ростью, вращая вал локомотивного скоростемера, обеспечивающего непрерывное измерение, регистрацию и сигнализацию скорости, пройденного пути и других параметров движения специального самоходного подвижного состава.

При этом осуществляется практически безынерционная и не зависящая от внешних условий передача информационного сигнала, индикация и регистрация параметров движения. Установка данного устройства возможна на всех существующих типах подвижного состава, а также другой, в частности дорожной, техники, поскольку не требует доработки и (или) изменения конструкции осей, букс и ступичных узлов вследствие установки зубчатого ротора непосредственно на вращающейся оси, а датчика, не имеющего с ним механического контакта, – на любой неподвижной части машины.

УДК 539.3

ИЗГИБ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

Е. П. ДОРОВСКАЯ
Белорусский государственный университет транспорта

Рассмотрена постановка задачи об изгибе несимметричной по толщине трехслойной пластины с жестким заполнителем, лежащей на упругом основании. Для описания кинематики пакета приняты гипотезы ломаной нормали: в несущих слоях справедливы гипотезы Кирхгофа, в несжимаемом по толщине заполнителе нормаль остается прямолинейной, не изменяет своей длины, но поворачивается на некоторый дополнительный угол. Воздействие основания описывается моделью Винклера. Деформации считаем малыми.

Система координат x, y, z связывается со срединной плоскостью заполнителя. На внешний слой пластины действует распределенная силовая нагрузка p(x), q(x), а на нижний – реакция основания $q_r = -kw$, где k – коэффициент жесткости упругого основания (коэффициент постели). Знак минус указывает на то, что реакция направлена в сторону, противоположную прогибу, w – прогиб пластины.

Граничные условия соответствуют свободному опиранию пластины по кромкам на неподвижные в пространстве жесткие опоры.

Система из пяти уравнений равновесия и силовые граничные условия получены вариационным методом:

$$a_1 u_{x,xx} + a_8 u_{y,yx} + a_2 \psi_{x,xx} + a_9 \psi_{y,yx} - a_3 w_{,xxx} - a_{10} w_{,yyx} + a_{11}(u_{x,yy} + u_{y,xy}) +$$
$$+ a_{12}(\psi_{x,yy} + \psi_{y,xy}) - a_{13} w_{,xyy} = -p_x;$$

$$a_8 u_{x,xy} + a_1 u_{y,yy} + a_9 \psi_{x,xy} + a_2 \psi_{y,yy} - a_{10} w_{,xxy} - a_3 w_{,yyy} + a_{11}(u_{x,yx} + u_{y,xx}) +$$
$$+ a_{12}(\psi_{x,yx} + \psi_{y,xx}) - a_{13} w_{,xyx} = -p_y;$$

$$a_2 u_{x,xx} + a_9 u_{y,yx} + a_4 \psi_{x,xx} + a_{18} \psi_{y,yx} - a_5 w_{,xxx} - a_{14} w_{,yyx} + a_{12}(u_{x,yy} + u_{y,xy}) +$$
$$+ a_{19}(\psi_{x,yy} + \psi_{y,xy}) - a_{16} w_{,xyy} - 2G^{(3)} c \psi_x = 0;$$

$$a_9 u_{x,xy} + a_2 u_{y,yy} + a_{18} \psi_{x,yx} + a_4 \psi_{y,yy} - a_{14} w_{,xxy} - a_5 w_{,yyy} + a_{12}(u_{x,yx} + u_{y,xx}) +$$
$$+ a_{19}(\psi_{x,yx} + \psi_{y,xx}) - a_{16} w_{,xyx} - 2G^{(3)} c \psi_y = 0;$$

$$a_3 u_{x,xxx} + a_{10} u_{y,yxx} + a_5 \psi_{x,xxx} + a_{14} \psi_{y,yxx} - a_6 w_{,xxxx} - a_{15} w_{,yyxx} + a_{10} u_{x,xyy} +$$
$$+ a_3 u_{y,yyy} + a_4 \psi_{x,xyy} + a_5 \psi_{y,yyy} - a_{15} w_{,xxyy} - a_6 w_{,yyyy} +$$
$$+ a_{13}(u_{x,yxy} + u_{y,xxy}) + a_{16}(\psi_{x,yxy} + \psi_{y,xxy}) - 2a_{17} w_{,xyxy} = -(q + q_r). \qquad (1)$$

Здесь в качестве искомых функций выступают тангенциальные перемещения срединной плоскости заполнителя u_x, u_y, прогиб пластины w и сдвиги в заполнителе ψ_x, ψ_y.

Решение системы дифференциальных уравнений (1) предполагаем в виде разложения в двойные тригонометрические ряды:

$$\omega = \sum_{n.m=1}^{\infty} W_{mn} \sin\frac{\pi nx}{a} \sin\frac{\pi my}{b}; \; u_x = \sum_{n.m=1}^{\infty} U_{1mn} \cos\frac{\pi nx}{a} \sin\frac{\pi my}{b}; \; u_y = \sum_{n.m=1}^{\infty} U_{2mn} \sin\frac{\pi nx}{a} \cos\frac{\pi my}{b};$$

$$\psi_y = \sum_{n.m=1}^{\infty} \Psi_{2mn} \sin\frac{\pi nx}{a} \cos\frac{\pi my}{b}; \; \psi_x = \sum_{n.m=1}^{\infty} \Psi_{1mn} \cos\frac{\pi nx}{a} \sin\frac{\pi my}{b}. \qquad (2)$$

Нагрузку q также разложим в ряд синусов:

$$q = \sum_{n.m=1}^{\infty} q_{mn} \sin\frac{\pi nx}{a} \sin\frac{\pi my}{b}, \; q_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b q(x,y) \sin\frac{\pi nx}{a} \sin\frac{\pi my}{b} dxdy.$$

После подстановки перемещений и нагрузки в систему (1) получим систему алгебраических уравнений для определения амплитуд перемещений $W_{mn}, U_{1mn}, U_{2mn}, \Psi_{1mn}, \Psi_{2mn}$:

$$\begin{cases} b_6 U_{1mn} + b_7 U_{2mn} + b_8 \Psi_{1mn} + b_9 \Psi_{2mn} + b_{10} W_{mn} = 0; \\ b_7 U_{1mn} + b_{11} U_{2mn} + b_9 \Psi_{1mn} + b_{12} \Psi_{2mn} + b_{13} W_{mn} = 0; \\ b_8 U_{1mn} + b_9 U_{2mn} + b_{14} \Psi_{1mn} + b_{15} \Psi_{2mn} + b_{16} W_{mn} = 0; \\ b_9 U_{1mn} + b_{12} U_{2mn} + b_{15} \Psi_{1mn} + b_{17} \Psi_{2mn} + b_{18} W_{mn} = 0; \\ b_1 U_{1mn} + b_2 U_{2mn} + b_3 \Psi_{1mn} + b_4 \Psi_{2mn} + b_5 W_{mn} = q_{mn}. \end{cases} \qquad (3)$$

Решение системы (3) можно выписать в определителях

$$U_{1mm} = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \; U_{2mm} = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \; \Psi_{1mm} = \frac{\Delta_3}{\Delta}; \; \Psi_{2mm} = \frac{\Delta_4}{\Delta}; \; W_{mm} = \frac{\Delta_5}{\Delta}, \qquad (4)$$

где

$$\Delta = \begin{pmatrix} b_6 & b_7 & b_8 & b_9 & b_{10} \\ b_7 & b_{11} & b_9 & b_{12} & b_{13} \\ b_8 & b_9 & b_{14} & b_{15} & b_{16} \\ b_9 & b_{12} & b_{15} & b_{17} & b_{18} \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \end{pmatrix}, \; \Delta_1 = \begin{pmatrix} 0 & b_7 & b_8 & b_9 & b_{10} \\ 0 & b_{11} & b_9 & b_{12} & b_{13} \\ 0 & b_9 & b_{14} & b_{15} & b_{16} \\ 0 & b_{12} & b_{15} & b_{17} & b_{18} \\ q_{mn} & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \end{pmatrix}, \; \Delta_2 = \begin{pmatrix} b_6 & 0 & b_8 & b_9 & b_{10} \\ b_7 & 0 & b_9 & b_{12} & b_{13} \\ b_8 & 0 & b_{14} & b_{15} & b_{16} \\ b_9 & 0 & b_{15} & b_{17} & b_{18} \\ b_1 & q_{mn} & b_3 & b_4 & b_5 \end{pmatrix},$$

$$\Delta_3 = \begin{pmatrix} b_6 & b_7 & 0 & b_9 & b_{10} \\ b_7 & b_{11} & 0 & b_{12} & b_{13} \\ b_8 & b_9 & 0 & b_{15} & b_{16} \\ b_9 & b_{12} & 0 & b_{17} & b_{18} \\ b_1 & b_2 & q_{mn} & b_4 & b_5 \end{pmatrix}, \; \Delta_4 = \begin{pmatrix} b_6 & b_7 & b_8 & 0 & b_{10} \\ b_7 & b_{11} & b_9 & 0 & b_{13} \\ b_8 & b_9 & b_{14} & 0 & b_{16} \\ b_9 & b_{12} & b_{15} & 0 & b_{18} \\ b_1 & b_2 & b_3 & q_{mn} & b_5 \end{pmatrix}, \; \Delta_5 = \begin{pmatrix} b_6 & b_7 & b_8 & b_9 & 0 \\ b_7 & b_{11} & b_9 & b_{12} & 0 \\ b_8 & b_9 & b_{14} & b_{15} & 0 \\ b_9 & b_{12} & b_{15} & b_{17} & 0 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & q_{mn} \end{pmatrix}.$$

Вычисляя определители в (4) любым из стандартных методов, получим амплитуды U_{1mn}, $U_{2mn}, \Psi_{1mn}, \Psi_{2mn}, W_{mn}$. Далее по формулам (2) вычисляются искомые функции.

Численный счёт производился для трехслойной пластины, пакет которой составлен из материалов Д16Т-фторопласт-Д16Т.