Температура начала пиролиза для большинства известных ТГМ находится в пределах $T_н^{пир} = 160 \ldots 300$ °С; температура поверхности материала в момент воспламенения (в присутствии источника зажигания) $T_в = 200 \ldots 500$ °С; температура поверхности горения $T_г = 350 \ldots 700$ °С; температура пламени в условиях внутреннего пожара $T_{пл} = 700 \ldots 1200$ °С.

Таким образом, предлагаемая систематизация твердых горючих материалов по механизму выгорания позволяет более обоснованно и точно прогнозировать поведение искусственных и природных горючих материалов на реальном пожаре, а также позволяет более дифференцированно вести разработку оптимальных средств и способов их тушения.

Принятие такой систематизации ТГМ по механизму выгорания позволит более полно учесть особенности динамики развития пожаров на объектах народного хозяйства, а также более обоснованно давать рекомендации по выбору типа огнетушащего средства, способов и режимов его подачи.

УДК 539.374

КОЛЕБАНИЯ ТРЕХСЛОЙНЫХ СТЕРЖНЕЙ И ПЛАСТИН ПРИ РЕЗОНАНСЕ

А. В. ЯРОВАЯ
Белорусский государственный университет транспорта

В данной работе рассматриваются малые поперечные колебания несимметричного по толщине упругого трехслойного стержня со сжимаемым заполнителем и упругой трехслойной пластины с легким заполнителем под действием резонансных нагрузок.

Трехслойный стержень. Для изотропных несущих слоёв приняты гипотезы Бернулли, в жёстком заполнителе справедливы точные соотношения теории упругости с линейной аппроксимацией перемещений его точек от поперечной координаты z. На границах контакта слоев используются условия непрерывности перемещений. Материалы несущих слоёв несжимаемы в поперечном направлении, в заполнителе учитывается обжатие. Деформации малые.

Распределенная поверхностная нагрузка p(x), q(x) приложена к внешней плоскости первого слоя. Искомыми считаем прогибы и продольные перемещения несущих слоев $w_1(x)$, $w_2(x)$, $u_1(x)$, $u_2(x)$.

Уравнения движения следуют из принципа Лагранжа с учетом работы сил инерции

$$\delta A - \delta W = \delta A_I , \qquad (1)$$

где δA, δW, δA_I – вариации работы внешних сил, внутренних сил упругости и работы сил инерции соответственно.

После подстановки в (1) вариаций работ получим следующую систему уравнений в частных производных:

$$\begin{gathered}
a_1u_1 - a_1u_2 - a_4u_{1,xx} - a_5u_{2,xx} + a_2w_{1,x} + a_3w_{2,x} - 2a_6w_{1,xxx} + a_7w_{2,xxx} + m_1\ddot{u}_1 = 0;\\
-a_1u_1 + a_1u_2 - a_5u_{1,xx} - a_9u_{2,xx} - a_{10}w_{1,x} - a_{17}w_{2,x} - a_6w_{1,xxx} + 2a_7w_{2,xxx} + m_2\ddot{u}_2 = 0;\\
-a_2u_{1,x} + a_{10}u_{2,x} + 2a_6u_{1,xxx} + a_6u_{2,xxx} + a_{11}w_{1,xx} - a_{12}w_{2,xx} +\\
+ a_{15}w_{1,xxxx} - a_{16}w_{2,xxxx} + a_8w_1 - a_8w_2 + m_1\ddot{w}_1 - m_3\ddot{w}_{1,xx} = q;\\
-a_3u_{1,x} + a_{17}u_{2,x} - a_7u_{1,xxx} - 2a_7u_{2,xxx} - a_{12}w_{1,xx} + a_{14}w_{2,xx} -\\
-a_{16}w_{1,xxxx} + a_{13}w_{2,xxxx} - a_8w_1 + a_8w_2 + m_2\ddot{w}_2 - m_4\ddot{w}_{2,xx} = 0.
\end{gathered} \qquad (2)$$

Искомые перемещения $u_1(x)$, $u_2(x)$, $w_1(x)$, $w_2(x)$ и нагрузку $q(x, t)$ представляем в виде разложения в ряды по системам базисных функций, удовлетворяющим принятым граничным условиям свободного опирания на жесткие неподвижные опоры:

$$u_1 = \sum_{m=0}^{\infty} \cos\frac{\pi m x}{l} T_{m1}(t); \quad u_2 = \sum_{m=0}^{\infty} \cos\frac{\pi m x}{l} T_{m2}(t); \quad w_1 = \sum_{m=1}^{\infty} \sin\frac{\pi m x}{l} T_{m3}(t);$$

$$w_2 = \sum_{m=1}^{\infty} \sin\frac{\pi m x}{l} T_{m4}(t); \quad q(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sin\frac{\pi m x}{l} q_m(t). \qquad (3)$$

Подстановка выражений (3) в (2) приводит к системе уравнений для определения функций времени $T_{im}(t)$ (i = 1, 2, 3, 4).

Функции $T_{mk}(t)$ представляются в виде разложения по собственным формам:

$$T_{mk} = \sum_{i=1}^{4} \delta_{mki}\zeta_{mi} \quad \left(\sum_{i=1}^{4} \delta_{mik}^2 = 1\right),$$

где δ_{mki} – амплитуды нормированных собственных форм колебаний.

Функцию ζ принимаем в виде

$$\zeta_{mi}(t) = A_{mi}\cos(\omega_{mi}t) + B_{mi}\sin(\omega_{mi}t) + y_{mi}(t), \quad y_{mi}(t) = \begin{cases} \dfrac{\tilde{E}_m}{(\omega_{mi}^2 - \omega_{nk}^2)}\sin(\omega_{nk}t) & m \neq n \text{ или } i \neq k, \\ -\dfrac{\tilde{E}_m}{2\omega_{mi}} t\cos(\omega_{mi}t) & m = n,\ i = k. \end{cases}$$

Трехслойная круговая пластина. Рассматриваются малые осесимметричные поперечные колебания несимметричной по толщине упругой трехслойной пластины круглой формы, возбуждённые периодическими поверхностными распределёнными «резонансными» нагрузками, т. е. нагрузками, частота которых совпадает с одной из собственных частот колебаний пластины.

Постановка задачи и её решение приводятся в цилиндрической системе координат r, φ, z. Для изотропных несущих слоев принимаются гипотезы Кирхгофа. Заполнитель – лёгкий. Искомыми считаем прогиб пластины w, относительный сдвиг ψ и радиальное перемещение срединной плоскости заполнителя u. В силу симметрии задачи искомые решения не зависят от координаты φ.

На поверхность несущего слоя действует гармоническая «резонансная» нагрузка

$$q(r,t) = q_0\left(D\cos(\omega_k t) + E\sin(\omega_k t)\right),$$

здесь частота внешней возмущающей силы ω_k совпадает с одной из собственных частот ω_n колебаний круглой трехслойной пластины; t–время; q_0, D, E, k – const.

Решение для прогиба ищем в виде

$$w(r,t) = \sum_{n=0}^{\infty} v_n T_n(t),$$

где v_n – ортонормированная функция; T_n – функция времени.

В результате исследований было получено аналитическое решение задачи в виде

$$T_n = A_n\cos(\omega_n t) + B_n\sin(\omega_n t) + y_n(t),$$

где A_n, B_n – константы интегрирования;

$$y_n(t) = \begin{cases} \dfrac{D_n\cos(\omega_k t) + E_n\sin(\omega_k t)}{(\omega_n)^2 - (\omega_k)^2}, & n \neq k \\ \dfrac{D_k t\sin(\omega_k t) - E_k t\cos(\omega_k t)}{2\omega_k}, & n = k. \end{cases}$$

Коэффициенты D_n, E_n определяются следующими выражениями:

$$D_n = \frac{Dq_0}{M_0 d_n \beta_n}\left(J_1(\beta_n) - \frac{J_0(\beta_n)}{I_0(\beta_n)}I_1(\beta_n)\right), \quad E_n = \frac{Eq_0}{M_0 d_n \beta_n}\left(J_1(\beta_n) - \frac{J_0(\beta_n)}{I_0(\beta_n)}I_1(\beta_n)\right),$$

где J_0, J_1 – функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков соответственно; I_0, I_1 – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого и первого порядков соответственно; β_n – собственные числа.

Проведен численный анализ полученных решений. Исследованы условия появления ложного резонанса.