

- [3] Eurocode 2 – STN ENV 1992-2 Design of Concrete Structures, Part no. 2. Concrete Bridges, 1999.
- [4] Zemko, S., Moravcik, M., Structural Analysis of Bridge Rehabilitation on Highway III/507 051 Starovec – Hvozdnica, Report of U of Z, 2000.
- [5] Cauvin, A., Stagnitto, G., Nonlinear Analysis of prestressed Structures With External Cables, Computational Modeling of Concrete Structures 1998, 987-996 p.

УДК 539.3

УПРУГАЯ ТРЕХСЛОЙНАЯ КОЛЬЦЕВАЯ ПЛАСТИНА

С. А. ОРЛОВ

Белорусский государственный университет транспорта

Объект исследований – несимметричная по толщине упругая кольцевая трехслойная пластина, наружные несущие слои которой выполнены из металла, несжимаемый по толщине внутренний слой (заполнитель) – полимер. Для тонких внешних несущих слоев толщиной $h_1 \neq h_2$ принимаются гипотезы Кирхгофа, для толстого жесткого заполнителя ($h_3 = 2c$), воспринимающего нагрузку в тангенциальном направлении, справедлива гипотеза о прямолинейности и несжимаемости деформированной нормали. Деформации малые. Проекция внешней осесимметричной нагрузки на вертикальную и радиальную оси координат – $q = q(r)$ и $p = p(r)$ соответственно. На внешнем и внутреннем контурах пластины предполагается наличие жесткой диафрагмы, препятствующей относительному сдвигу слоев. В силу симметрии нагрузки прогиб пластины w , относительный сдвиг в заполнителе ψ и радиальное перемещение координатной поверхности u не зависят от координаты φ , т. е. $w = w(r)$, $\psi = \psi(r)$, $u = u(r)$. Эти функции считаются искомыми.

Точное решение задачи линейной теории упругости получено на основе вариационного принципа Лагранжа и выписано в функциях Бесселя:

$$\begin{aligned}\psi &= C_2 I_1(\beta r) + C_3 K_1(\beta r) - K_1(\beta r) \int I_1(\beta r) f(r) r dr + I_1(\beta r) \int K_1(\beta r) f(r) r dr; \\ w &= \frac{b_2}{b_3} \int \psi dr - \frac{a_3}{b_3 a_1} \int L_2^{-1}(p) dr + \frac{1}{b_3} \int L_3^{-1}(q) dr - \frac{C_1 r^2}{4 b_3} (\ln r - 1) + \frac{C_5 r^2}{4} + C_6 \ln r + C_4; \\ u &= \frac{a_3}{a_1} w_{,r} - \frac{a_2}{a_1} \psi - \frac{1}{a_1} L_2^{-1}(p) + \frac{C_7 r}{2} + \frac{C_8}{r}.\end{aligned}$$

Здесь β , a_i , b_i – коэффициенты, зависящие от геометрических и упругих параметров материалов слоев; L_2^{-1} , L_3^{-1} – интегральные операторы; запятая в нижнем индексе обозначает операцию дифференцирования по следующей за ней координате.

Константы интегрирования $C_1, \dots, C_8$ следуют из граничных условий на внешнем и внутреннем контурах пластины. Например, в случае жесткого закрепления обоих контуров они являются решением системы восьми линейных уравнений $u = \psi = w = w_{,r} = 0$ при $r = r_0$ и $r = 1$, при шарнирном опирании они следуют из системы $u = \psi = w = M_r = 0$ при $r = r_0$ и $r = 1$.

С помощью пакета Maple получены константы интегрирования для семи типов закрепления контуров пластины. Численная реализация решения проведена для пластины, несущие слои которой выполнены из дюралюминия, заполнитель – фторопласт. Для семи типов закрепления контуров пластины численно исследовано влияние радиуса внутреннего контура, толщины слоев и характера нагрузки на перемещения (всего около 100 зависимостей). Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь (Поверхность – 52).