взятым из таблицы 1. Решение задачи сводится к нахождению точки, отстоящей от плоскости  $BCD$  на 25 мм. Для этого необходимо восстановить перпендикуляр из любой точки треугольника  $BCD$ . Перпендикуляр к плоскости восстанавливается только при использовании главных линий плоскости. Следовательно, в плоскости  $BCD$  проводятся горизонталь и фронталь. Из точки  $B$  восстанавливаем перпендикуляр, произвольно ограничив его точкой  $K$ . Способом прямоугольного треугольника определяем натуральную величину отрезка  $bK_0$  – на этой прямой откладываем из точки  $b$  отрезок 25 мм, обратно возвращаемся на проекции перпендикуляра (точка  $s$ ).

Найденная точка  $S$  принадлежит плоскости  $T$ . Через точку  $s'$  параллельно фронтальной проекции фронтали плоскости  $BCD$  и точку  $s$  параллельно оси проводим фронталь. Находим горизонтальный след фронтали  $M$  и через него, параллельно горизонтали  $dt$ , проводим горизонтальный след плоскости  $T$ ,  $T_H$ , затем, через  $T_X$ , параллельно  $b'e'$  – фронтальный след плоскости.

Пример выполнения задания приведен в приложении Б.



**Задача 1.4.** Через вершину  $C$  треугольника  $BCD$  провести плоскость, перпендикулярную к стороне  $BD$ , и построить линию пересечения плоскости треугольника с построенной плоскостью.

*Указания к выполнению задачи 1.4.* Построить проекции плоскости треугольника  $BCD$  по координатам, взятым из таблицы 1.

В процессе решения данной задачи закрепляются знания по построению взаимно перпендикулярных плоскостей. Известны два условия перпендикулярности плоскостей. Первое – построенная плоскость перпендикулярна заданной, если она содержит перпендикуляр к ней. Второе – построенная плоскость перпендикулярна заданной, если она перпендикулярна любой прямой, лежащей в заданной плоскости. Данная задача – построение перпендикулярных плоскостей по второму условию.

Для построения плоскости  $CFE$ , проходящей через вершину  $C$  и перпендикулярной к стороне  $BD$  треугольника  $BCD$ , необходимо искомым плоскость задать горизонталью  $CE$  и фронталью  $CF$ .

В этом случае фронтальная проекция фронтали  $c'f'$  должна быть перпендикулярна фронтальной проекции стороны  $b'd'$ , а горизонтальная проекция горизонтали  $ce$  перпендикулярна горизонтальной проекции стороны  $bd$ . Построенная плоскость  $CFE$  будет проходить через точку  $c$  и перпендикулярна к стороне треугольника  $BCD$ .

Линия пересечения треугольников строится по точкам пересечения сторон одного треугольника с другим. Для этого заключаем  $b'd'$  в фронтально-проецирующую плоскость  $Q$ . Определяем линию пересечения плоскости  $Q$  с плоскостью треугольника  $CFE$ . Это линия 1–2. Точка  $M$  является точкой встречи прямой  $BD$  с плоскостью  $CFE$ . Так как точка  $C$  является общей для двух плоскостей треугольников, то линией пересечения будет  $CM$ .

Видимость сторон треугольников на плоскости  $H$  определяем способом конкурирующих точек. Для точек 3–4  $Z_4 > Z_3$ .  $EC$  расположена ближе к наблюдателю, значит, она будет видимой. Видимость относительно плоскости  $V$  определяется аналогично. На фронтальной плоскости проекций в пересечении фронтальных проекций сторон  $b'c'$  и  $e'f'$  будет две конкурирующие точки  $5' = 6'$ . На горизонтальной плоскости проекций это, соответственно, 5 и 6. Из анализа положения точек видно, что точка 6 (лежащая на стороне  $EF$ ) расположена дальше от оси  $X$ , т. е. будет ближе к наблюдателю, следовательно, фронтальная проекция стороны  $e'f'$  будет видимой.

Пример выполнения задания приведен в приложении Б.

## Расчетно-графическая работа № 2

### ОБЪЕМНО-ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

Работа № 2 выполняется на листе формата А1 (594 × 841) в масштабе 1:1 по индивидуальным вариантам, приведенным в таблице 2. Лист, на котором выполняется работа, должен быть оформлен в соответствии с ГОСТами (см. с. 4), угловым штампом размером 120 × 15 и подписан чертёжным шрифтом по ГОСТ 2.304-68.

В правом верхнем углу пишется задание.

*Дано:*

- 1) характеристика многогранника ( $n$  – число граней,  $h$  – высота);
- 2) фигура основания (координаты вершин, расположение или величина сторон и другие данные);
- 3) параметры плоскости  $P$ , в которой расположено основание многогранника;
- 4) дополнительные условия к задаче.

*Требуется:*

- 1) построить проекции многогранника;
- 2) определить угол наклона основания многогранника к одной из плоскостей проекций;
- 3) решить задачи, указанные в дополнительных условиях.

Если номер варианта обозначен «звёздочкой», то основание многогранника не лежит в заданной плоскости.

Примеры выполнения некоторых задач (задачи 2.1–2.4) приведены в приложении В.

Перед началом решения задач студент должен хорошо проработать компоновку чертежей по всему полю листа.

Под компоновкой понимается равномерное расположение решаемых графических задач с целью не допустить пересечений условий и графических ответов.

Рекомендуется сначала решить все задачи карандашом в тонких линиях, после чего внимательно проверить соответствие условий задач полученным результатам. Если все условия выполнены, то можно приступить к оформлению.

Условия задач должны быть записаны чертёжным шрифтом при помощи шариковой ручки.

Графическая часть задач выполняется карандашом (графическое условие), синего, зеленого цвета (ход решения задач), а ответы на всех задачах должны быть выделены красным цветом.

Таблица 2 – Варианты заданий расчетно-графической работы

Вариант	Плоскость $P$			Многогранник	Основание (координаты вершин и другие данные)
	$P_x$	$P_y$	$P_z$		
1	200	130	90	Призма прямая $n = 5; h = 100$	$A (150, Y, 0); B (70, 55, Z);$ $C (40, 33, Z); D (58, 10, Z);$ $E (100, 0, Z)$
	Дополнительные данные: через точку $K (80, 35, 70)$ провести плоскость $T (100; Y; Z)$ , перпендикулярную плоскости $P$ . Найти расстояние от точки $K$ до грани $BCC_1B_1$ и двугранный угол при ребре $CC_1$ . Величину основания определить способом вращения				
2	150	200	100	Пирамида наклонная $n = 3; h = 80$	$A (92, 30, Z); AB = 70$ – горизонталь плоскости $P$ , $AC = 65$ – фронталь плоскости $P$
	Дополнительные данные: вершина $S$ лежит на прямой $M (130, 55, 100); N (90, 110, 60)$ . Найти расстояние от точки $K (33, 112, 110)$ до грани $ABS$ , двугранный угол при ребре $BS$ , угол наклона ребра $AS$ к плоскости $P$ и величину грани $BCS$				
3	185	140	90	Призма наклонная $n = 4; h = ?$	Параллелограмм $A (66; Y; 24); B (48; Y; 0);$ $C (0; Y; 40)$
	Дополнительные данные: рёбра параллельны прямой $CC_1; C_1 (100; 105; 85)$ . Найти расстояние от точки $K (123; 80; 25)$ до грани $BCC_1B_1$ , двугранный угол при ребре $BC$ и величину грани $BCC_1B_1$ . Через точку $K$ провести плоскость $T$ перпендикулярно ребру $AA_1$				
4	25	-60	-25	Пирамида правильная $n = 3; h = 110$	$A (60; 60; Z); B (80; 24; Z)$
	Дополнительные данные: через точку $S$ провести плоскость $T$ параллельно плоскости $P$ . Найти расстояние от точки $K (118; 0; 12)$ до грани $ACS$ , кратчайшее расстояние от $AC$ до $BS$ , двугранный угол при ребре $CS$ и величину грани $ACS$				
5	165	-90	90	Пирамида наклонная $n = 3; h = ?$	$A (200; 100; Z);$ $B (160; 100; Z);$ $C (100; 28; Z)$
	Дополнительные данные: ребро $CS$ перпендикулярно $ABC$ . Угол между $ABS$ и $ABC = 60^\circ$ . Провести плоскость $T (-35; Y; Z)$ параллельно плоскости $P$ . Найти расстояние между плоскостями $P$ и $T$ , расстояние от точки $K (135; 23; 15)$ до грани $ACS$ , двугранный угол при ребре $CS$ и величину грани $ACS$				

Продолжение таблицы 2

Вариант	Плоскость $P$			Многогранник	Основание (координаты вершин и другие данные)
	$P_x$	$P_y$	$P_z$		
6	30	60	-20	Призма наклонная $n = 3; h = ?$	$A (36; 16; Z);$ $B (45; 75; Z);$ $C (100; 28; Z)$
	Дополнительные данные: ребро $CC_1 = 75$ и параллельно прямой $MN$ . $M (-20; 45; 65), N (-45; 75; 10)$ . Точка $K$ совпадает с точкой пересечения плоскости $P$ с прямой $MN$ . Найти расстояние от точки $K$ до грани $BCC_1B_1$ , двугранный угол при ребре $CC_1$ и величину грани $BCC_1B_1$				
7	40	50	-55	Пирамида правильная $n = 4; h = 75$	$A (10; Y; 23)$ ; Точка $B$ удалена от плоскости проекции $H$ и $V$ на 55 мм
	Дополнительные данные: через точку $K (23; 100; 0)$ провести плоскость $T (10; Y; Z)$ перпендикулярно плоскости $P$ . Найти расстояние от точки $K$ до грани $ADS$ , двугранный угол при ребре $AS$ , величину грани $ABS$ и угол наклона ребра $AS$ к плоскости $P$ . (В последней задаче рекомендуется $AS$ и $P$ вывести на свободное место)				
8	450	200	150	Пирамида правильная $n = 3; h = 115$	Центр основания $O (80; 90; Z)$ ; Радиус описанной окружности $R = 60$
	Дополнительные данные: сторона основания $BC$ – горизонталь. Найти расстояние от точки $K (170; 80; 75)$ до грани $ACS$ , величину этой грани и двугранный угол при ребре $CS$				
9	280	165	75	Призма наклонная $n = 4; h = ?$	Квадрат: $A (70; Y; 36)$ ; $B (80; Y; 10)$
	Дополнительные данные: рёбра параллельны прямой $AA_1$ ; $A_1(140; 40; 60)$ . Через точку $K (0; 0; 24)$ провести плоскость $T (-5; Y; Z)$ перпендикулярно плоскости $P$ . Угол наклона плоскости $P$ к плоскости проекции $H$ найти с помощью линии наибольшего уклона. Найти расстояние от точки $K$ до грани $ABB_1A_1$ , величину этой грани и двугранный угол при ребре $AA_1$				
10	80	80	-30	Пирамида правильная $n = 5; h = 100$	$A (105; Y; 42)$ . Центр основания $O (90; Y; 42)$ . Вершины основания обозначить от $A$ до $E$ против часовой стрелки
	Дополнительные данные: на прямой $M (40; -7; 71), N (60; 5; 40)$ в точке пересечения с плоскостью $T (130; \infty; 62)$ лежит точка $K$ . Через нее провести плоскость $Q$ перпендикулярно $MN$ . Найти расстояние от точки $K$ до грани $AES$ , величину этой грани и двугранный угол при ребре $ES$				

Продолжение таблицы 2

Вариант	Плоскость $P$			Многогранник	Основание (координаты вершин и другие данные)
	$P_x$	$P_y$	$P_z$		
11	75	-40	20	Пирамида правильная $n = 3; h = 100$	$A (75; Y; Z); AB = 60$ . $AB$ лежит на линии пересечения плоскости $P$ с плоскостью $T (\infty; 80; 70)$
	Дополнительные данные: через точку $K (72; 0; 30)$ провести плоскость $Q$ перпендикулярно линии пересечения плоскости $T$ с плоскостью $P$ . Найти расстояние от $K$ до грани $BCS$ , двугранный угол при ребре $CS$ и величину грани $ACS$				
12	-60	90	85	Призма наклонная $n = 4; h = 40$	Параллелограмм: $A (-40; 15; Z); B (-10; 65; Z); C (30; 75; Z)$
	Дополнительные данные: рёбра – фронталы с углом наклона к плоскости проекции $H$ , равным $30^\circ$ . Провести плоскость $T (65; Y; Z)$ параллельно плоскости $P$ . Найти расстояние между этими плоскостями, расстояние от точки $K (65; 45; 110)$ до грани $CDD_1C_1$ , величину этой грани (вращением вокруг фронталы) и двугранный угол при ребре $DD_1$				
13	160	65	80	Призма наклонная $n = 4; h = ?$	$A (-30; Y; 55); B (15; Y; 50); C (55; Y; 20); D (0; Y; 25)$
	Дополнительные данные: ребра параллельны прямой $CC_1$ . $C_1 (140; 80; 60)$ . Через точку $K (40; 12; 90)$ провести плоскость $T (20; Y; Z)$ , перпендикулярную плоскости $P$ . Найти расстояние от точки $K$ до грани $CC_1D_1D$ , величину грани $AA_1DD_1$ и двугранный угол при ребре $DD_1$				
14*	-70	40	90	Пирамида правильная $n = 4; h = ?$	$A (34; 40; 0)$
	Дополнительные данные: вершина $S (-18; Y; Z)$ . Высота совпадает с линией пересечения плоскости $T (180; 190; 65)$ с плоскостью $P$ . Найти расстояние от точки $K (80; 22; 58)$ до грани $ABS$ , величину грани $ADS$ и двугранный угол при ребре $AS$ . Угол между плоскостью $P$ и плоскостью $H$ найти с помощью линии наибольшего уклона плоскости $P$				
15	?	?	?	Призма прямая $n = 3; h = 130$	$A (0; 30; 0); B (90; 60; 30); C (65; 25; 60)$
	Дополнительные данные: провести плоскость $T (55; Y; Z)$ параллельно плоскости $P$ . Найти расстояние между этими плоскостями, угол наклона прямой $AK$ к плоскости $P$ , расстояние от точки $K (-50; 25; 90)$ до грани $AA_1C_1C$ , величину грани $BB_1C_1C$ и двугранные углы при ребрах призмы				

Продолжение таблицы 2

Вариант	Плоскость $P$			Многогранник	Основание (координаты вершин и другие данные)
	$P_x$	$P_y$	$P_z$		
16	100	100	90	Призма наклонная $n = 2; h = ?$	Сектор круга; угол $60^\circ$ ; радиус $R = AB$ ; $A(66; 0; Z)$ ; $B(33; Y; 0)$
	Дополнительные данные: ребра параллельны прямой $AA_1$ . $A(180; 40; 80)$ . Найти расстояние от точки $K(85; 60; 0)$ до грани $AA_1C_1C$ , двугранный угол при ребре $AA_1$ и величину грани $AA_1B_1B$				
17	-50	50	90	Пирамида наклонная $n = 3; h = ?$	$A(25; Y; 17)$ ; $B(60; Y; 50)$ ; $C(X; Y; Z)$ . Точка $C$ – точка встречи $KS$ с плоскостью $P$ .
	Дополнительные данные: вершина $S(-20; 130; 150)$ . Через точку $K(50; 120; 70)$ провести плоскость $T$ перпендикулярно $AS$ . Найти расстояние от точки $K$ до грани $ABS$ , величину этой грани и двугранный угол при ребре $AS$				
18	120	90	60	Пирамида наклонная $n = 3; h = 110$	$A(-75; Y; 55)$ ; $B(-50; Y; 0)$ ; $C(0; Y; 25)$
	Дополнительные данные: вершина $S$ лежит на прямой $MK$ . $M(100; 70; 70)$ , $K(100; 100; 100)$ . Найти расстояние от точки $K$ до границы $ABS$ вращением вокруг фронтали, величину этой грани и двугранный угол $AS$				
19*	-30	90	30	Пирамида наклонная $n = 3; h = ?$	$A(40; 85; 0)$ ; $B(0; 20; 40)$ ; $C(-20; 65; 80)$
	Дополнительные данные: вершина $S(100; Y; Z)$ лежит на линии пересечения плоскости $T(\infty; 50; 100)$ с плоскостью $P$ . Найти расстояние от точки $K(55; 35; 100)$ до грани $ACS$ вращением вокруг фронтали, величину грани $BCS$ и двугранный угол при ребре $CS$				
20	?	?	?	Призма наклонная $n = 4; h = 115$	Параллелограмм: $A(-43; 68; 0)$ ; $B(7; 47; 8)$ ; $C(49; 18; 45)$ ; $D(X; Y; Z)$
	Дополнительные данные: ребра – профильные прямые. Фронтальная проекция ребра = 88. Через точку $K(40; 40; 75)$ провести плоскость $T(55; Y; Z)$ перпендикулярно плоскости $P$ . Найти расстояние от точки $K$ до грани $AA_1D_1D$ , величину этой грани и двугранный угол при ребре $DD_1$				
21	70	60	50	Призма наклонная $n = 3; h = ?$	$A(15; Y; 20)$ ; $B(-25; 10; Z)$ ; $C(-10; 55; Z)$
	Дополнительные данные: угол наклона ребра $AA_1$ к плоскости $H = 45^\circ$ , $A_1(65; 60; Z)$ . Через точку $K(80; 45; 30)$ провести плоскость $T(47; Y; Z)$ перпендикулярно плоскости $P$ . Найти расстояние от точки $K$ до грани $AA_1C_1C$ вращением вокруг горизонтали, величину этой грани и двугранный угол при ребре $AA_1$				

Продолжение таблицы 2

Вариант	Плоскость $P$			Многогранник	Основание (координаты вершин и другие данные)
	$P_x$	$P_y$	$P_z$		
22	120	85	70	Пирамида наклонная $n = 4; h = ?$	$A (55; Y; 20); B (20; Y; 50); C (15; Y; 15); D (45; Y; 0)$
	Дополнительные данные: вершина $S$ лежит на середине прямой $M (95; 90; Z), K (110; 50; 50)$ , наклоненной к плоскости $H$ под углом $30^\circ$ . Через точку $K$ провести плоскость $T$ перпендикулярно $CS$ . Найти расстояние от точки $K$ до грани $ABS$ , величину грани $BCS$ и двугранный угол при ребре $AS$				
23	30	-20	55	Пирамида правильная $n = 5; h = 100$	Центр основания $O (70; 45; Z)$ . Радиус описанной окружности $R = 25$
	Дополнительные данные: сторона основания параллельна $P_H$ . Провести через $KS$ плоскость $T$ перпендикулярно плоскости $P$ . Найти расстояние от точки $K (140; 10; 30)$ до любой грани вращением вокруг фронтала – величину основания, двугранный угол при любом ребре и величину любой грани				
24	-35	40	50	Призма наклонная $n = 3; h = 90$	$A (X; Y; Z); B (35; 15; Z); C (25; 40; Z)$
	Дополнительные данные: ребро $AA_1$ проходит через точку $K (75; 30; 37)$ параллельно прямой $M (120; 20; 25), N (75; 70; 45)$ . Через точку $K$ провести плоскость $T$ перпендикулярно $MN$ . Найти расстояние от точки $K$ до грани $BB_1C_1C$ , величину этой грани (способом вращения) и двугранный угол при ребре $CC_1$				
25	70	40	70	Пирамида наклонная $n = 3, h = 75$	$A (-20; Y; 45); B (-50; Y; 10); C (-85; Y; 60)$
	Дополнительные данные: вершина $S$ лежит на прямой $KM; K (90; 20; 100), M (50; 80; 55)$ . Найти угол наклона прямой $KM$ к плоскости $P$ , расстояние от точки $K$ до грани $ACS$ , величину этой грани и двугранный угол при ребре $BS$				
26*	-50	70	55	Пирамида правильная $n = 3; h = 120$	Центр основания $O (70; Y; Z)$ . Радиус описанной окружности $R = 35$
	Дополнительные данные: высота совпадает с линией пересечения плоскости $T (35; -15; 15)$ с плоскостью $P$ . Найти угол наклона ребра $BS$ к плоскости $P$ , расстояние от точки $K (30; 96; 25)$ до грани $BCS$ , величину этой грани и двугранный угол при ребре $CS$				

Продолжение таблицы 2

Вариант	Плоскость $P$			Многогранник	Основание (координаты вершин и другие данные)
	$P_x$	$P_y$	$P_z$		
27	120	75	90	Пирамида наклонная $n = 4; h = 120$	Параллелограмм: $A(-55; Y; 10); B(-10; Y; 30);$ $C(-45; Y; 65); D(X; Y; Z)$
	Дополнительные данные: вершина $S$ лежит на прямой $MN$ , расположенной под углом $60^\circ$ к плоскости $V$ . $M(70; 40; 60); N(70; Y; 120)$ . Найти точку $M$ , провести плоскость $T$ перпендикулярно высоте пирамиды. Найти угол наклона ребра $BS$ к плоскости $P$ , расстояние от точки $K(55; 110; 40)$ до грани $ABS$ , двугранный угол при ребре $BS$				
28	90	55	70	Призма прямая $n = 4; h = 110$	$A(0; 0; 70); B(30; Y; 20);$ $C(-20; 0; Z); D(-20; 40; Z)$
	Дополнительные данные: провести через точку $K(100; 20; 25)$ плоскость $T$ перпендикулярно диагонали $B_1D$ . Найти угол наклона этой диагонали к плоскости $P$ , расстояние от точки $K$ до грани $BB_1A_1A$ , величину этой грани и двугранный угол при ребре $BB_1$				
29*	120	100	120	Пирамида наклонная $n = 3; h = ?$	$A(20; Y; Z); B(45; Y; 40);$ $C(50; 75; 85)$
	Дополнительные данные: грань $ABS$ лежит на плоскости $P$ . Ребро $AS$ совпадает с линией пересечения плоскости $T(\infty; 150; 90)$ с плоскостью $P$ . Координаты вершины $S(-50; Y; Z)$ . Провести через точку $K(90; 40; 50)$ плоскость $Q$ перпендикулярно линии пересечения плоскостей $P$ и $T$ . Найти угол при ребре $CS$ , величину грани $ABS$ и расстояние от $K$ до $BCS$				
30	110	70	100	Призма наклонная $n = 3; h = 70$	$A(-30; Y; Z); B(0; Y; Z);$ $C(-50; Y; 65)$
	Дополнительные данные: ребра призмы параллельны $KM$ . $K(130; 50; 60); M(90; 40; 40)$ . Ребро $AB$ совпадает с линией пересечения плоскости $T(-90; 160; 70)$ с плоскостью $P$ . Провести через точку $K$ плоскость $Q$ перпендикулярно $KM$ . Найти расстояние от точки $K$ до грани $BB_1C_1C$ , величину этой грани и двугранный угол при ребре $BB_1$				
31	33	40	30	Пирамида правильная $n = 3; h = 120$	Центр основания $O(-40; 40; Z)$ . Радиус описанной окружности $R = 35$
	Дополнительные данные: найти расстояние от точки $K(24; 48; 76)$ до грани $ACS$ и плоскости $P$ , величину грани $ACS$ , двугранный угол при ребре $CS$ и угол наклона основания к плоскостям $H$ и $V$				



Окончание таблицы 2

Вариант	Плоскость $P$			Многогранник	Основание (координаты вершин и другие данные)
	$P_x$	$P_y$	$P_z$		
32	105	-120	120	Пирамида прямая $n = 4; h = 110$	$A (152; Y; 50); B (126; Y; 90)$ . $AD$ и $BC$ – горизонтали плоскости $P$ ; $CD$ – фронталь этой плоскости; $AD = 60$
	Дополнительные данные: вершина $S$ лежит на перпендикуляре, восстановленном из точки пересечения диагоналей основания. Через точку $K (197; 15; 6)$ провести плоскость $T (188; Y; Z)$ перпендикулярно плоскости $P$ . Найти расстояние от точки $K$ до грани $ADS$ , величину этой грани и двугранный угол при ребре $AS$				
33	128	82	59	Пирамида наклонная $n = 3; h = ?$	$A (66; Y; 15)$ . Центр основания $O (40; Y; 21)$
	Дополнительные данные: вершина $S (149; Y; 17)$ лежит в плоскости $T (140; Y; Z)$ , проходящей через точку $K (53; 37; 5)$ и перпендикулярной плоскости $P$ . Найти расстояние от точки $K$ до плоскости $P$ и до грани $ABS$ , величину этой грани, двугранный угол при ребре $SC$ и точку встречи ребра $AB$ с плоскостью $T$				
34	40	32	-95	Пирамида правильная $n = 4; h = 72$	Параллелограмм: $A (30; Y; Z)$ ; $D (6; Y; 52)$ . Сторона $AB$ лежит на линии пересечения плоскости $T (-96; 62; 30)$ с плоскостью $P$ . $AB = 50$
	Дополнительные данные: вершина $S$ лежит на перпендикуляре, восстановленном в точке пересечения диагоналей основания. Найти угол между плоскостями $T$ и $P$ , двугранный угол при ребре $CS$ , расстояние от точки $C$ до плоскости $T$ , величину грани $BDS$ (вращением без указания осей)				
35	80	48	60	Куб $h = 50$	$A (-28; 43; Z)$ ; $AB$ параллельна $KM$ ; $K (-5; Y; 10)$ ; $M (-57; 25; Z)$ ; $KM$ лежит на плоскости $P$
	Дополнительные данные: провести плоскость $T (180; Y; Z)$ параллельно плоскости $P$ . Найти расстояние между плоскостями (двумя способами) и углы наклона основания куба к плоскостям проекции $H$ и $V$				
36	110	70	192	Призма правильная $n = 6; h = 100$	Центр основания $O (-18; Y; 40)$ . Радиус описанной окружности $R = 35$
	Дополнительные данные: найти расстояние от точки $K (20; 55; 50)$ до грани $CC_1D_1D$ и между двумя противоположными гранями, величину граней и двугранный угол при ребре $D_1D$				

**Задача 2.1.** Определить величину двугранного угла и расстояние между двумя скрещивающимися прямыми.

*Указания к выполнению задачи 2.1.* Для решения задачи необходимо изучить способ замены плоскостей проекций.

Для определения величины угла между смежными гранями комплексный чертёж преобразовать таким образом, чтобы грани заняли проецирующее положение. В приложении В показано нахождение угла при ребре  $AB$ . Для этого выполнено две замены плоскостей проекций: первая –  $Q$  параллельна  $AB$ , вторая –  $R$  перпендикулярна  $a_Q b_Q$ . На плоскости  $R$   $a_R b_R$  проецируется в точку, а плоскости становятся проецирующими. Угол при  $a_R b_R$  и является искомым.

Чтобы определить расстояние между двумя скрещивающимися прямыми  $AB$  и  $CD$ , необходимо выполнить замену плоскостей проекций  $F$  параллельно  $ab$ , при этом  $a_F, b_F, c_F, d_F$  имеют ту же координату  $Z$ , что и  $a', b', c', d'$ . Затем ось  $X_4$  располагается перпендикулярно  $a_F b_F$  и на плоскости  $T$  отрезок прямой  $AB$  становится проецирующим. Прямая  $k_T e_T$  перпендикулярна к  $c_T d_T$  и есть расстояние между двумя скрещивающимися прямыми.

**Задача 2.2.** Определить натуральную величину треугольника  $ABC$  методом совмещения (поворот плоскости вокруг следа).

*Указания к выполнению задачи 2.2.* Дан треугольник  $ABC$ , необходимо определить его натуральную величину. Для этого на фронтальном следе  $P_V$  берётся произвольная точка  $K$ , следовательно, горизонтальная проекция точки  $K$  будет находиться на оси  $X$ . Осью вращения является горизонтальный след плоскости  $P_H$ . Из точки схода следов  $P_X$  радиусом  $P_X k'$  проводим дугу, а из горизонтальной проекции  $k$  проводим перпендикуляр к следу  $P_H$  до пересечения с дугой, получаем точку  $k^-$ . Соединяя  $P_X$  с точкой  $k^-$ , получаем совмещённый след плоскости  $P_V^-$ . Проекция точки  $a'$  лежит на оси  $X$ , значит горизонтальная проекция точки  $a$  лежит на следе  $P_H$  и совпадает с совмещённой проекцией точки  $a$ .

Через фронтальную проекцию точки  $b'$  проводим фронтальную проекцию горизонтали и радиусом  $P_X n_2$  проводим дугу до пересечения со следом  $P_V^-$ . Из полученной точки  $n_2^-$  проводим линию параллельно  $P_H$ , из горизонтальной проекции  $b$  проводим перпендикуляр к  $P_H$ , на пересечении получаем точку  $b_0$ . Соединяя точки  $a_0$  и  $b_0$ , получаем натуральную величину прямой  $AB$ . Аналогично определяем точку  $c_0$ . Совмещённое положение треугольника  $a_0 b_0 c_0$  и есть натуральная величина плоскости  $ABC$ .

Пример выполнения задачи 2.2 приведен в приложении В.

**Задача 2.3.** Определить натуральную величину треугольника  $ABC$  плоскопараллельным перемещением.

*Указания к выполнению задачи 2.3.* Проводим горизонталь  $AF$ . Разворачиваем систему так, чтобы проекция горизонтали стала перпендикулярна оси  $X$ , величина фигуры при этом не меняется (см. приложение В).

На плоскости  $V$  треугольник проецируется в прямую линию, т. е. станет фронтально-проецирующей плоскостью. Для преобразования в плоскость уровня совершается второе перемещение, при этом на плоскости  $H$  треугольник проецируется в натуральную величину.

**Задача 2.4.** Определить натуральную величину треугольника  $ABC$  вращением вокруг горизонтали.

*Указания к выполнению задачи 2.4.* Если плоская фигура параллельна какой-либо плоскости проекций, то она проецируется без искажения. Поскольку в данной задаче плоскость  $ABC$  общего положения, то следует преобразовать чертёж так, чтобы она заняла положение параллельно плоскости  $H$  (см. приложение В). При этом достаточно найти новое положение лишь для одной точки плоскости, так как точки на выбранной в качестве оси горизонтали при повороте не изменяют своего положения. Строим в плоскости  $ABC$  горизонталь  $AF$ . В плоскости  $H$  проводим перпендикуляр из точки  $b$  к горизонтали, получаем горизонтальную проекцию радиуса вращения  $bb_0$ , и натуральную величину радиуса вращения. Находим совмещённое положение точки  $B_1$ . Проводим через точки  $B_1$  и  $f$  линию до пересечения с перпендикуляром, опущенным из точки  $c$  на горизонталь. Получаем точку  $C_1$ . Соединив точки  $B_1$ ,  $C_1$  и  $a$ , получим натуральную величину треугольника  $ABC$ .

### Расчетно-графическая работа № 3

#### ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Все задачи работы № 3 выполняются на формате А4 или А3 в масштабе 1:1. Как и предыдущие, данная работа должна быть оформлена в соответствии с ГОСТами (см. с. 4), с угловым штампом размером 120 × 15.

Все надписи, как и отдельные обозначения, в виде букв и цифр должны быть выполнены стандартным шрифтом размером 3,5 и 5 в соответствии с ГОСТ 2.304–68.

Задачи сшиваются в альбом формата А4, на лицевой стороне обложки которого делается рамка и титульная надпись (см. приложение А).

**Задача 3.1.** Построить линию пересечения тела заданной плоскостью и истинный вид сечения по индивидуальным вариантам заданий, представленным на рисунке 1.

*Указания к выполнению задачи 3.1.* В приложении Г представлен пример, когда секущая плоскость  $P$  пересекает верхнее и нижнее основания призмы. Фигура сечения имеет форму шестиугольника, вершины и стороны которого построены способом вспомогательных секущих плоскостей.

Сторона 1–2 является линией пересечения нижнего основания призмы плоскостью  $P$ . Линия 1–2 совпадает со следом  $P_H$ .

Сторона 3–4 строится как линия пересечения верхнего основания призмы с плоскостью  $P$ . Для этого грань верхнего основания  $ABCD$  заключили в плоскость  $S$ . Линия пересечения плоскости  $S$  с плоскостью  $P$  – горизонталь 3–4.

Отрезок 3–4 найденной горизонтали является одной из сторон фигуры сечения.

Сторона 4–6 строится как линия пересечения грани  $CC_1DD_1$  с плоскостью  $P$ . Грань  $CC_1DD_1$  заключаем в горизонтально-проецирующую плоскость  $T$ , которая пересекает плоскость  $P$  по прямой  $MN$ . Отрезок 4–6 этой прямой – искомая линия.

Вершина 5 фигуры сечения строится как точка пересечения ребра  $BB_1$  и плоскости  $P$  с помощью вспомогательной плоскости  $R$ . Линия пересечения плоскостей  $R$  и  $P$  – фронталь.

Сторона 2–6, 1–5 и 5–3 получены путём соединения найденных вершин с помощью прямых линий.

Истинная величина фигуры сечения построена способом совмещения. Построение вершин  $5_0, 3_0, 4_0, 6_0$  производится при помощи совмещенного следа  $P_V$ , горизонтальной проекции  $P$  и линий, перпендикулярных оси вращения (следу  $P_H$ ), проведенных из соответствующих горизонтальных проекций точек 5, 3, 4, 6. Точки  $1_0$  и  $2_0$  расположены на оси вращения и совпадают с точками 1 и 2.

Фигура  $1_0, 2_0, 6_0, 4_0, 3_0, 5_0$  есть натуральная величина сечения призмы плоскостью  $P$ .

**Задача 3.2.** Построить линию пересечения двух заданных тел способом вспомогательных секущих плоскостей по индивидуальным вариантам заданий, представленным на рисунке 2.

*Указания к выполнению задачи 3.2.* В данной задаче необходимо построить линию пересечения поверхностей вращения, применив метод вспомогательных секущих плоскостей.

Даны две пересекающиеся поверхности (см. приложение Г) – прямой круговой конус с вершиной  $S$  и фронтально-проецирующая поверхность цилиндра вращения.

*Алгоритм построения точек пересечения.*

Вводим несколько вспомогательных секущих плоскостей  $T$  параллельно  $H(T_{V1}, T_{V2}...T_V)$ .

Многokrатное применение вспомогательной плоскости  $T$  позволяет построить все проекции точек линии пересечения конуса и цилиндра.

Построение проекций опорных точек: фронтальная проекция цилиндра – окружность с центром  $i'$ . Часть её, наложенная на фронтальную проекцию конуса, и будет являться фронтальной проекцией искомой линии пересечения – это линия  $1', 2' \equiv 14', 3' \equiv 13', 4' \equiv 12', 5' \equiv 11', 6' \equiv 10', 7' \equiv 9', 8'$ .

Из этих точек фронтальными проекциями опорных будут:

- 1) самая верхняя  $1'$ ;
- 2) самая нижняя  $7' \equiv 9'$ ;
- 3) самые левые и пара точек, являющихся границей видимости горизонтальной проекции линии пересечения точки  $4' \equiv 12'$ ;
- 4) самая правая  $8'$ .

Горизонтальные проекции точек  $1$  и  $8$  лежат на горизонтальной проекции образующей конуса. Таким образом, по  $1'$  строим  $1$ , по  $8'$ , следовательно –  $8$ , проводя соответствующие линии связи.

Горизонтальные проекции всех остальных точек строим с помощью метода вспомогательных секущих плоскостей, применяя приведенный алгоритм.

Например: точки  $4, 12$ , фронтальные проекции которых  $4' \equiv 12'$  принадлежат очерковой образующей цилиндра, являются границей видимой и невидимой частей горизонтальной проекции линии пересечения. Чтобы построить  $4$  и  $12$ , проведём горизонтальную вспомогательную плоскость  $T_4$ . Её фронтальный след пройдёт через  $4' \equiv 12'$ . Она рассечёт цилиндр по очерковой образующей, а конус – по окружности  $IV$  радиуса  $R_4$ . Там, где окружность  $IV$  пересекает очерковую образующую, и лежат горизонтальные проекции точек  $4, 12$ .

Горизонтальные проекции самых нижних точек  $7$  и  $12$  строятся аналогично: проводим горизонтальную плоскость  $T_7$ , фронтальный след её пройдёт через  $7' \equiv 9'$ . Она пересечет конус по окружности  $VII$  радиуса  $R_7$  и коснется цилиндра по самой нижней образующей, горизонтальная проекция которой совпадает с осью  $i$  цилиндра. Там, где окружность  $VII$  пересечет  $i$ , и будут горизонтальные проекции точек  $7$  и  $12$ .

Аналогично строим горизонтальные проекции всех остальных точек. Плавной сплошной линией  $4, 3, 2, 1, 14, 13, 12$  соединяем видимую часть линии, лежащую на верхнем полуцилиндре; штриховой линией соединяем точки  $4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$ , лежащие на нижнем полуцилиндре.

**Задача 3.3.** Построить линию пересечения заданных тел способом сфер по индивидуальным вариантам, приведенным на рисунке 3.

*Указания к выполнению задачи 3.3.* В задаче необходимо построить линию пересечения поверхностей – цилиндрической и прямого кругового конуса (см. приложение Г).

Первоначально выполняется анализ пересекающихся поверхностей на возможность применения способа сфер. Первое условие – пересекаются поверхности вращения второго порядка. Второе условие – оси пересекающихся поверхностей пересекаются между собой. Третье условие – плоскость пересекающихся осей должна быть параллельна одной из плоскостей проекций.

Анализ условия задачи показывает, что все перечисленные условия выполняются. При этих условиях можно применить способ концентрических сфер с центром в точке  $O$ .

Для более глубокого понимания принципа вспомогательных секущих сфер необходимо знать пересечение соосных поверхностей второго порядка. Соосные – поверхности, имеющие общую (совпадающую) ось. Они всегда пересекаются по окружностям. В нашем случае соосными поверхностями являются вспомогательные сферы с поверхностями цилиндра и конуса.

Последовательность построения на чертеже: находим опорные точки  $1'$  и  $2'$  на пересечении фронтальных очерков и по их фронтальным проекциям определяем горизонтальные  $1$  и  $2$ .

Минимальная сфера –  $C\phi. R_{\min}$  – вписывается как радиус сферы, касательной к поверхности конуса. Её фронтальная проекция касается конуса по окружности, спроецировавшейся в прямую  $k'$ . Эта же сфера ( $C\phi. R_{\min}$ ) пересекает цилиндр по окружности, так же спроецировавшейся в прямую  $l'$ . Пересекаясь,  $k'$  и  $l'$  определяют фронтальные проекции двух точек линии пересечения  $7' \equiv 8'$ . Горизонтальные проекции точек  $7$  и  $8$  определяем на горизонтальной проекции окружности диаметром, равным отрезку  $k'$ .

В данной задаче максимальная сфера  $C\phi. R_{\max}$  определяется как  $o'I'$ .

Для нахождения какой-либо промежуточной точки, например  $3$ , вводим вспомогательную сферу  $C\phi.R$ , задав её фронтальный очерк – окружность радиусом  $R$  с центром  $o'$ . Построим отрезки  $a'$  и  $b'$  – фронтальные проекции окружностей, по которым  $C\phi.R$  пересекает соответственно конус и цилиндр. Находим  $3' \equiv 4'$  на пересечении  $a'$  и  $b'$ . Горизонтальные проекции  $3$  и  $4$  определяем на окружности радиусом  $a'$ .

Построим аналогичным образом несколько промежуточных точек. Соединим одноимённые проекции всех найденных точек с учётом видимости.

Видимость линии пересечения в проекции на плоскости  $V$  определяется проекциями  $1'$  и  $2'$ , видимость линии пересечения в проекции на плоскость  $H$  – проекциями точек  $7$  и  $8$  на очерковых образующих цилиндра.

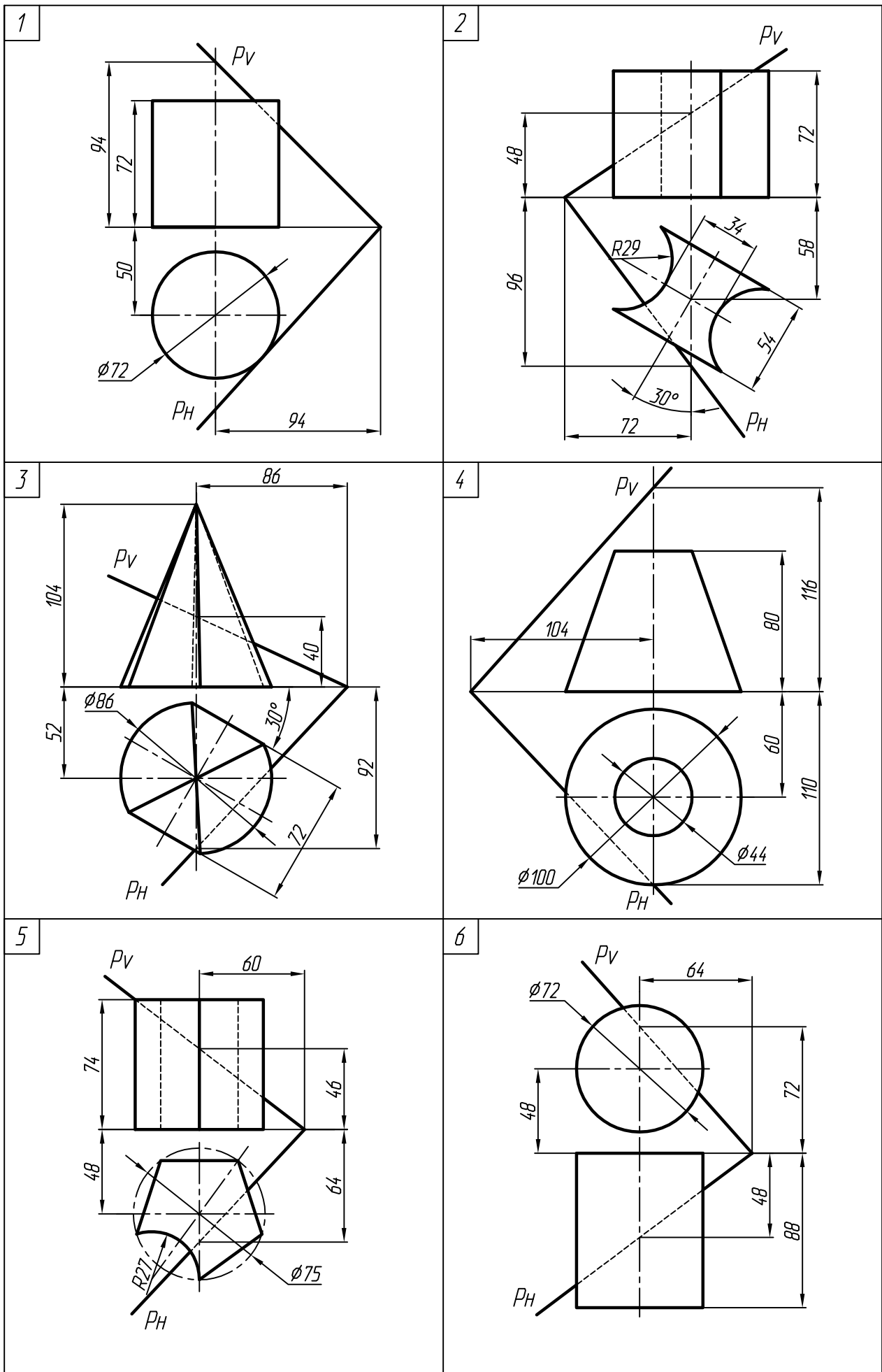


Рисунок 1 (начало) – Варианты заданий к задаче 3.1

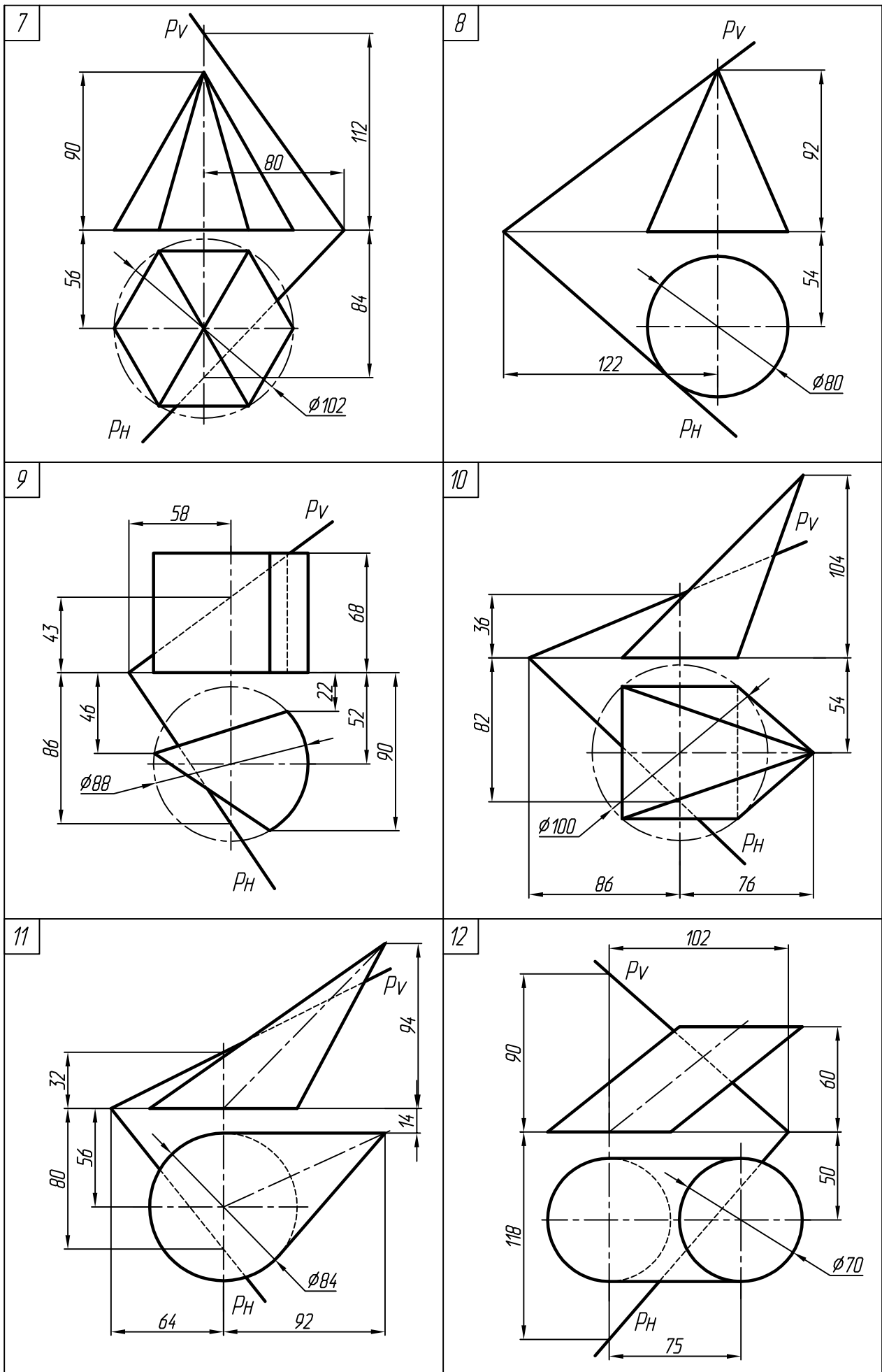


Рисунок 1 (продолжение) – Варианты заданий к задаче 3.1



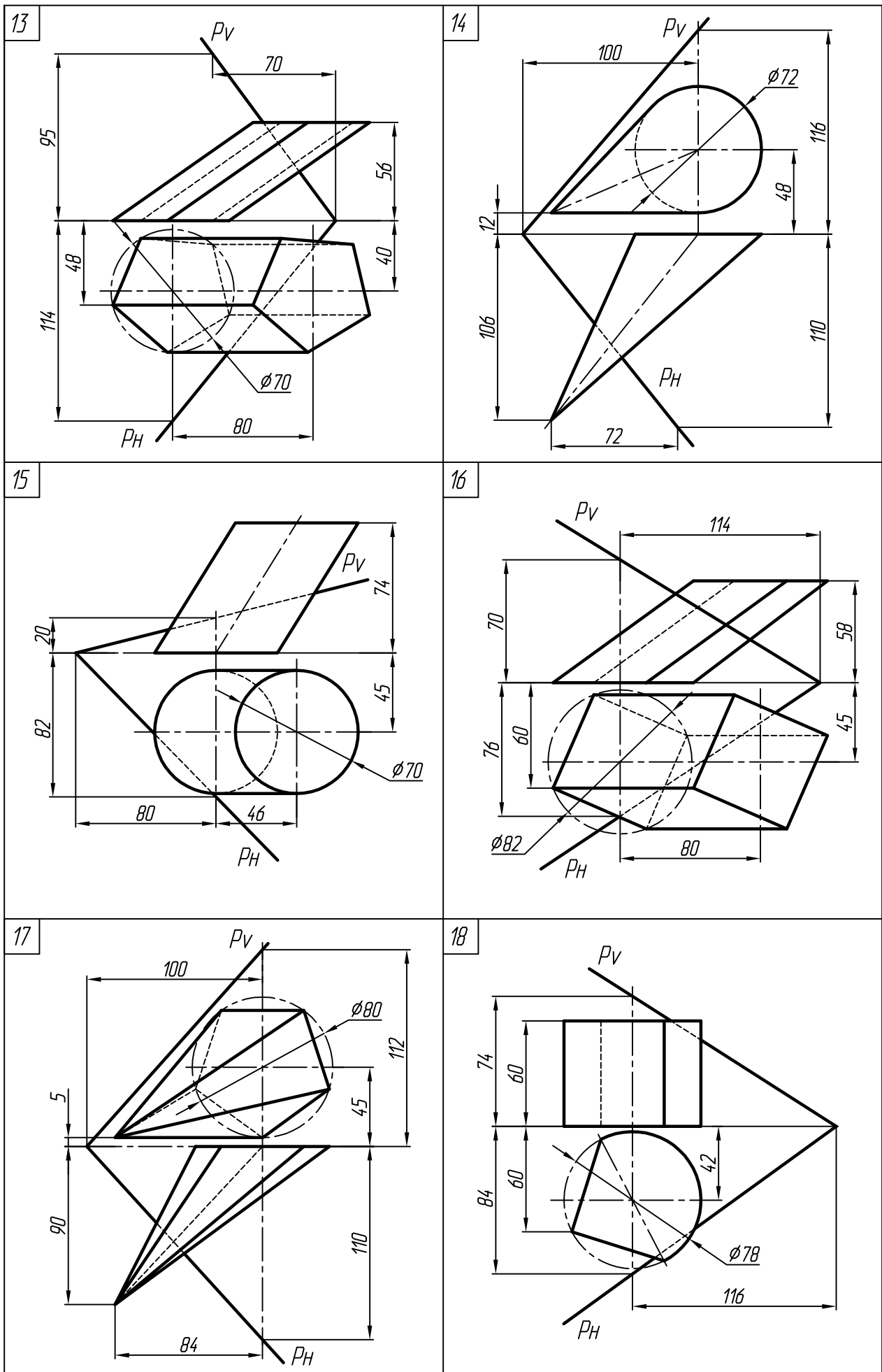


Рисунок 1 (продолжение) – Варианты заданий к задаче 3.1

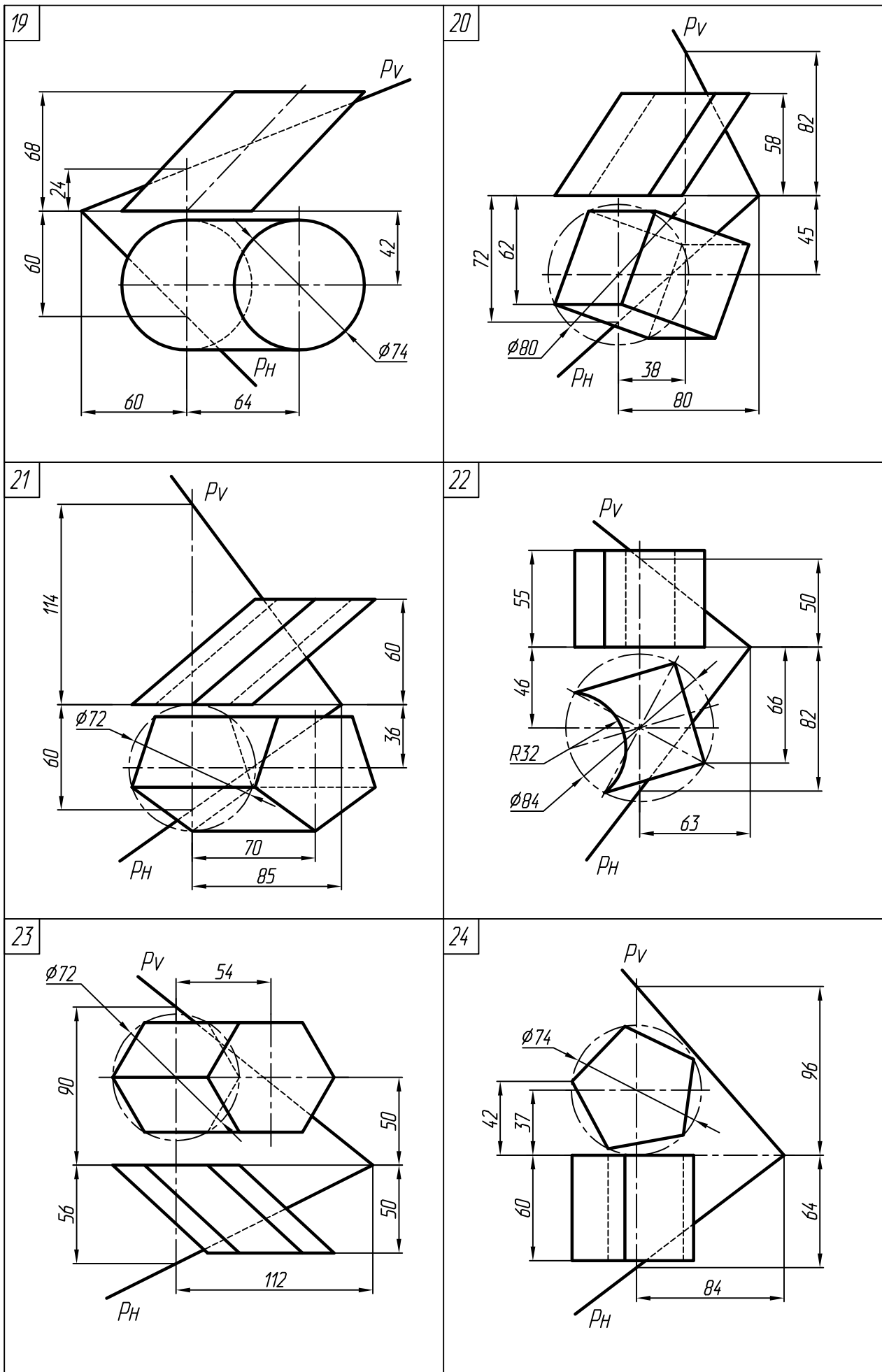


Рисунок 1 (продолжение) – Варианты заданий к задаче 3.1

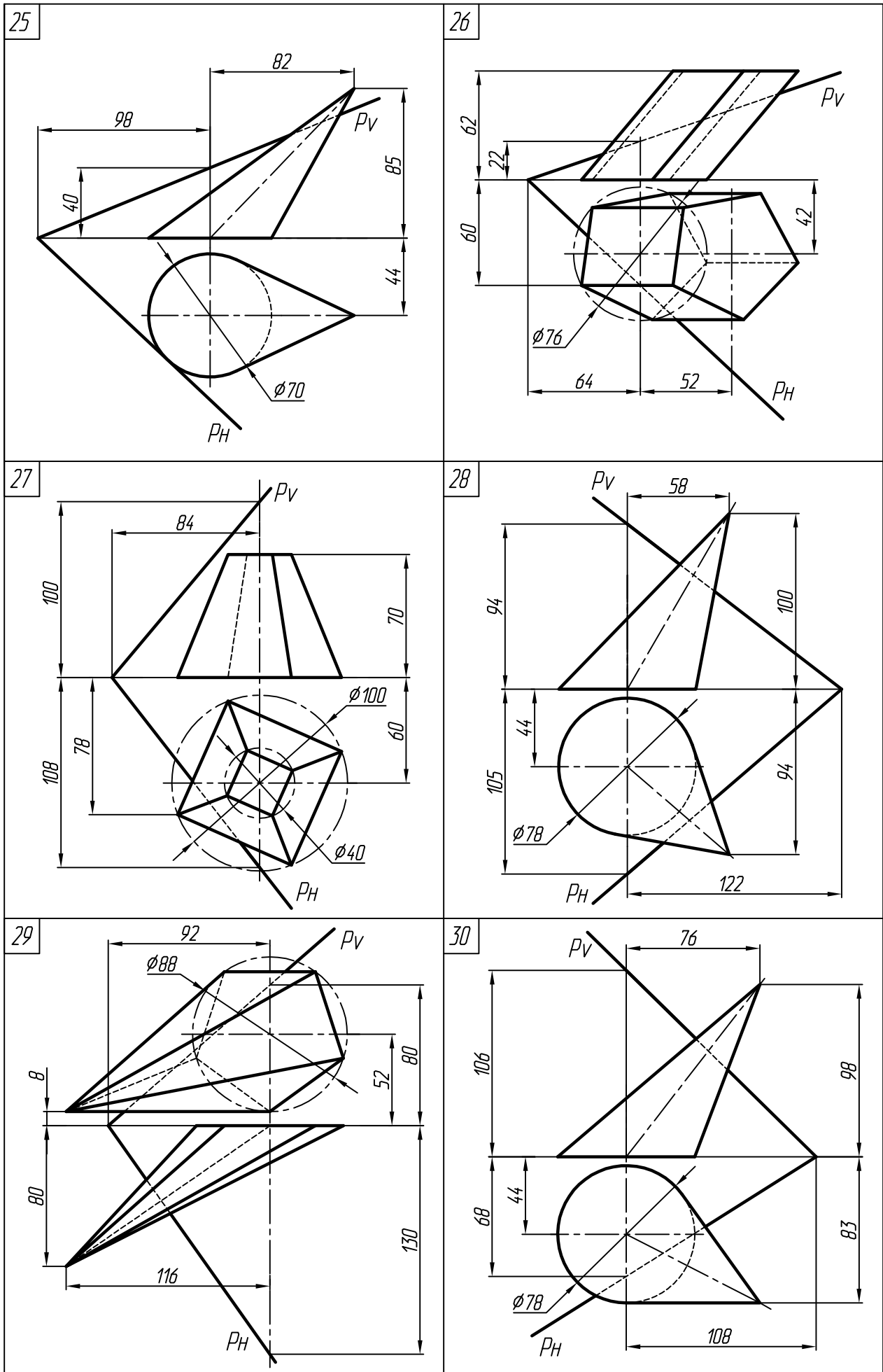


Рисунок 1 (продолжение) – Варианты заданий к задаче 3.1

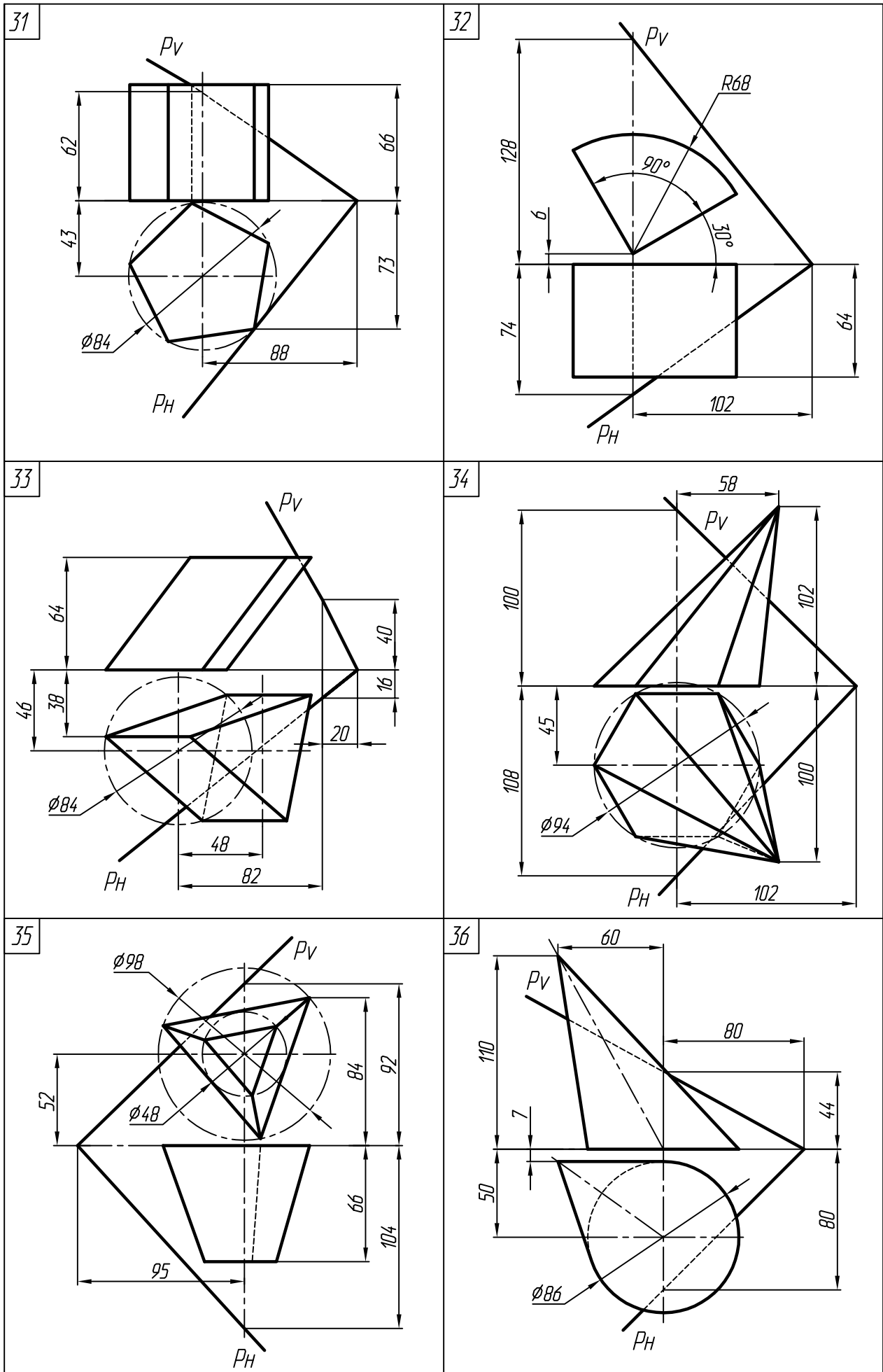


Рисунок 1 (окончание) – Варианты заданий к задаче 3.1

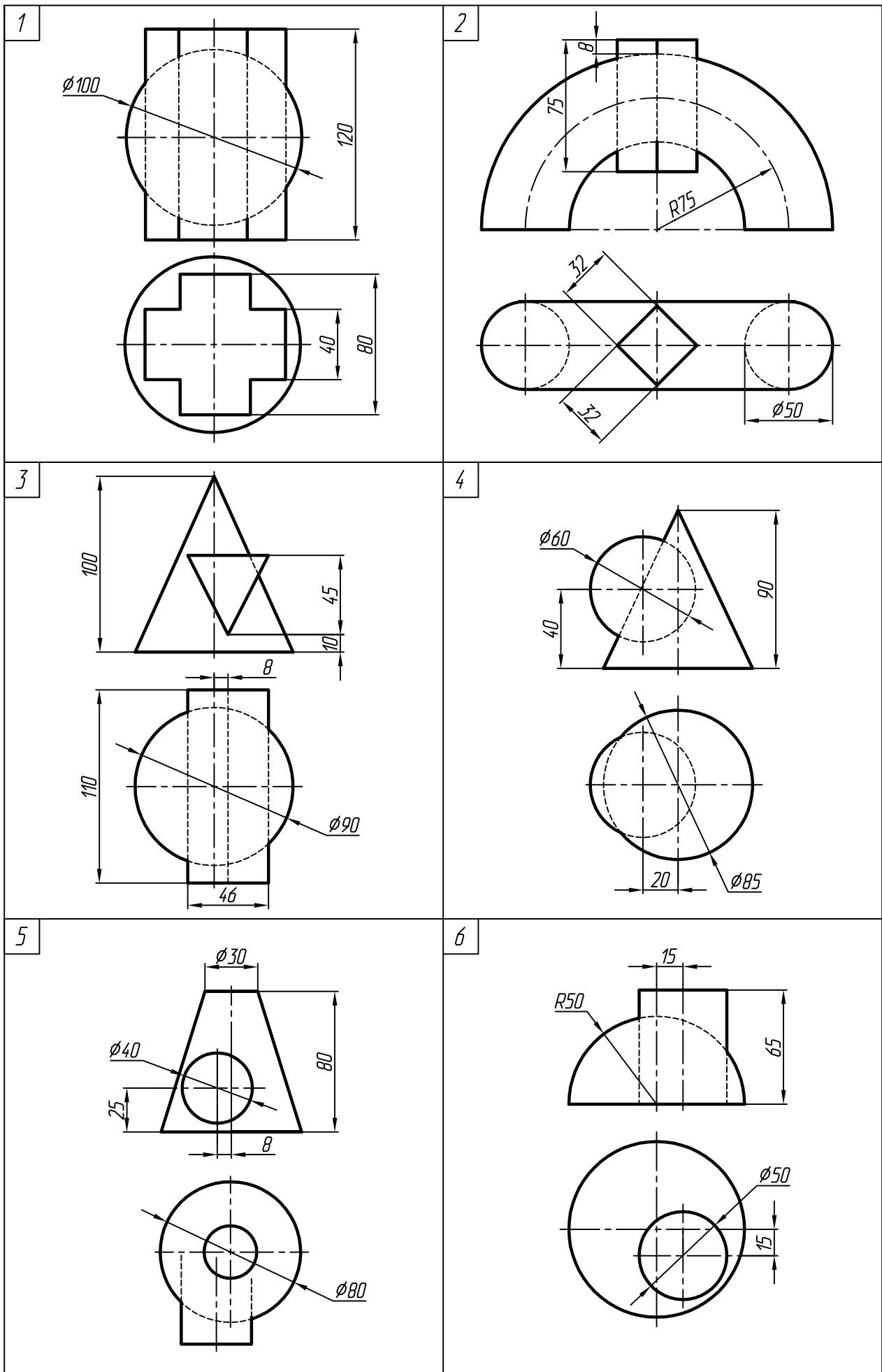


Рисунок 2 (начало) – Варианты заданий к задаче 3.2

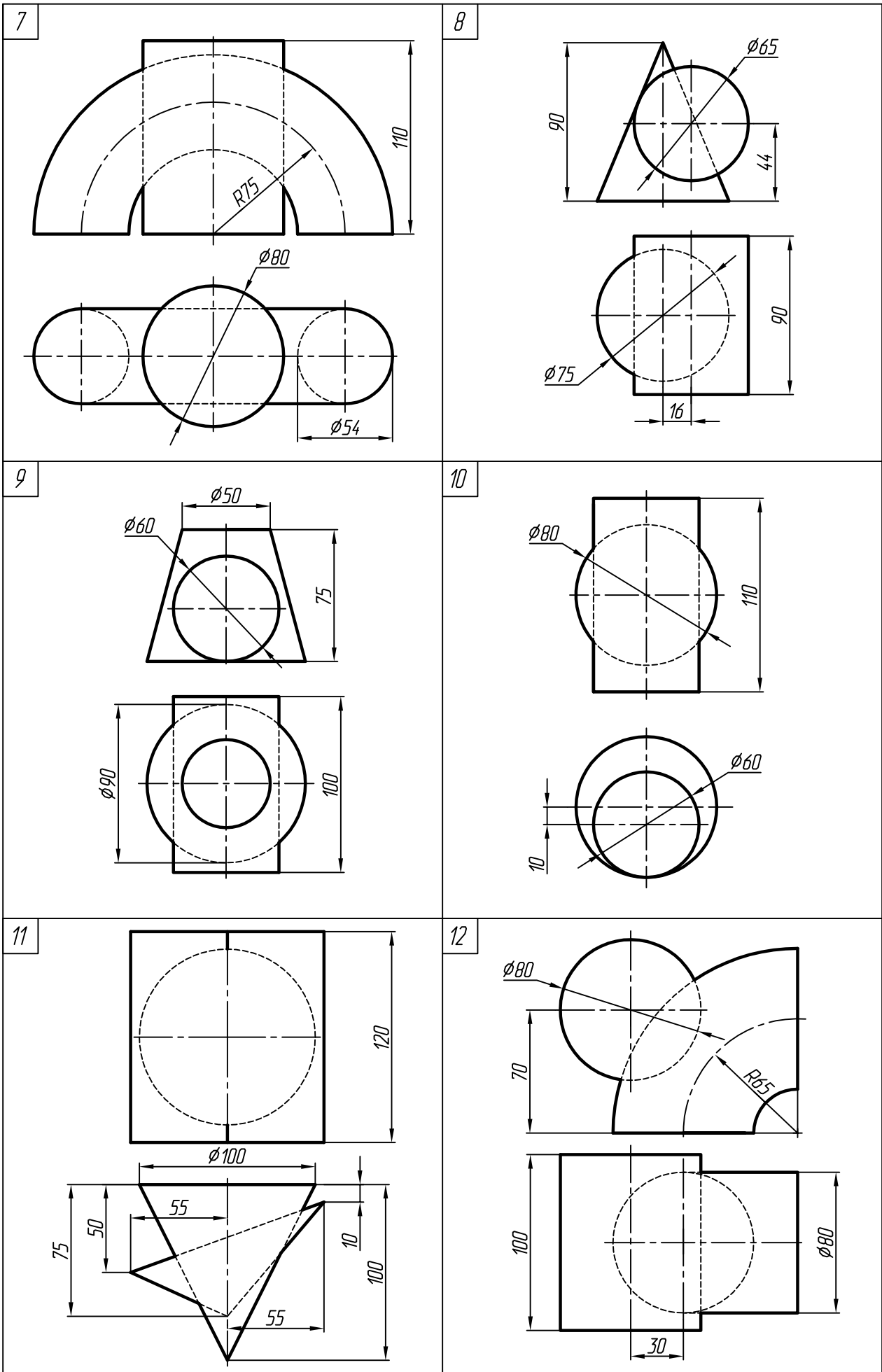


Рисунок 2 (продолжение) – Варианты заданий к задаче 3.2

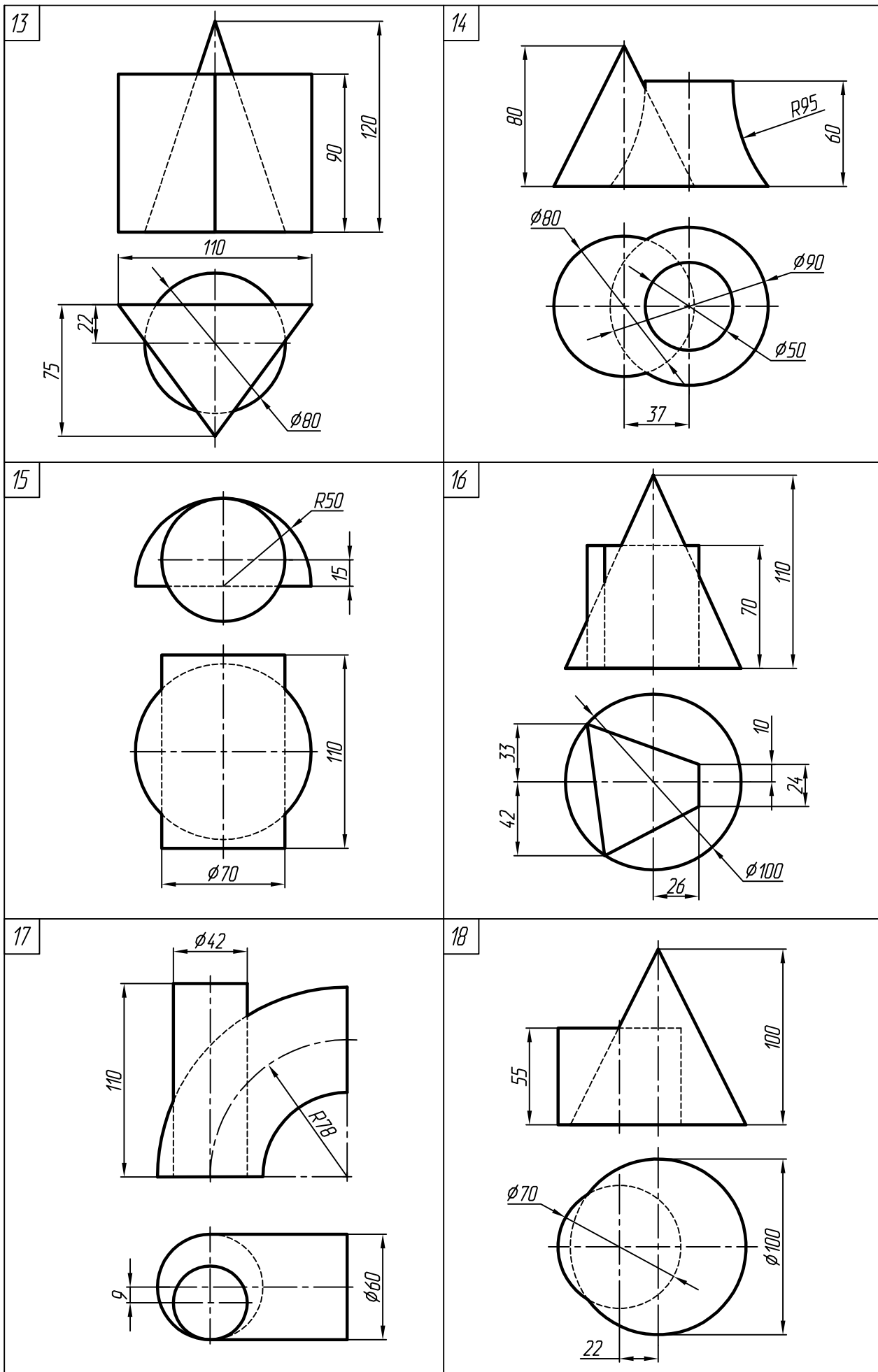


Рисунок 2 (продолжение) – Варианты заданий к задаче 3.2

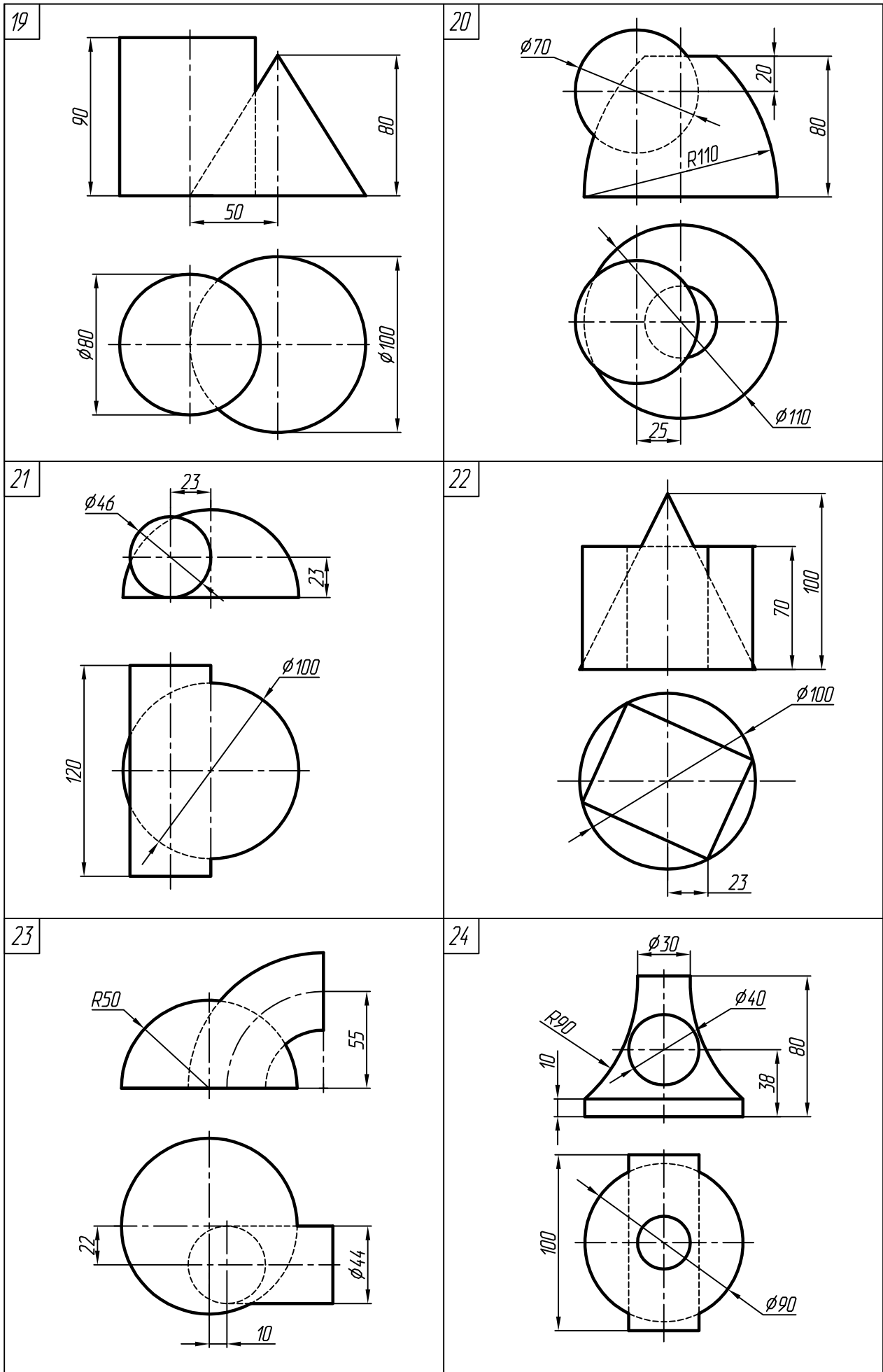


Рисунок 2 (продолжение) – Варианты заданий к задаче 3.2



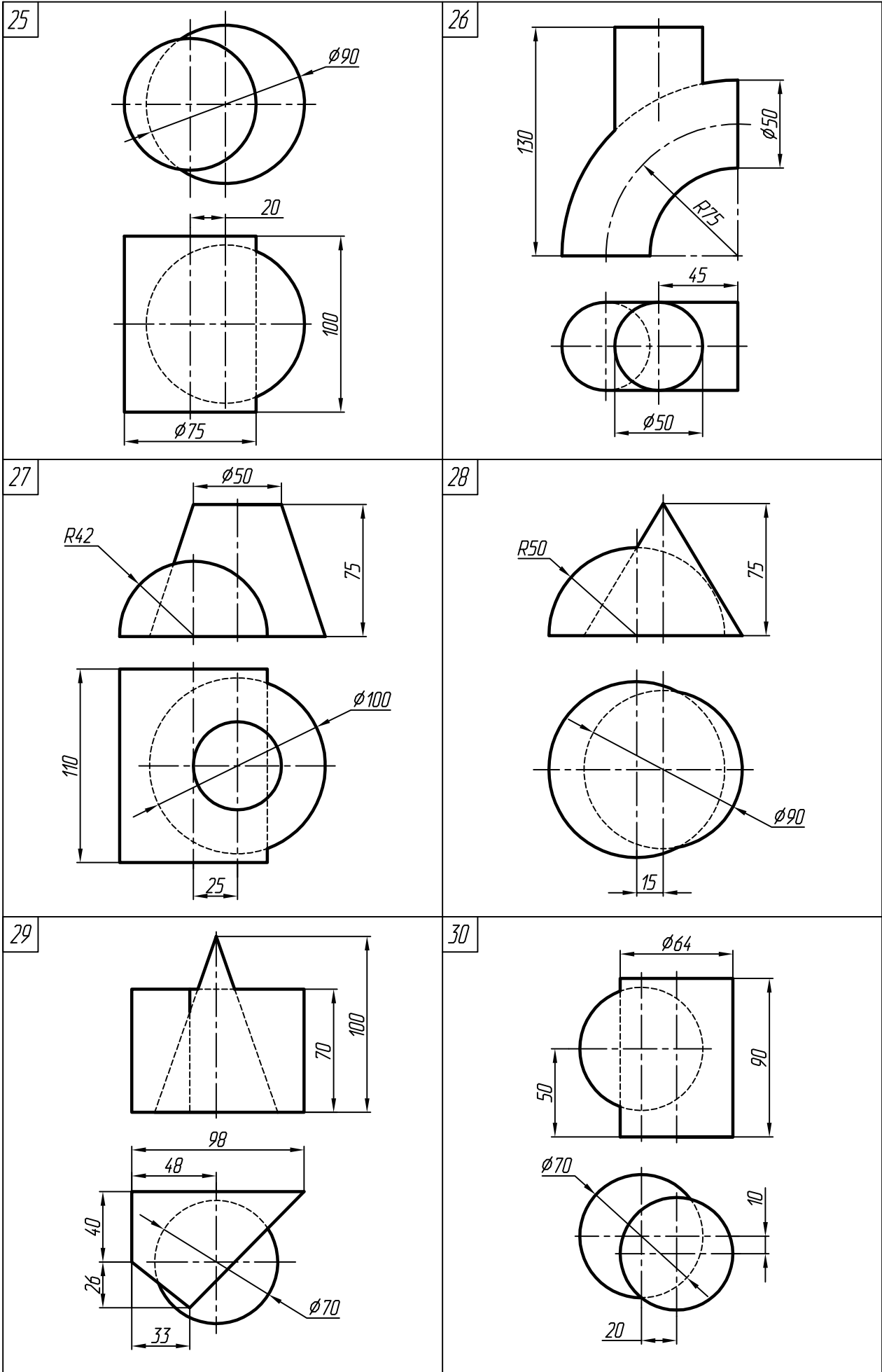
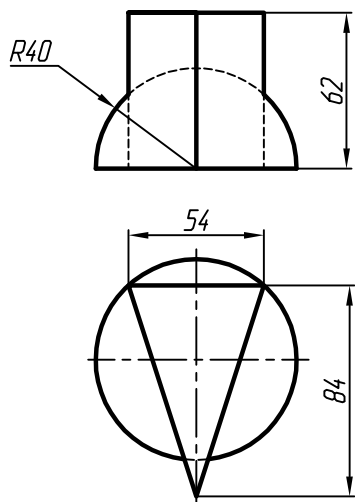
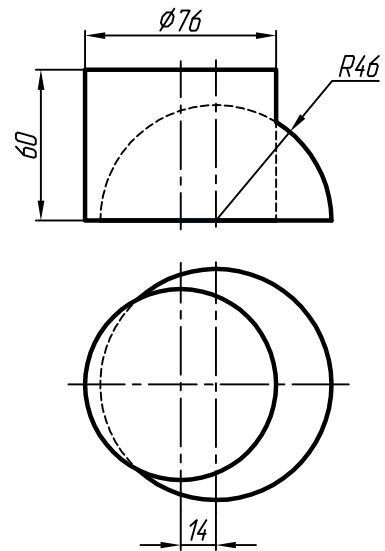


Рисунок 2 (продолжение) – Варианты заданий к задаче 3.2

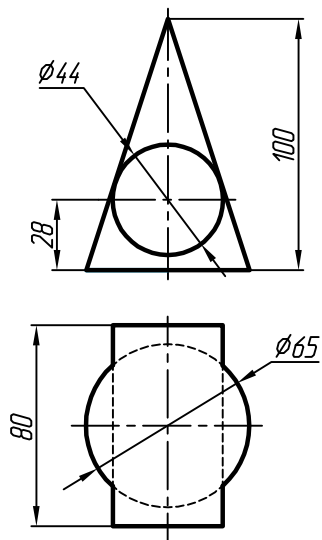
31



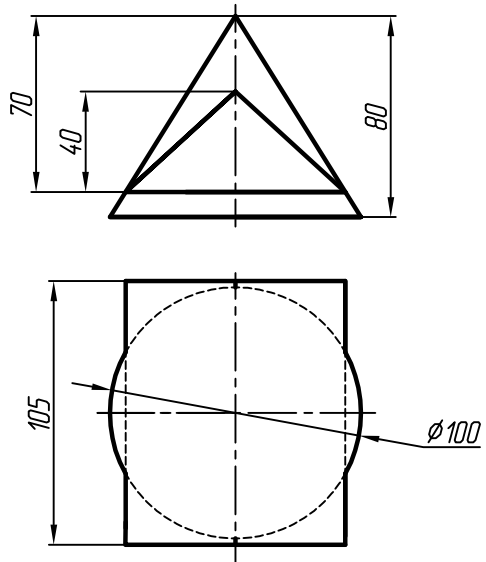
32



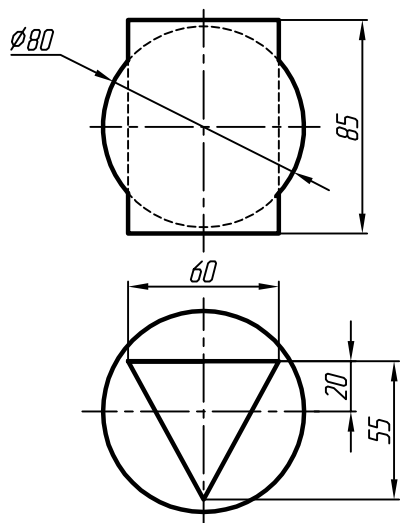
33



34



35



36

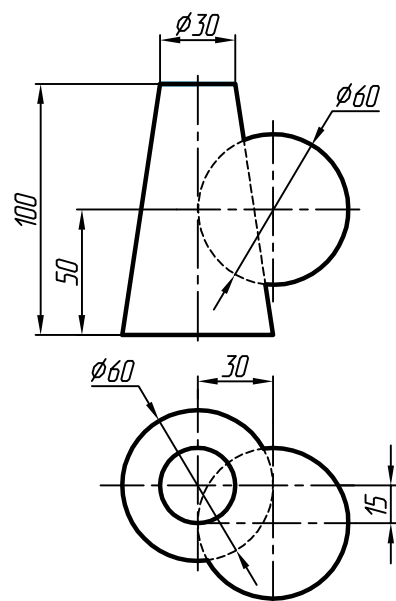


Рисунок 2 (окончание) – Варианты заданий к задаче 3.2

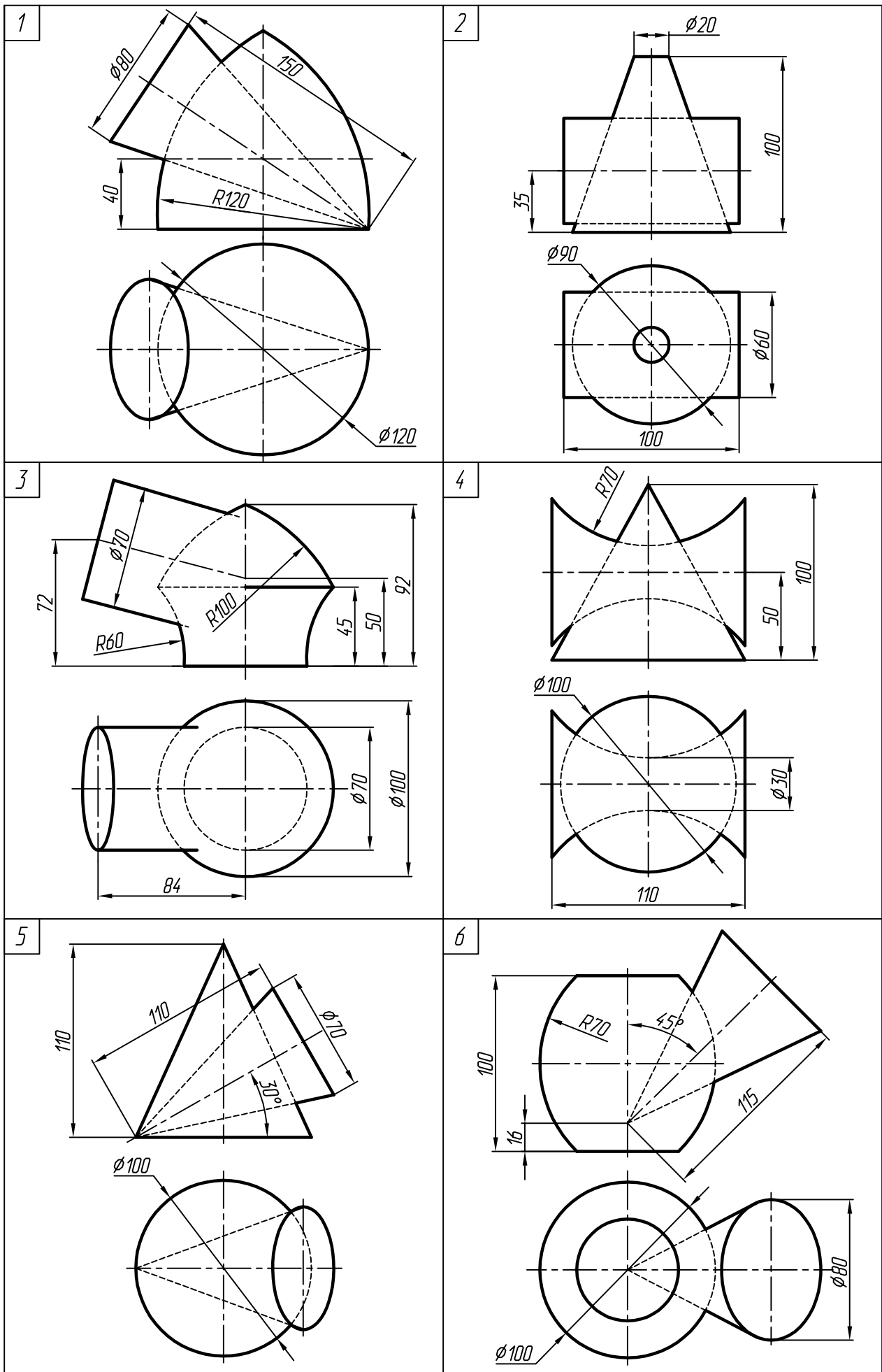


Рисунок 3 (начало) – Варианты заданий к задаче 3.3

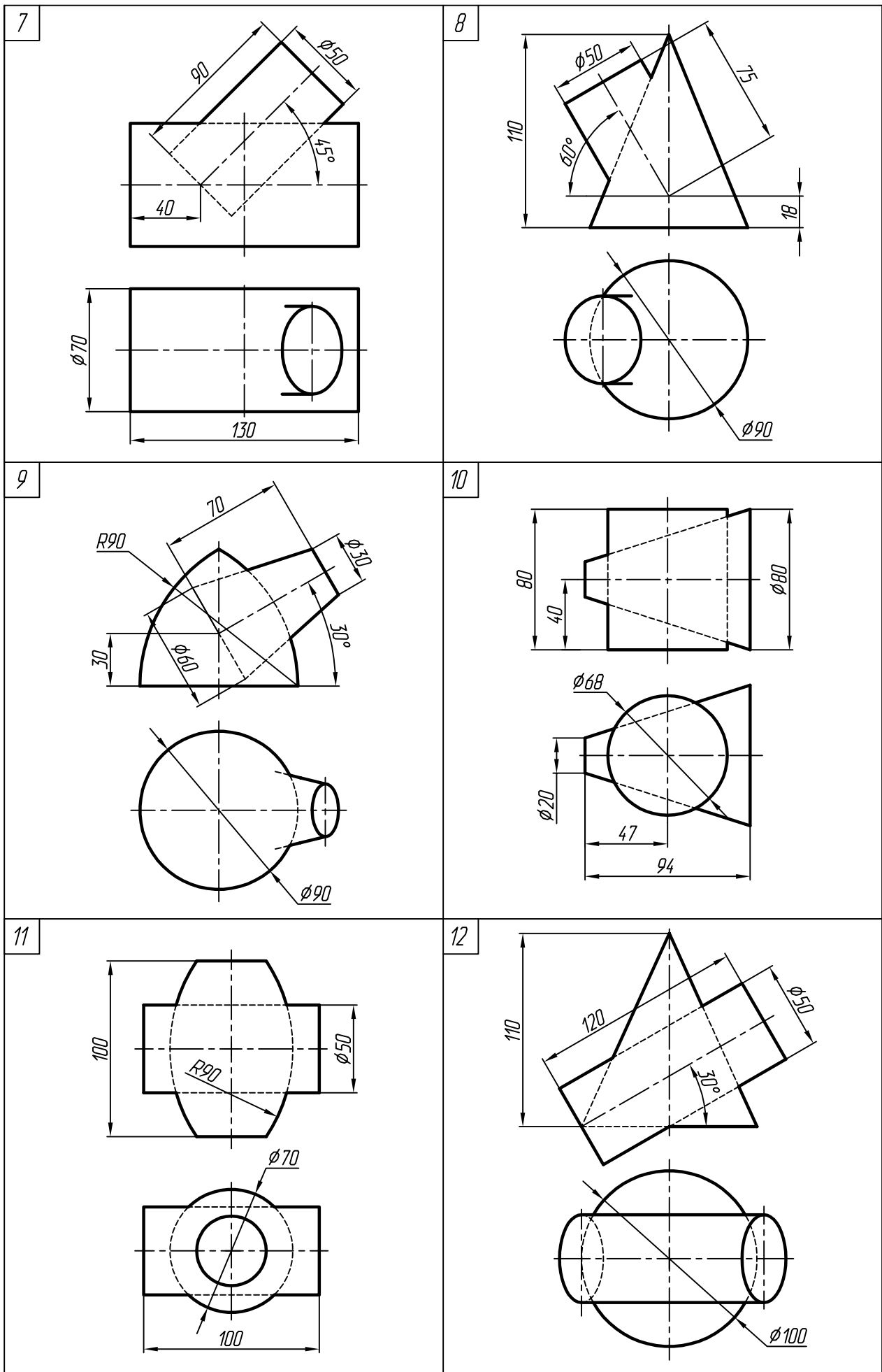


Рисунок 3 (продолжение) – Варианты заданий к задаче 3.3

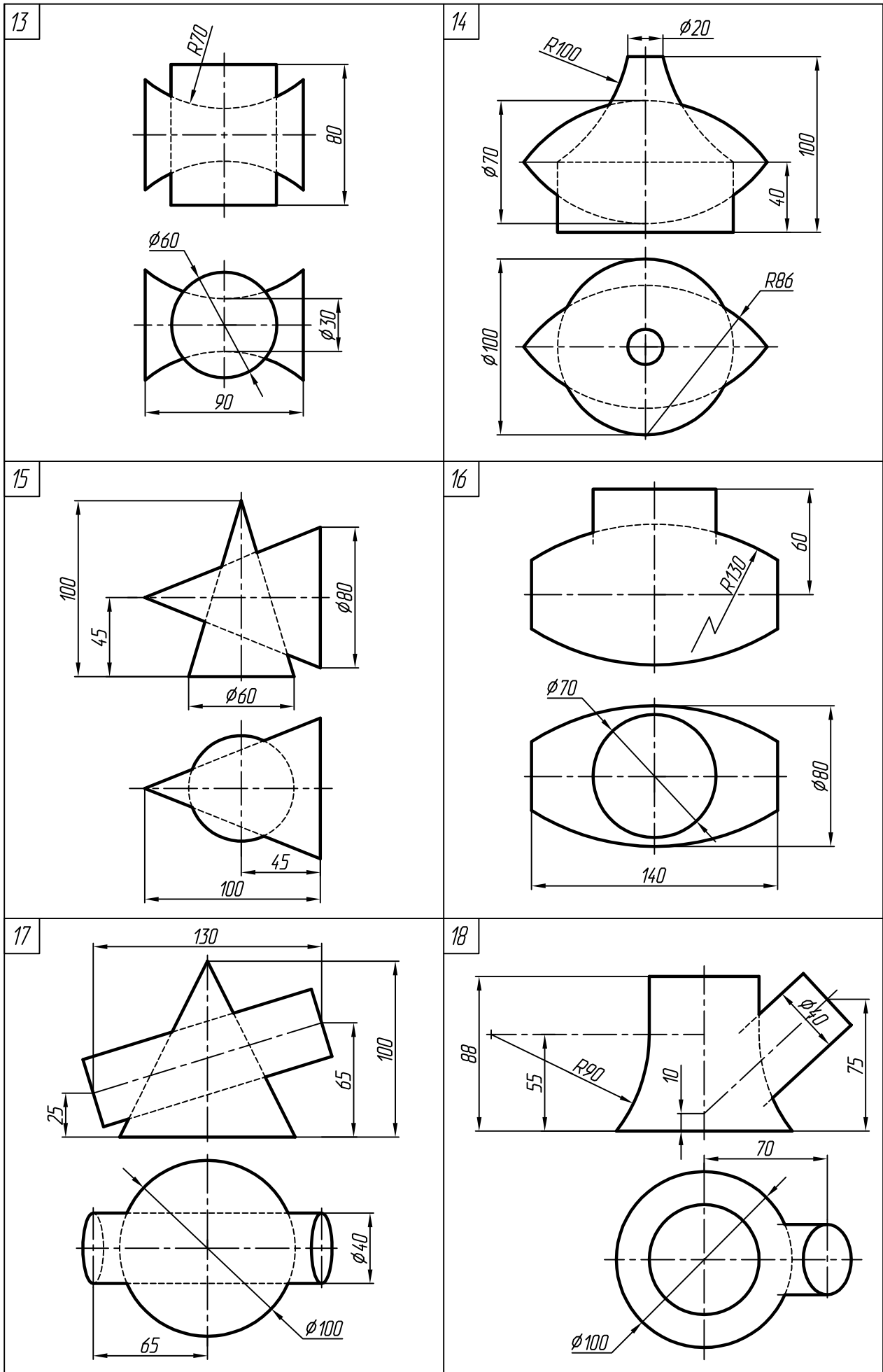


Рисунок 3 (продолжение) – Варианты заданий к задаче 3.3

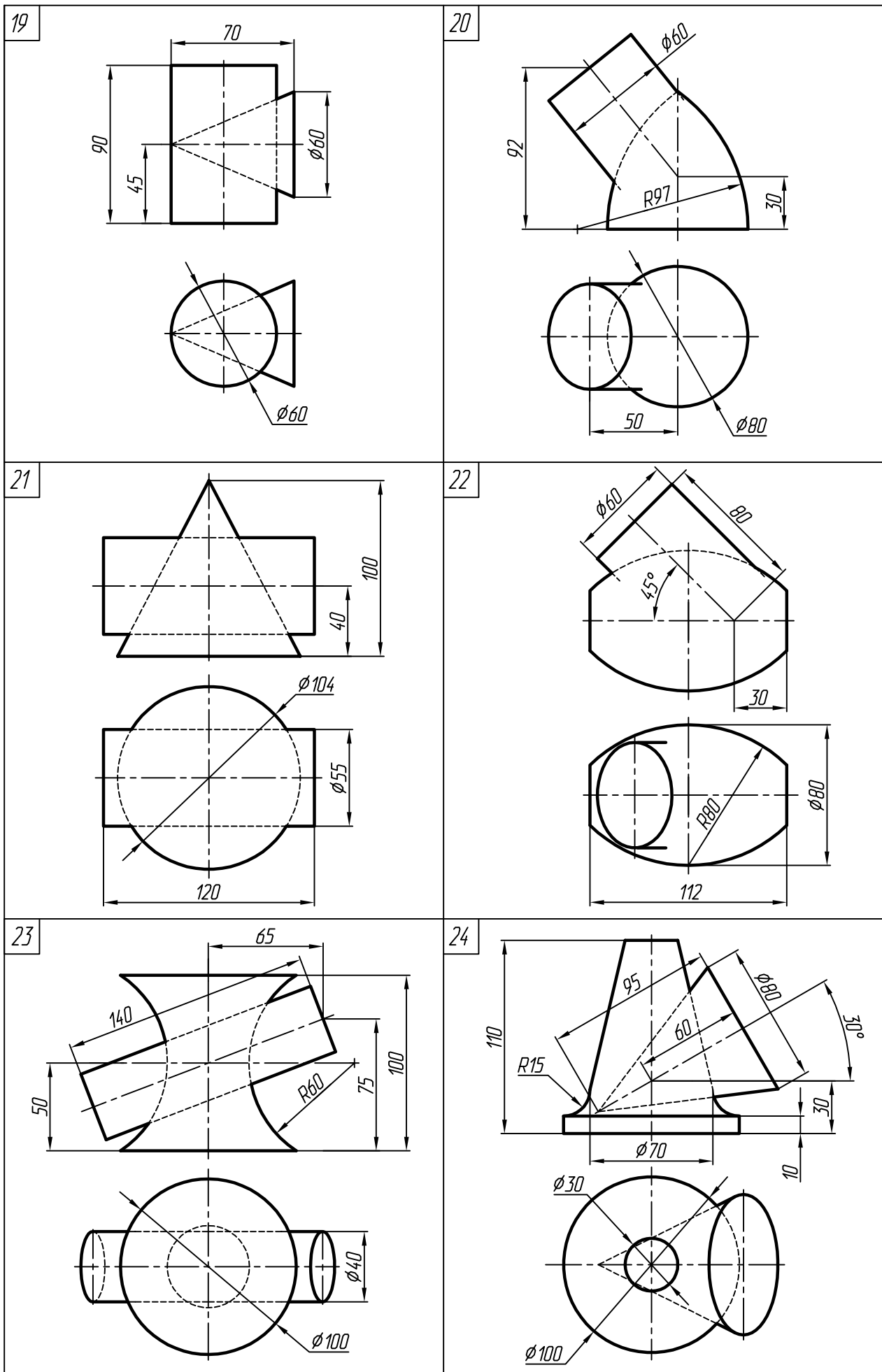


Рисунок 3 (продолжение) – Варианты заданий к задаче 3.3

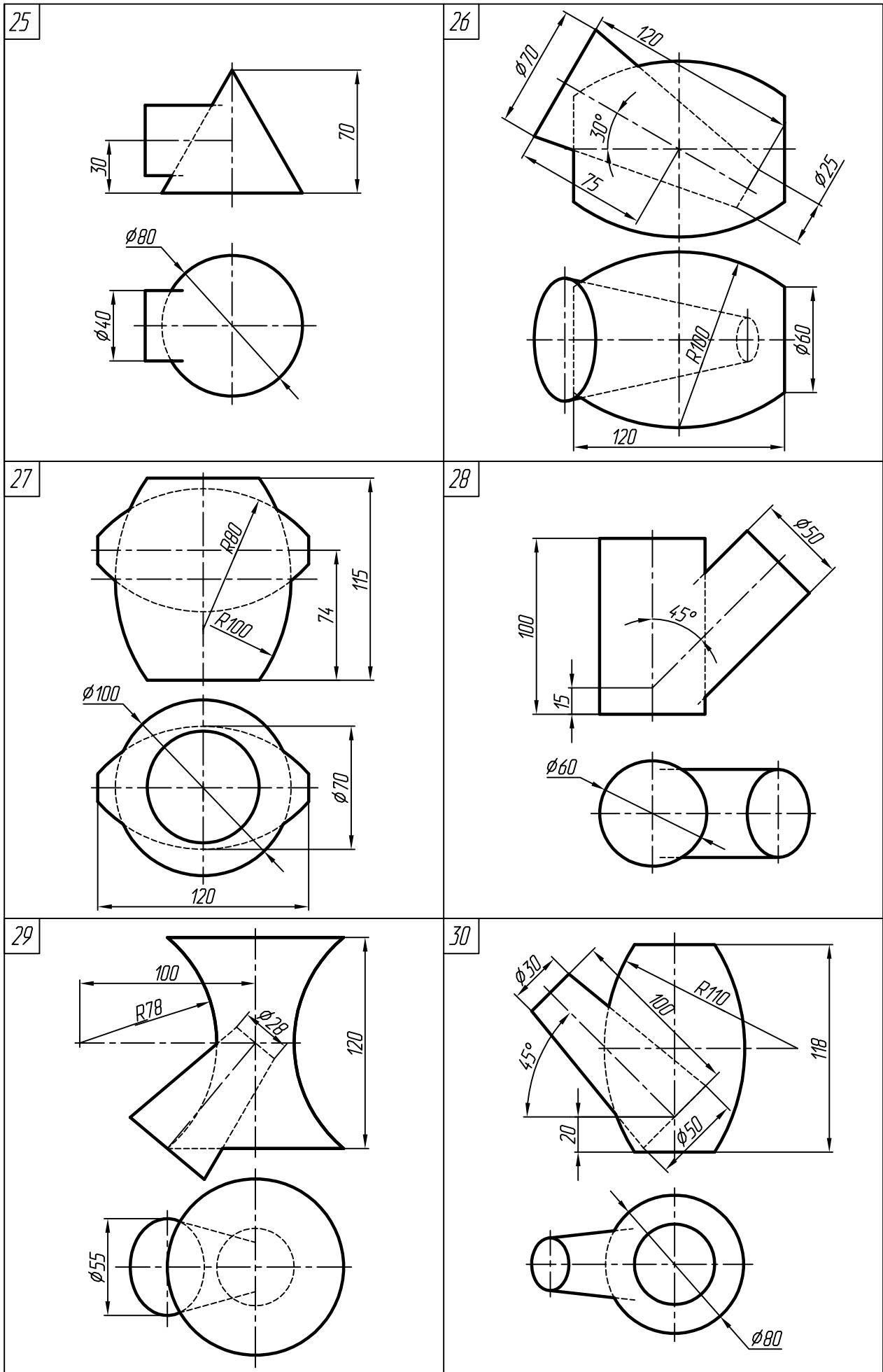


Рисунок 3 (продолжение) – Варианты заданий к задаче 3.3

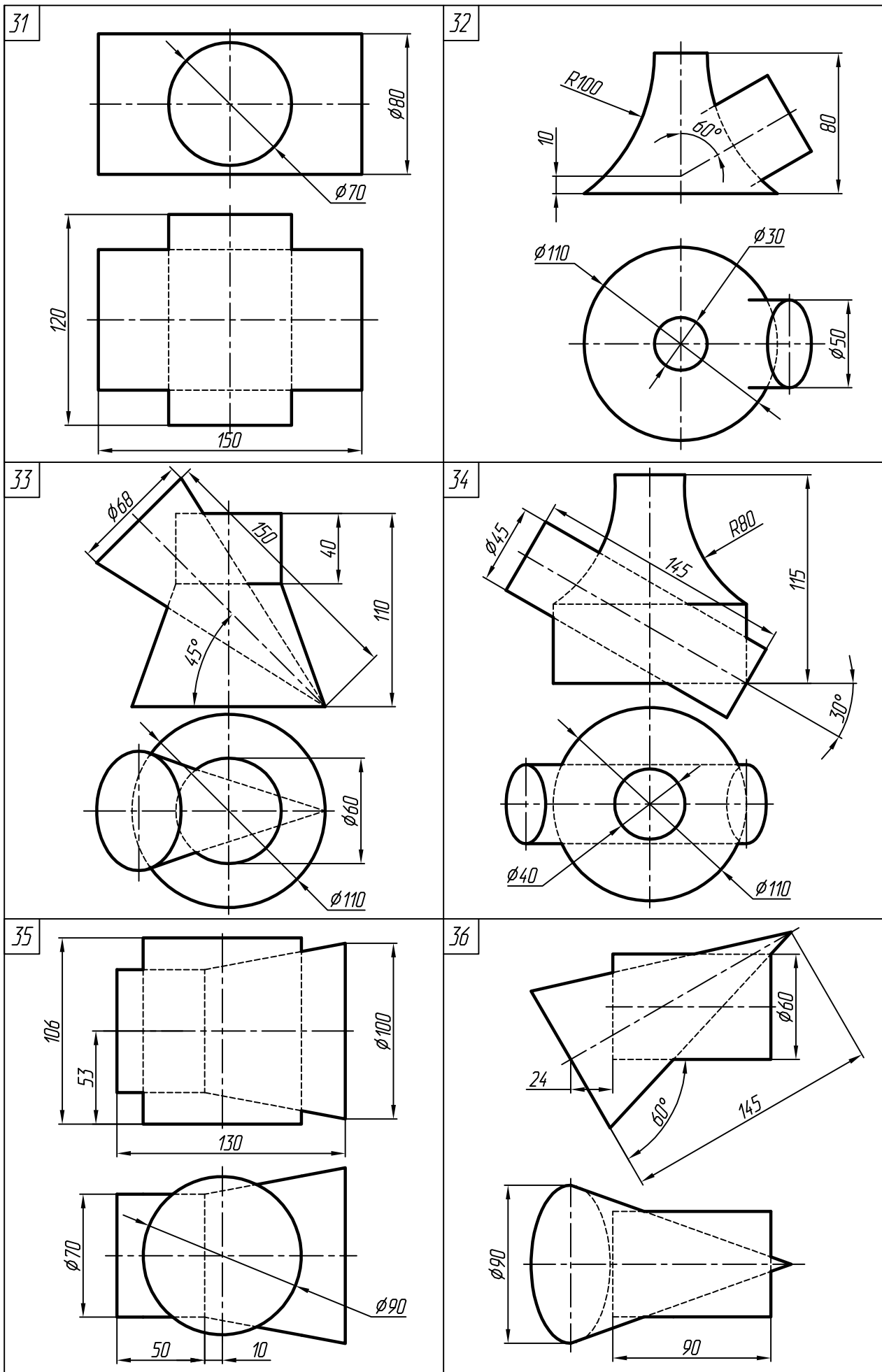
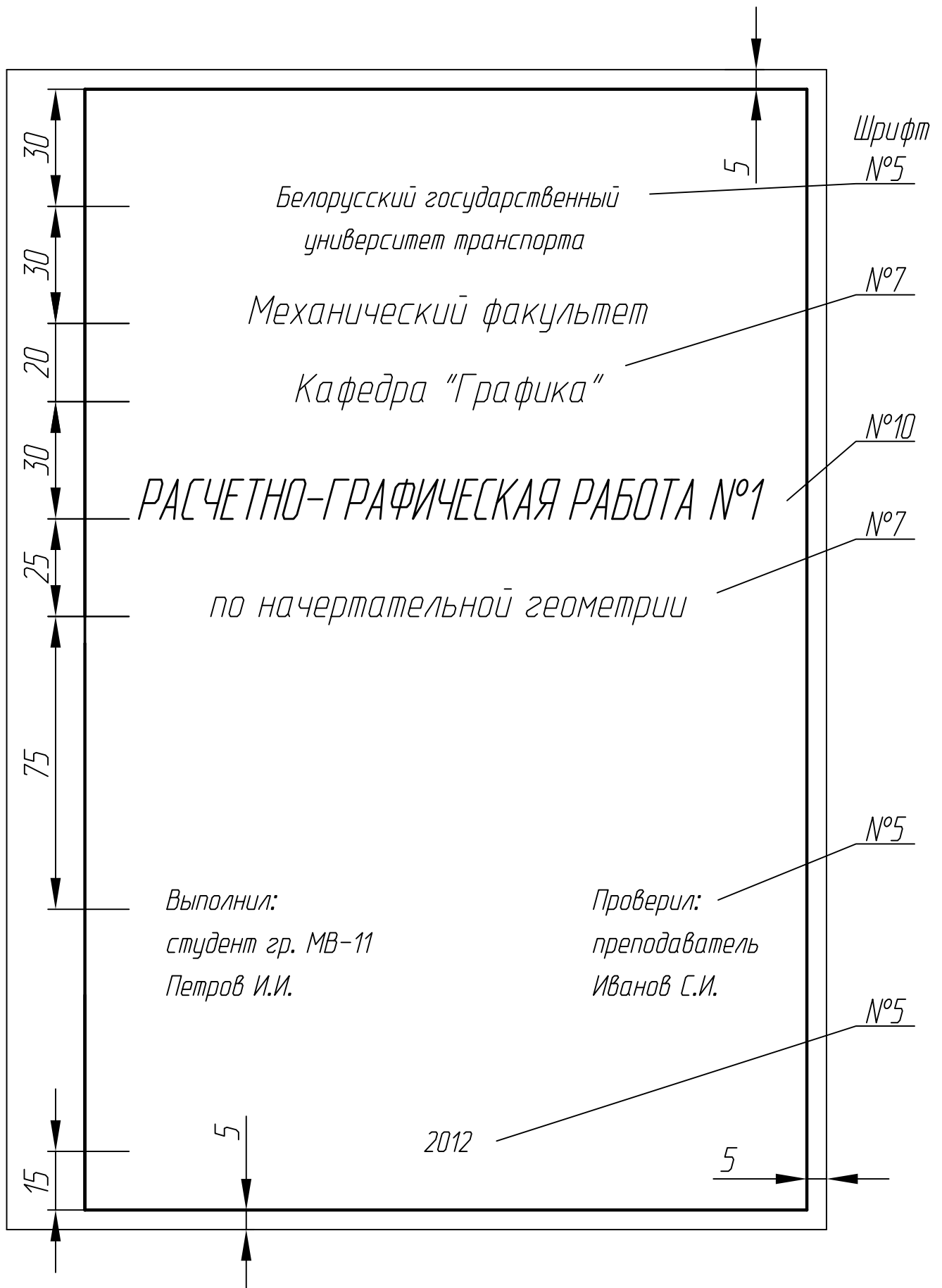


Рисунок 3 (окончание) – Варианты заданий к задаче 3.3



ПРИЛОЖЕНИЕ А  
(обязательное)

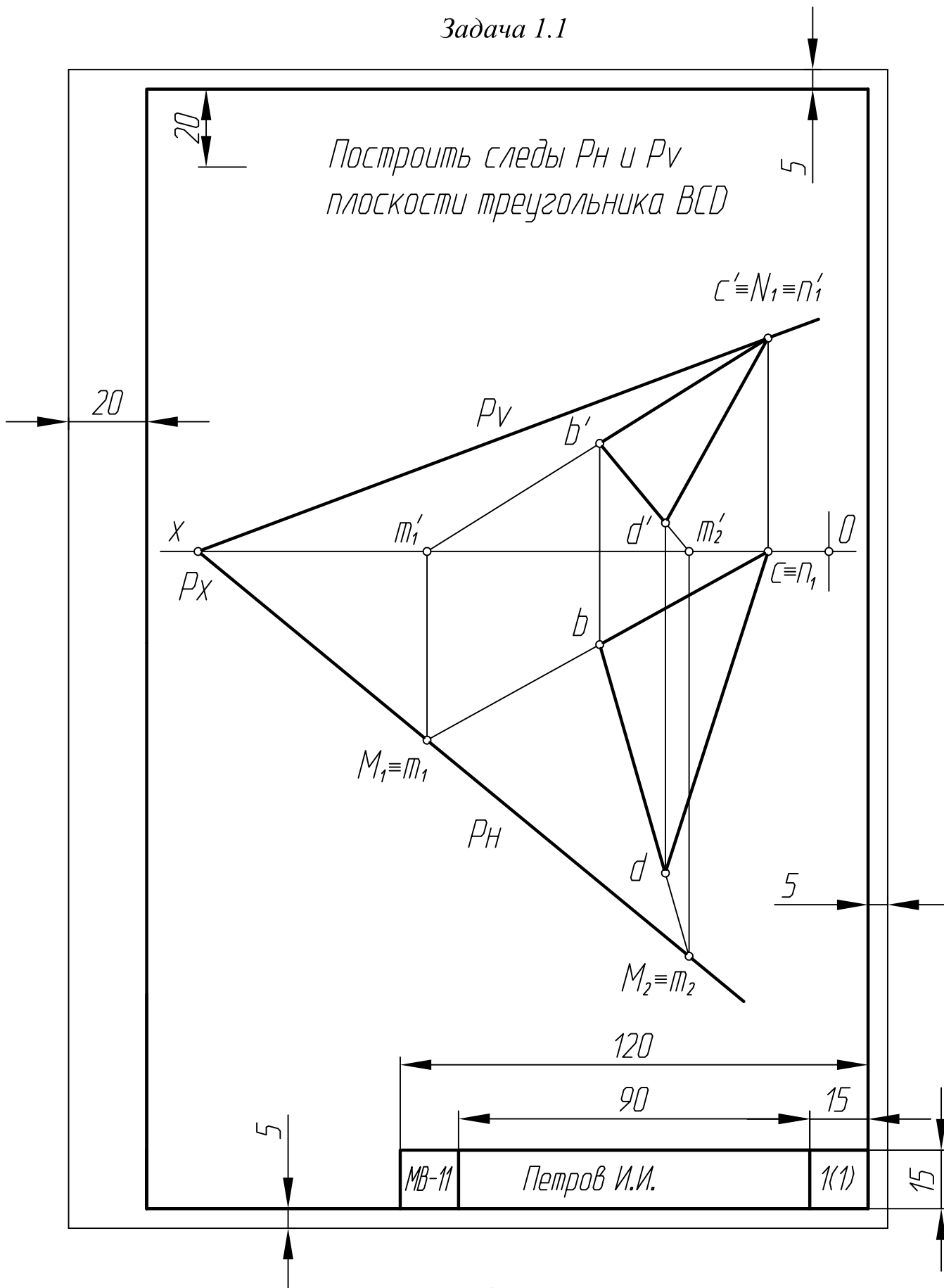
Пример выполнения титульного листа



**ПРИЛОЖЕНИЕ Б**  
(обязательное)

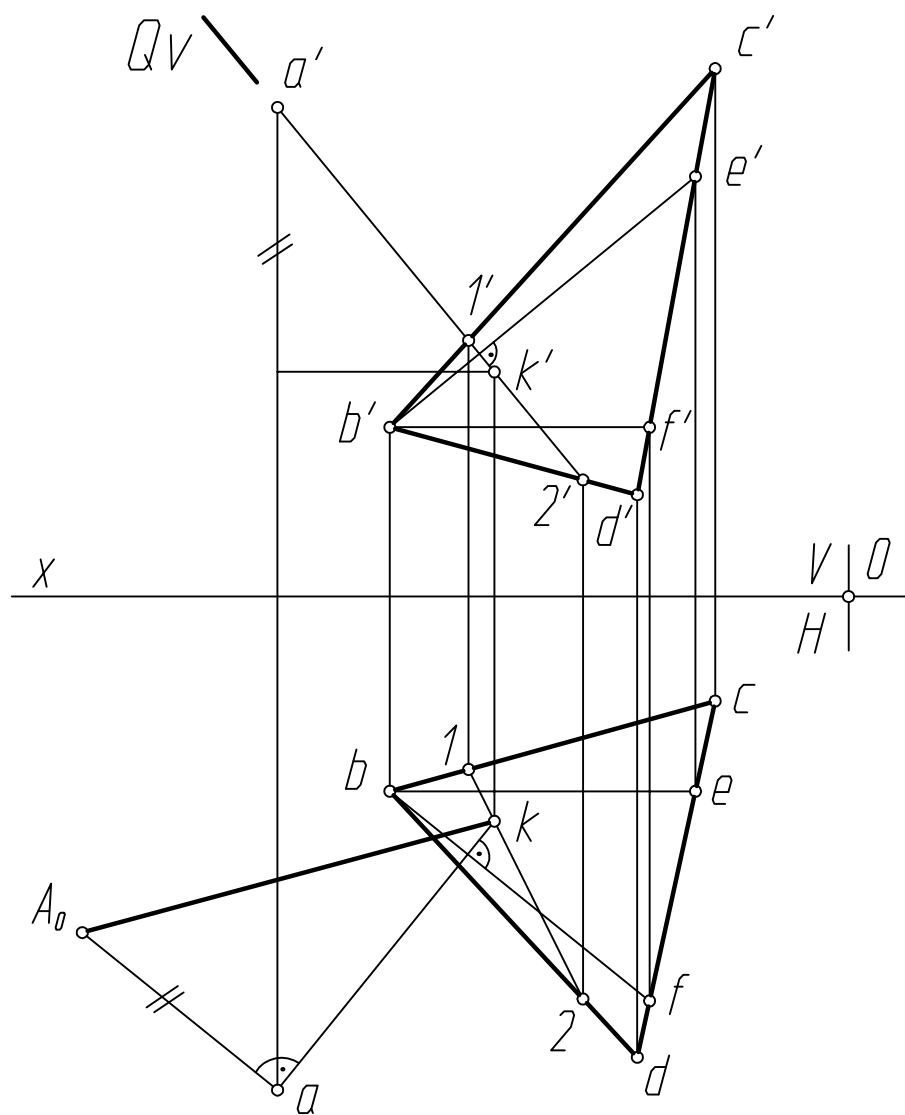
**Примеры выполнения метрических и позиционных задач**

*Задача 1.1*



Задача 1.2

Определить расстояние от точки  $A$   
до плоскости треугольника  $BСD$



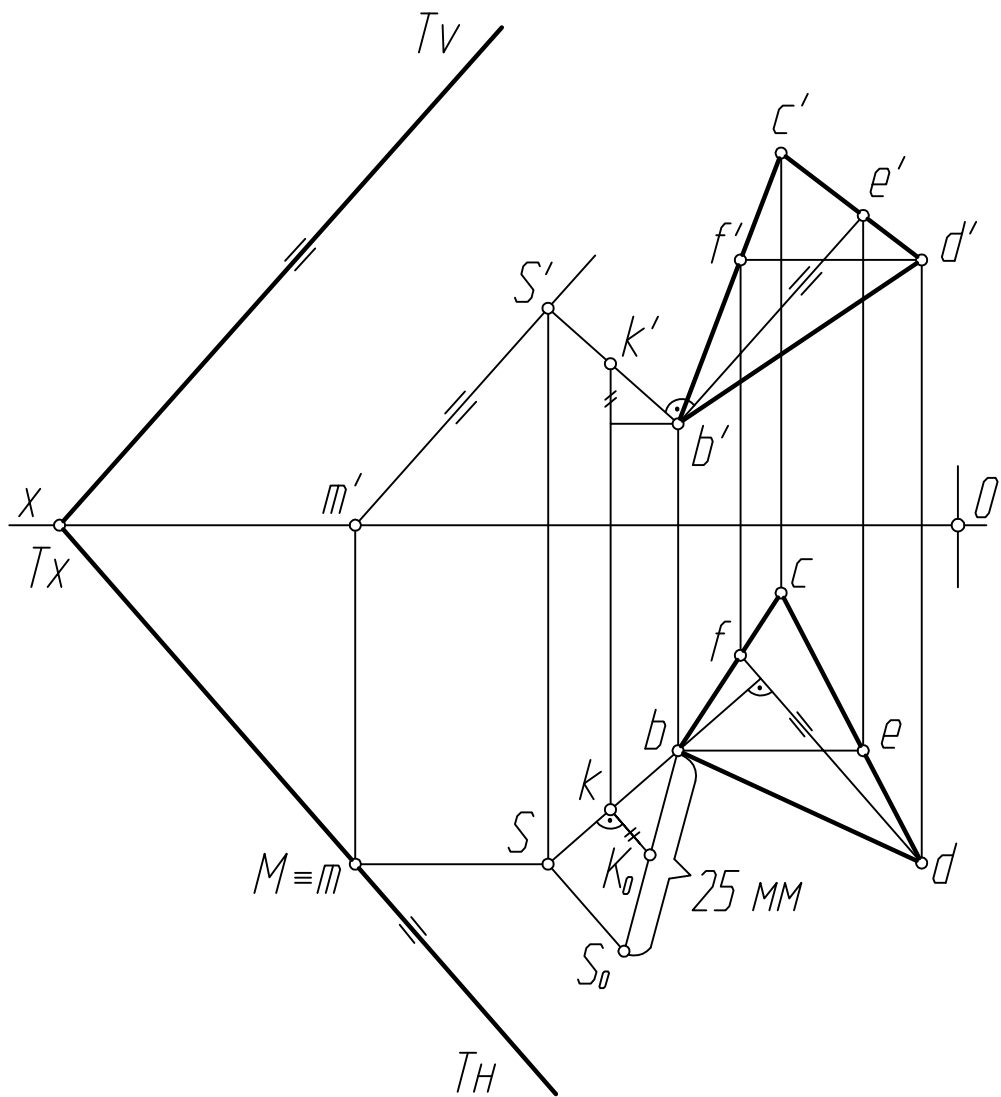
МВ-11

Петров И.И.

1(2)

Задача 1.3

Построить следы плоскости  $T$ , отстоящей от плоскости треугольника  $BСD$  на 25 мм



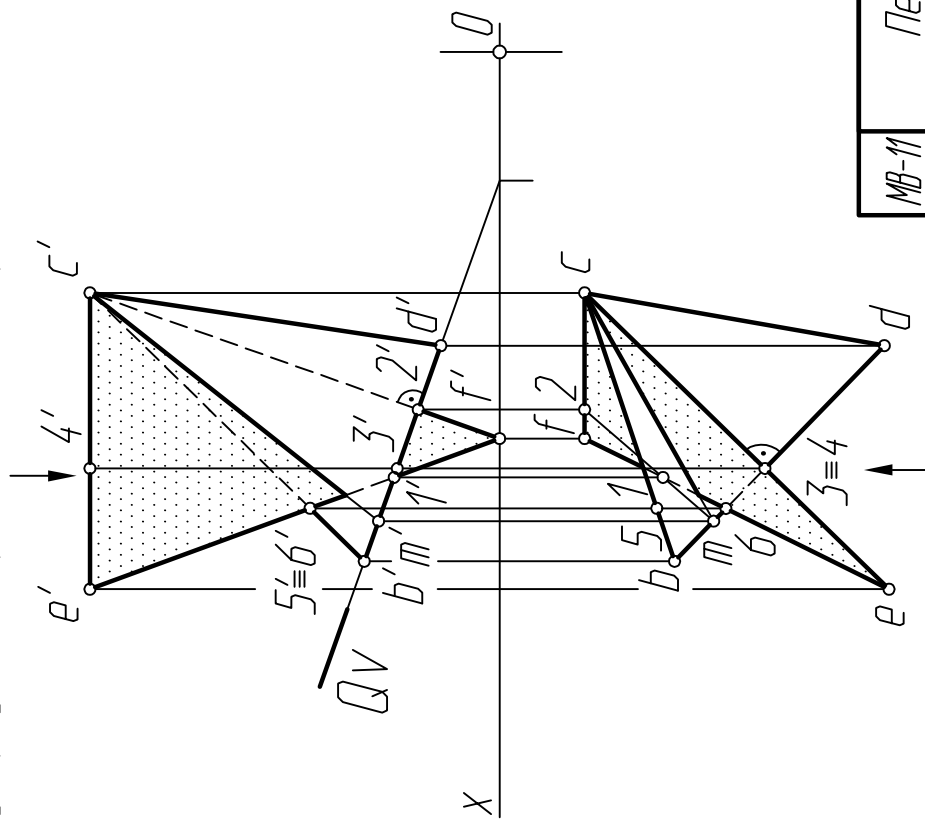
МВ-11

Петров И.И.

1(3)

Задача 1.4

Через вершину  $C$  треугольника  $VCD$  провести плоскость, перпендикулярную к стороне  $VD$ , и построить линию пересечения плоскостей



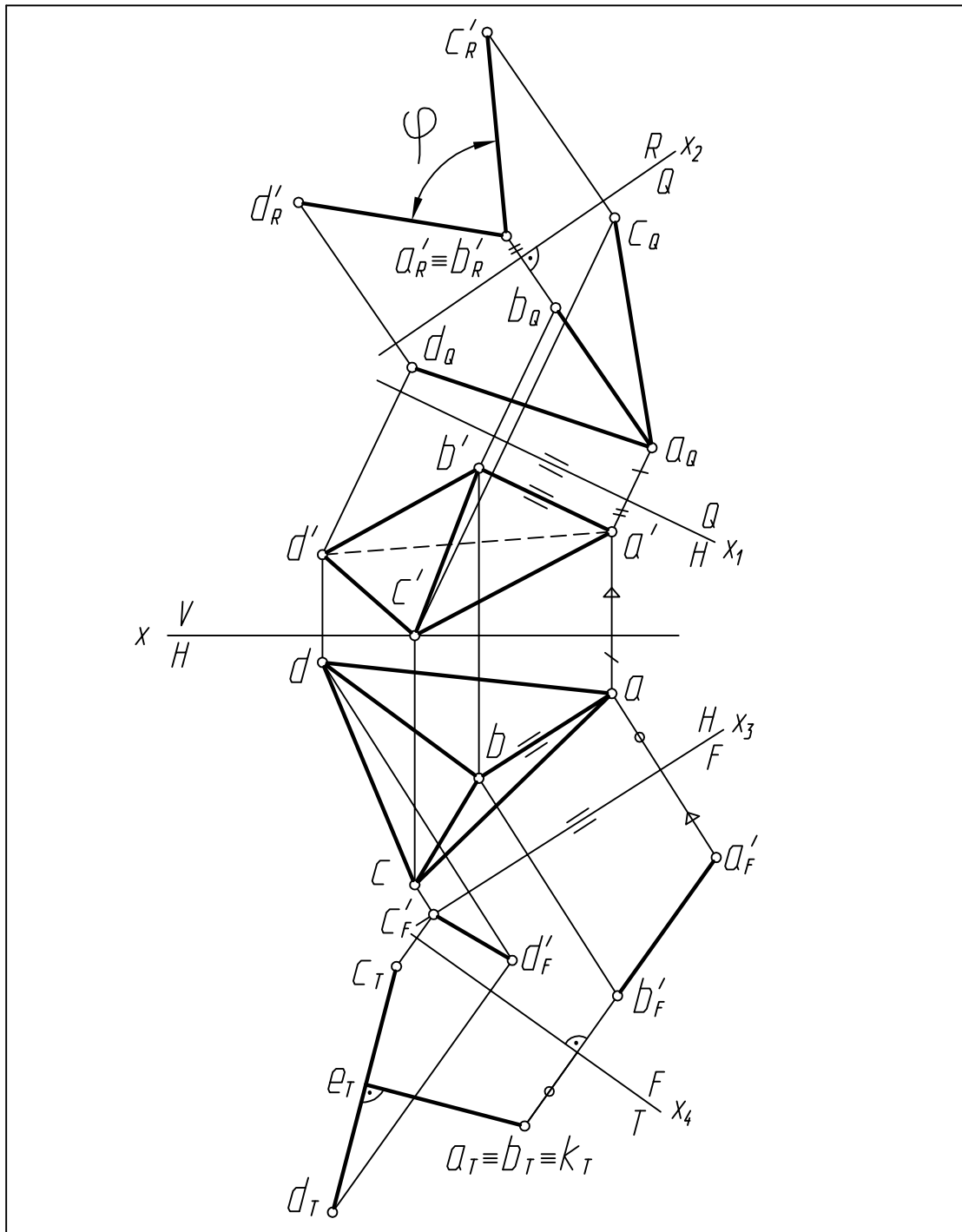
МВ-11	Петров И.И.	1(4)
-------	-------------	------

ПРИЛОЖЕНИЕ В  
(обязательное)

Примеры выполнения объемно-геометрических задач

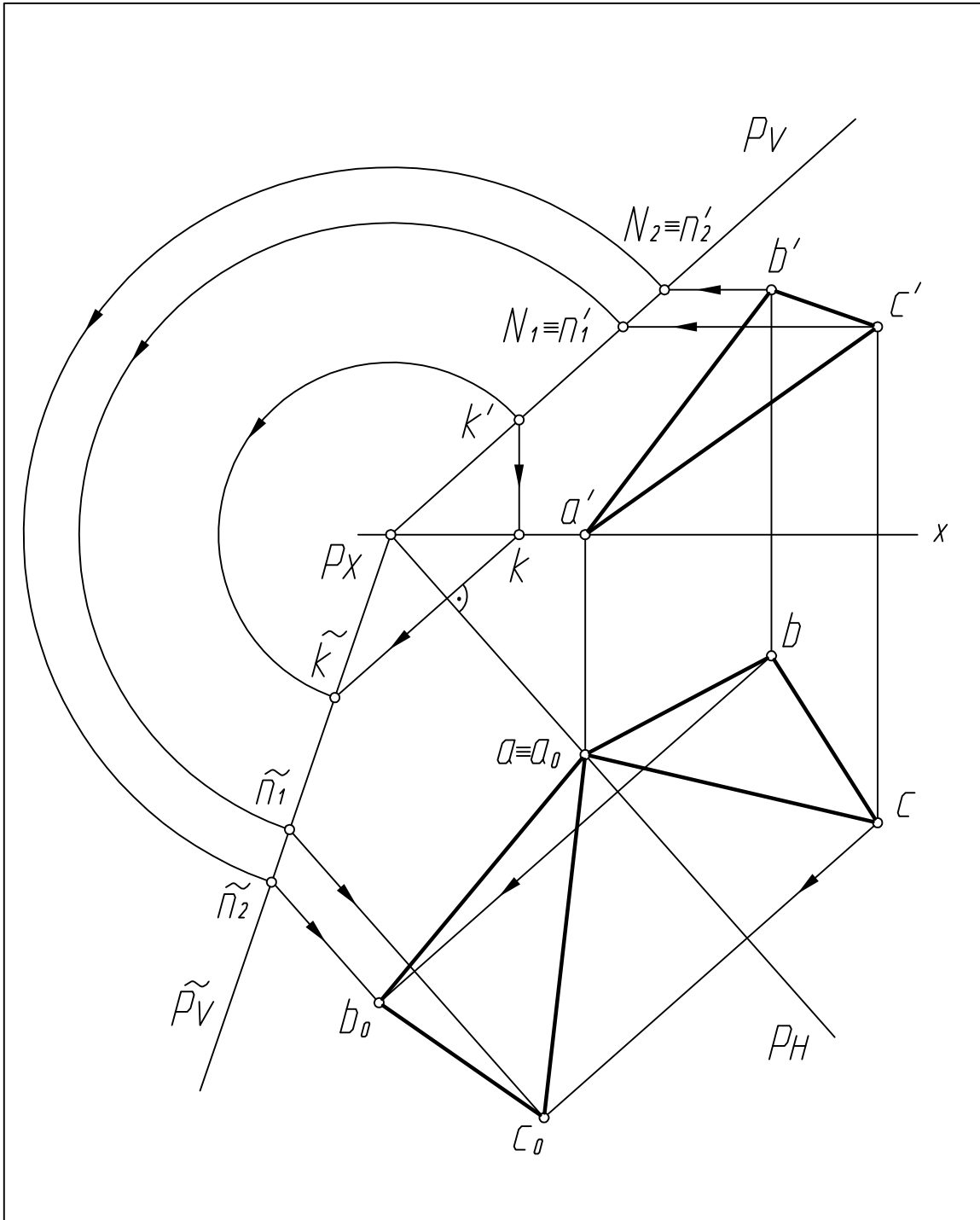
Задача 2.1

Способ замены плоскостей проекции



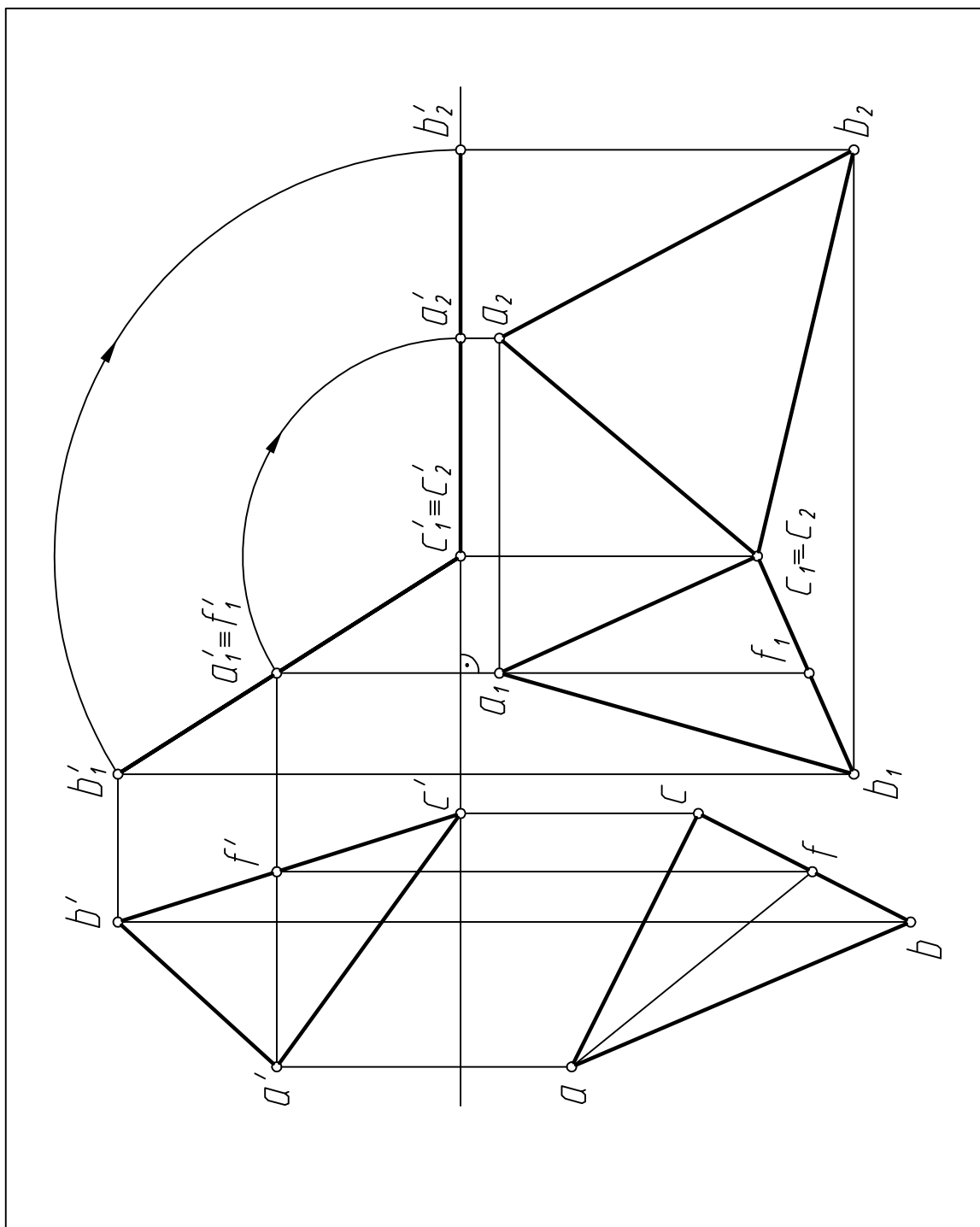
Задача 2.2

Способ совмещения



Задача 2.3

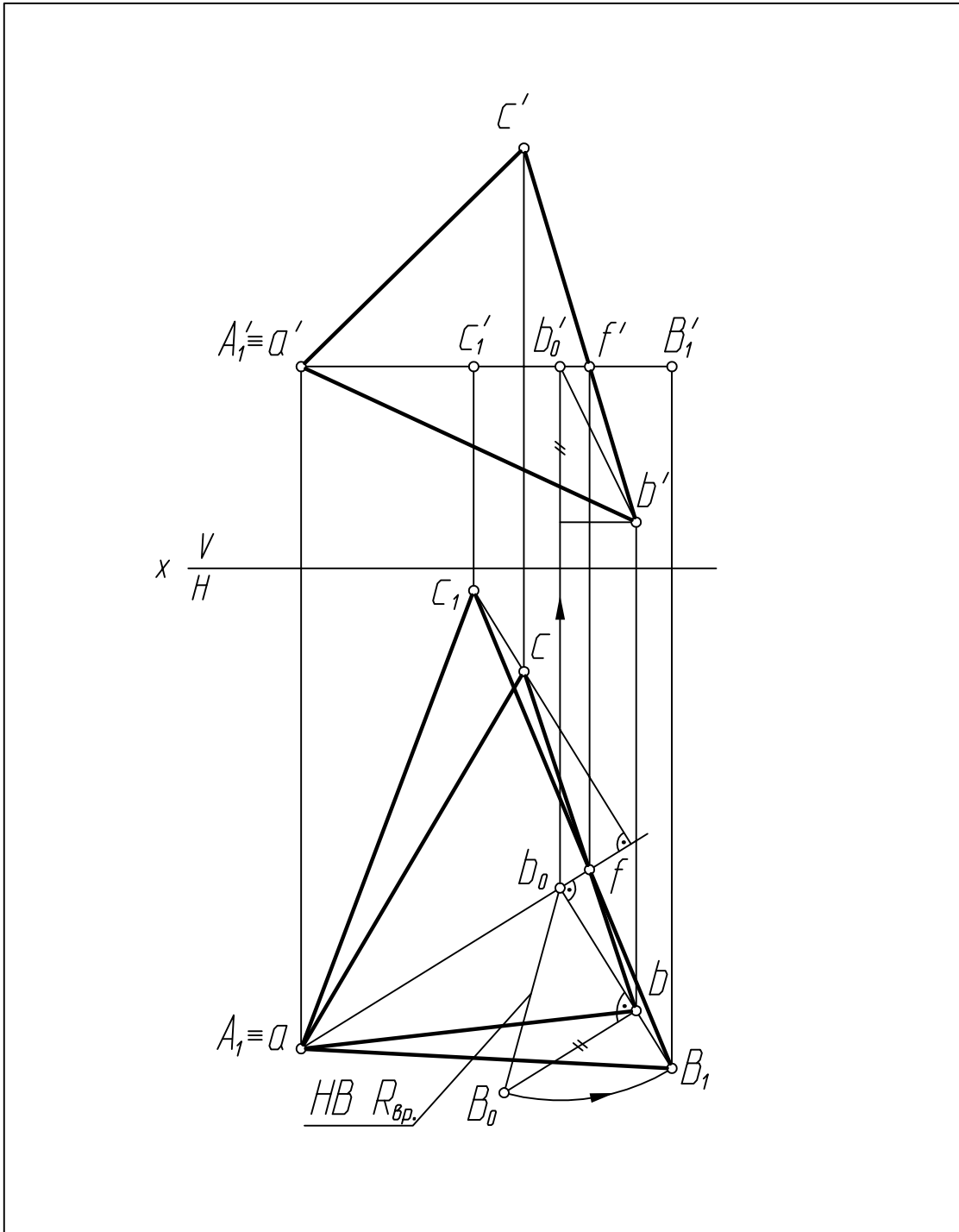
Способ плоскопараллельного перемещения





Задача 2.4

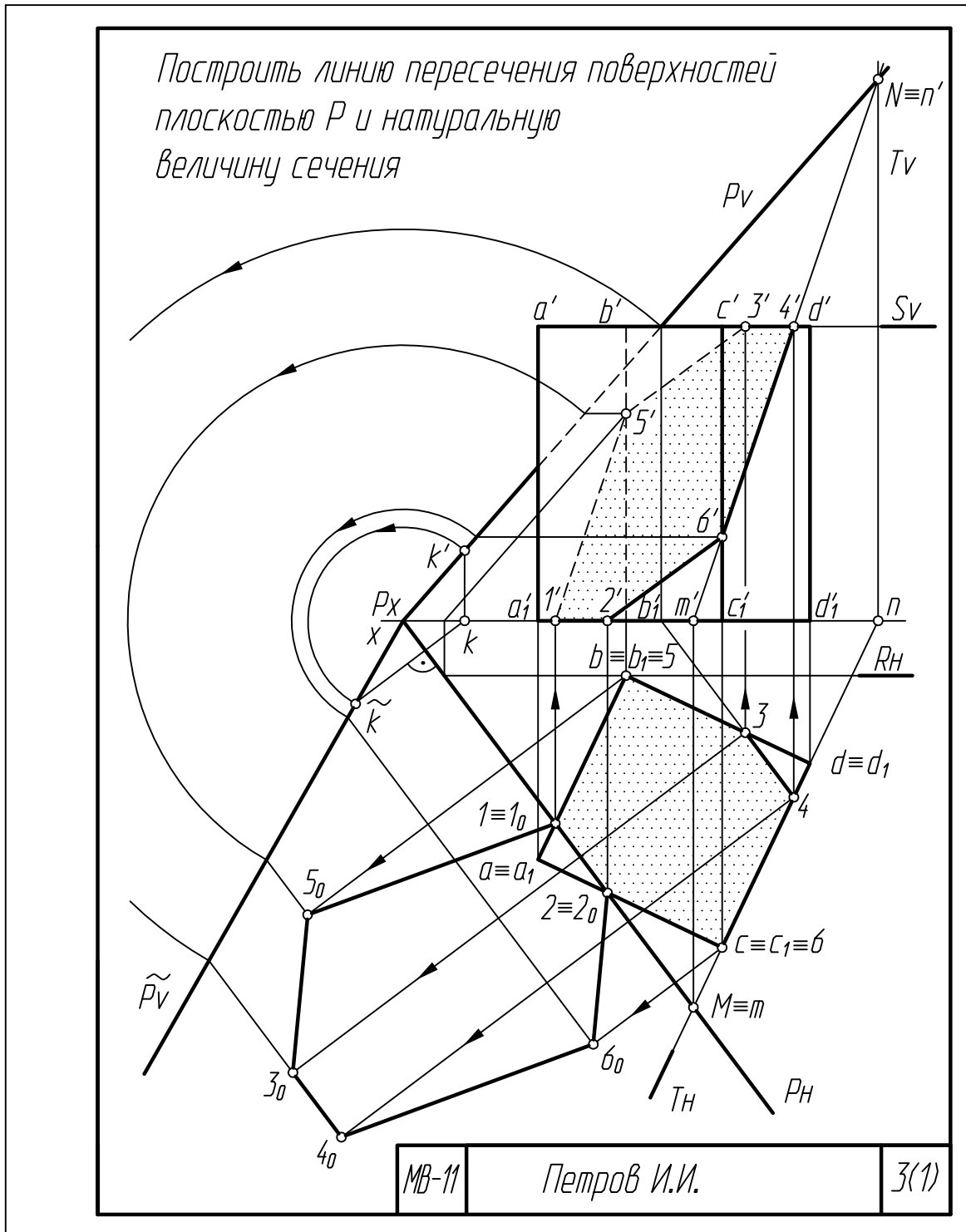
Способ вращения вокруг горизонтали



ПРИЛОЖЕНИЕ Г  
(обязательное)

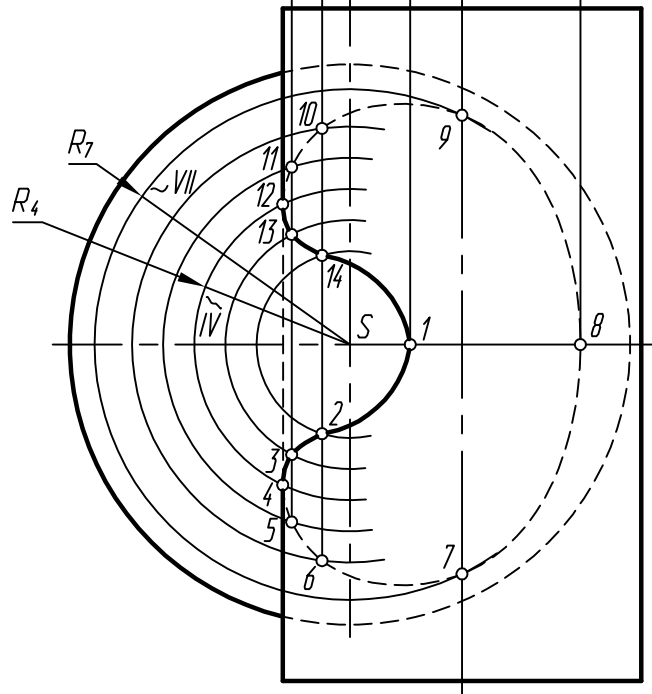
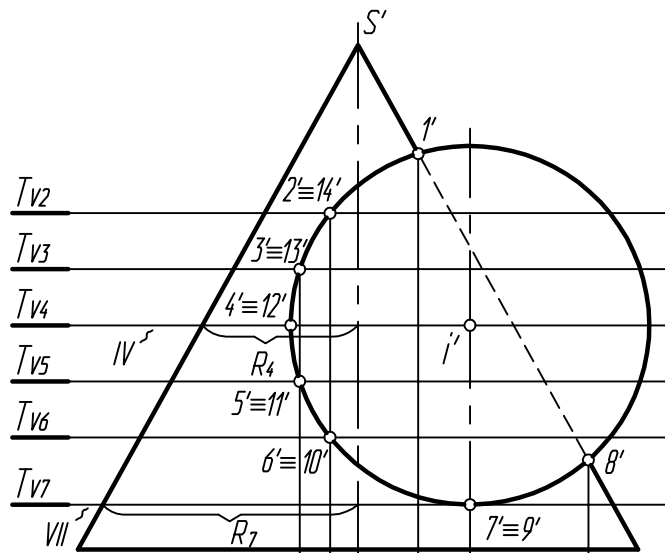
Примеры выполнения задач на пересечение поверхностей

Задача 3.1



### Задача 3.2

Построить линию пересечения поверхностей  
методом вспомогательных секущих плоскостей



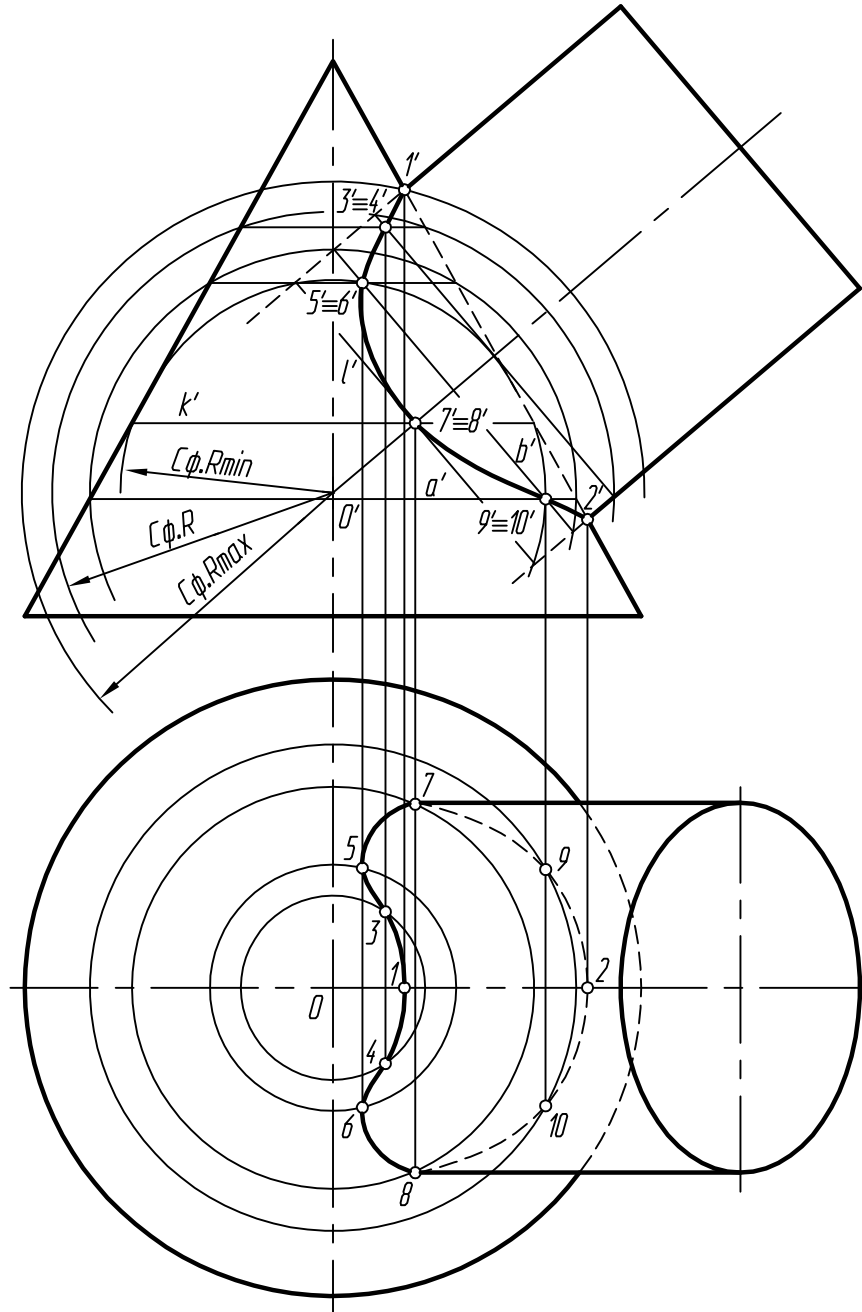
МВ-11

Петров И.И.

3(2)

### Задача 3.3

Построить линию пересечения поверхностей  
методом вспомогательных секущих сфер



МВ-11

Петров И.И.

3(3)

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Гордон, В.О.** Курс начертательной геометрии: учеб. пособие для вузов / В.О. Гордон, М.А. Семенов-Огиевский; под ред. В.О.Гордона и Ю.Б.Иванова. – 24-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 1998. – 272с.

2 **Гордон, В.О.** Сборник задач по курсу начертательной геометрии / В.О. Гордон, Ю.Б. Иванов, Т.Е. Солнцева. – М.: Наука, 1997. – 352с.

3 **ГОСТ 2.301–68 – 2.319–81 ЕСКД.** Общие правила выполнения чертежей. – Введ. 1971–01–01. – М., 1985. – 223 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Общие положения, цель и задачи.....	3
<i>Расчётно-графическая работа № 1. Метрические и позиционные задачи.....</i>	5
<i>Расчётно-графическая работа № 2. Объёмно-геометрические задачи.....</i>	9
<i>Расчётно-графическая работа № 3. Пересечение поверхностей.....</i>	18
Приложение А Пример выполнения титульного листа.....	40
Приложение Б Примеры выполнения задач.....	41
Приложение В Примеры выполнения задач.....	45
Приложение Г Примеры выполнения задач.....	49
Список литературы.....	52

Учебное издание

*ЯКОВЦЕВА Оксана Игоревна*  
*БИРИЛЛО Наталья Сергеевна*

### НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Учебно-методическое пособие  
по выполнению расчётно-графических работ

Редактор *А.А. Павлюченкова*  
Технический редактор *В.Н. Кучерова*

Подписано в печать 18.09.2013 г. Формат 60х84 1/16.  
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать на ризографе.  
Усл. печ. л. 3,02. Уч.-изд. л. 3,84. Тираж 500 экз. Зак. № 2764. Изд. № 83.

Издатель и полиграфическое исполнение  
Белорусский государственный университет транспорта:  
ЛИ № 02330/0552508 от 09.07.2009 г.  
ЛП № 02330/0494150 от 03.04.2009 г.  
246653, г. Гомель, ул. Кирова, 34