

$$\Psi_+(x) - \Psi_-(x) = -i \frac{F(x)}{2x} \sqrt{x^2 - 1}. \quad (12)$$

Если $F(x) = \tilde{F}(x) + \tilde{F}(-x)$, тогда, учитывая формулу (8), одно из решений (12)

$$\Psi(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-t^2} \tilde{F}(t)}{t^2 - z^2} dt. \quad (13)$$

Из асимптотического выражения для $\Psi(z)$ при $|z| \rightarrow \infty$ следует, что частное решение (12) $\Psi^{(0)}(z) = 0$.

С учетом вышеизложенного решение интегрального уравнения (4) имеет вид

$$P(u, x, \tau) = \frac{2uw(x, \tau)}{\pi g(u) \sqrt{1-u^2}} \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-t^2}}{t^2 - u^2} dt. \quad (14)$$

Таким образом, исследование особенностей решения двумерного сингулярного интегрального уравнения (1) сводится к исследованию решения одномерного интегрального уравнения типа Вольтера (5).

УДК 539.3

ДЕФОРМИРОВАНИЕ УПРУГИХ ТРЕХСЛОЙНЫХ КОЛЬЦЕВЫХ ПЛАСТИН ПРИ ЛОКАЛЬНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Ю. В. ГРОМЫКО

Белорусский государственный университета транспорта

Для описания вынужденных колебаний круговой трехслойной пластины внешняя нагрузка $q(r, t)$ и искомое решение $u(r, t)$, $\psi(r, t)$, $w(r, t)$ представляются в виде следующих разложений в ряд по системам собственных функций:

$$\begin{aligned} u(r, t) &= b_1 \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n T_n(t); \quad \psi(r, t) = b_2 \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n T_n(t); \quad w(r, t) = \sum_{n=0}^{\infty} v_n T_n(t); \\ q(r, t) &= M_0 \sum_{n=0}^{\infty} v_n q_n(t); \quad q_n(t) = \frac{1}{M_0} \int_{r_0}^1 q(r, t) v_n r dr. \end{aligned} \quad (1)$$

Выражения для $q_n(t)$ получено в виде:

$$\int_0^1 q(r, t) v_n r dr = M_0 \int_0^1 \sum_{m=0}^{\infty} v_m q_m(t) v_n r dr = M_0 \sum_{m=0}^{\infty} q_m(t) \int_0^1 v_m v_n r dr.$$

В силу ортонормированности системы собственных функций

$$\int_0^1 v_m v_n r dr = \begin{cases} 1, & m = n, \\ 0, & m \neq n, \end{cases}$$

имеем

$$q_n(t) = \frac{1}{M_0} \int_0^1 q(r, t) v_n r dr. \quad (2)$$

Уравнение для определения функции $T_n(t)$ в этом случае имеет вид

$$\ddot{T}_n + \omega_n^2 T_n = q_n.$$

Его общее решение

$$T_n(t) = A_n \cos(\omega_n t) + B_n \sin(\omega_n t) + \frac{1}{\omega_n} \int_0^t \sin(\omega_n(t-\tau)) q_n(\tau) d\tau. \quad (3)$$

Таким образом, прогиб, относительный сдвиг и радиальное перемещение в круговой трехслойной пластине, находящейся под воздействием осесимметричной динамической нагрузки, определяются соотношениями (1) с учетом (3).

Рассматриваются локальное внешнее осесимметричное силовое воздействие. Для удобства аналитической записи локальной нагрузки используется функция Хевисайда нулевого порядка:

$$H_0(z) = \begin{cases} 1, & z \geq 0; \\ 0, & z < 0. \end{cases} \quad (4)$$

Задача по исследованию вынужденных колебаний, как правило, сводится к отысканию параметров $q_n(t)$ разложения в ряд заданной нагрузки и определению функции $T_n(t)$. Далее начальные условия принимались однородными $w(r, 0) \equiv \dot{w}(r, 0) \equiv 0$, что приводит к нулевым константам интегрирования $A_n = B_n = 0$.

Нагрузка, равномерно распределенная по кругу $[r_0, b]$. На рассматриваемую пластину действует локальная динамическая поверхностная нагрузка, равномерно распределенная внутри круга относительного радиуса $r_0 \leq b \leq 1$. В этом случае ее можно представить с помощью функции Хевисайда нулевого порядка

$$q(r, t) = q_0(t) H_0(b - r), \quad r \geq r_0. \quad (5)$$

Подставляя нагрузку (5) в последнюю формулу (1), получаем интегральное выражение для вычисления параметров $q_n(t)$:

$$q_n(t) = \frac{q_0(t)}{M_0 d_n r_0} \int_0^1 H_0(b - r) v_n r dr. \quad (6)$$

После этого вынужденные колебания пластины описываются соотношениями (1), а функция $T_n(t)$ вычисляется по формуле (3) с учетом (6).

Нагрузка, равномерно распределенная по кольцу $[a, b]$. На исследуемую круговую трехслойную пластину действует локальная динамическая поверхностная нагрузка, равномерно распределенная по кольцу, относительный радиус которого $a \leq r \leq b$. Ее можно записать как разность двух нагрузок (5)

$$q(r, t) = q_0(t) (H_0(b - r) - H_0(a - r)), \quad r \geq r_0. \quad (7)$$

Решение задачи при нагрузке (7) может быть получено в виде разности решений (6). Интегральное выражение параметров $q_n(t)$ будет следующим:

$$q_n(t) = \frac{q_0(t)}{M_0 d_n r_0} \int_0^1 [H_0(b - r) - H_0(a - r)] v_n r dr.$$

УДК 625.881

ОЦЕНКА ЗАЩИТНЫХ СВОЙСТВ ОТМОСТКИ, ВЫПОЛНЕННОЙ ИЗ ТРОТУАРНОЙ ПЛИТКИ

С. В. ДЗИРКО, В. С. ШАТИЛО, Д. А. НОВИК
Белорусский государственный университет транспорта

Устройство отмостки по периметру здания входит в комплекс работ по благоустройству прилегающей к зданию территории и обеспечивает защиту подземных частей зданий и грунтов основа-