

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

Кафедра «Изыскания и проектирование дорог»

Е. К. АТРОШКО, М. М. ИВАНОВА, В. Б. МАРЕНДИЧ

КУРС ИНЖЕНЕРНОЙ ГЕОДЕЗИИ

Учебно-методическое пособие для студентов
строительных специальностей БелГУТа

Часть I

Одобрено методической комиссией факультета ПГС

Гомель 2010

УДК 528.48 (075.8)
ББК 26.12
А92

А в т о р ы: канд. техн. наук, доц. *Е. К. Атрошко* (предисловие, разд. 1–4, 8–11),
канд. техн. наук, доц. *М. М. Иванова* (разд. 6), ст. преп.
В. Б. Марендич (разд. 5).

Р е ц е н з е н т – зав. кафедрой «Строительство и эксплуатация дорог»
канд. техн. наук, доц. *П. В. Ковтун* (УО «БелГУТ»).

Атрошко, Е.К.

А92 Курс инженерной геодезии : учеб.-метод. пособие для студентов
строительных специальностей БелГУТа. В 2 ч. Ч. I / Е. К. Атрошко,
М. М. Иванова, В. Б. Марендич ; М-во образования Респ. Беларусь,
Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2010. – 140 с.
ISBN 978-985-468-757-5 (ч. I)

Рассмотрены основные сведения по геодезии, топографические карты и планы,
теория погрешностей измерений. Особое внимание уделено геодезическим приборам и
измерениям, теодолитным съемкам местности.

Предназначено для студентов I курса строительных специальностей БелГУТа.

УДК 528.48 (075.8)
ББК 26.12

ISBN 978-985-468-757-5 (ч. I)
ISBN 978-985-468-756-8

© Атрошко Е. К., Иванова М. М.,
Марендич В. Б., 2010
© Оформление. УО «БелГУТ», 2010

ПРЕДИСЛОВИЕ

В настоящее время в связи со значительным увеличением объемов строительства промышленных, гражданских и агропромышленных комплексов, созданием современных высотных и уникальных сооружений особую роль приобретают инженерно-геодезические работы, которые являются составной частью технологического процесса строительства. Поэтому хорошая геодезическая подготовка студентов строительных специальностей позволит повысить качество строительного-монтажных работ.

Инженер-строитель должен знать основные виды геодезических измерений, уметь работать на современных оптических и электронных геодезических приборах, выполнять топографические и исполнительные съемки и использовать их при изысканиях и строительстве инженерных сооружений.

Учебно-методическое пособие «Курс инженерной геодезии» разработано в соответствии с типовой и рабочей программами дисциплины «Инженерная геодезия» и предназначено для студентов строительных специальностей БелГУТа как дневной, так и заочной форм обучения, а также может быть использовано студентами других специальностей изучающих геодезию.

Пособие состоит из 2 частей. В первой части рассмотрены общие сведения по геодезии, которые включают понятие о форме и размерах Земли, системы координат и ориентирование направлений, топографические карты и планы, основы теории погрешностей, а также геодезические приборы, включая самые современные и методику измерений углов, расстояний, превышений и высот. Приведен раздел государственные опорные геодезические сети, их классификация, методы и схемы построения с использованием элементов спутниковых технологий. В заключение первой части рассмотрена глава «Теодолитная съемка местности», в которой приведены полевые и камеральные работы при проложении теодолитных ходов и построение планов теодолитной съемки.

Во второй части пособия изложены топографические съемки местности: тахеометрическая, мензуральная, нивелирование поверхности и фототопографическая. Особое внимание уделено вопросам инженерно-геодезических работ при изысканиях, проектировании и строительстве дорог и других транспортных и промышленных сооружений.

Авторы выражают благодарность рецензенту заведующему кафедрой «Строительство и эксплуатация дорог» кандидату

технических наук П. В. Ковтуну и ассистенту И. П. Драловой за помощь в подготовке и оформлении учебно-методического пособия.

1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ПО ГЕОДЕЗИИ

1.1 Предмет и содержание геодезии

Геодезия – это наука об измерениях на земной поверхности. В переводе с греческого языка слово „геодезия“ означает землеразделение („гео“ – земля, „дезио“ – делить). Такое название вошло в науку, потому что первоначально геодезия применялась при размежевании (делении) участков обрабатываемой земли. Этот термин сохранился и до наших дней, несмотря на то, что современная геодезия использует результаты измерений при изучении формы и размеров Земли, для составления карт, планов и профилей земной поверхности, а также при изысканиях, строительстве и эксплуатации инженерных сооружений.

В связи с этим современная геодезия делится на ряд самостоятельных научных дисциплин:

- *высшую геодезию*, занимающуюся изучением формы и размеров Земли, ее внешнего гравитационного поля и определением положения отдельных точек на земной поверхности, составляющих государственную геодезическую сеть;

- *картографию*, изучающую методы составления и издания карт для территории земной поверхности свыше 20 километров с учетом кривизны Земли;

- *топографию*, изучающую способы составления топографических планов для небольших участков земной поверхности (менее 20 километров) без учета кривизны Земли;

- *фотограмметрию*, изучающую способы составления карт и планов на основе фотоснимков местности;

- *космическую геодезию*, определяющую местоположение искусственных спутников Земли для изображения ее поверхности с помощью глобальных навигационных систем;

- *морскую (подводную) геодезию*, изучающую морское дно и береговую линию морей, океанов и водоемов;

- *инженерную (прикладную) геодезию*, которая изучает геодезические работы при изысканиях, строительстве и эксплуатации сооружений, а также монтаже технологического оборудования и наблюдениями за деформациями инженерных объектов. Специальный вид инженерно-геодезических работ под землей (в метро, тоннелях, шахтах и т. д.) называется *маркшейдерией*.

1.2 Инженерная геодезия и ее задачи при изысканиях, строительстве и эксплуатации сооружений

Инженерная геодезия изучает методы геодезического обеспечения при разработке проектов, строительстве и эксплуатации различных сооружений.

Основными видами инженерно-геодезических работ являются топографо-геодезические изыскания, инженерно-геодезическое проектирование, геодезические разбивочные работы, выверка конструкций и агрегатов, исполнительные съемки, наблюдения за деформациями и осадками сооружений. Каждый из этих видов работ связан с определенным этапом инженерно-строительного процесса и отличается решаемыми задачами и точностью измерений.

Топографо-геодезические изыскания включают:

- создание обоснования и топографическую съемку строительных площадок;

- трассирование линейных инженерных сооружений (железных и автомобильных дорог, линий электропередач, связи, водоснабжения и канализации, теплотрассы, газопроводов и др.)

- геодезическую привязку геологических выработок, гидрометрические работы для проектирования мостов и привязку точек геофизической разведки.

Топографо-геодезические изыскания служат основой для проектирования инженерных сооружений. Широкое развитие получают методы аэроизысканий и космической съемки с искусственных спутников Земли.

Инженерно-геодезическое проектирование входит в комплекс проектирования сооружений и включает:

- составление для проектирования сооружений топографических материалов в необходимых масштабах (планов, карт, профилей и цифровых моделей местности);

- геодезическую подготовку проекта для перенесения его в натуру, проектирование разбивочных работ;

- решение задач горизонтальной и вертикальной планировки, подсчет площадей затопления и объемов водохранилищ.

Геодезические разбивочные работы являются основным видом при перенесении проектов в натуру. В состав разбивочных работ входят:

- построение разбивочной основы в виде строительной сетки или других построений;

- вынесение в натуру главных и основных осей сооружений;

- детальная разбивка сооружений;

- исполнительные съемки.

Установка в проектное положение конструкций и оборудования и их выверка. Этот вид работ предполагает установку и выверку конструкций в плане, по высоте и вертикали и является наиболее точным видом инженерно-геодезических работ, использующим специальные приборы и методы измерений.

Наблюдения за деформациями сооружений включают:

- измерение осадок оснований и фундаментов;
- определение плановых смещений сооружений;
- определение кренов высотных зданий, башен, дымовых труб и др.

Наблюдения за деформациями сооружений преследуют как научные цели (обоснование правильности теоретических расчетов устойчивости сооружений), так и производственно-технические (нормальная эксплуатация сооружений и принятие мер при выявлении недопустимых величин деформаций).

В современных условиях роль инженерной геодезии резко возрастает. Механизация высотного строительства и автоматизация технологического производства требуют значительного повышения точности геодезических измерений, поэтому дальнейшей задачей развития инженерно-геодезических работ является внедрение высокоточных электронных и лазерных приборов для точной установки и выверки конструкций, а также применение современных фотограмметрических методов и приборов космической съемки для определения динамических процессов и автоматизации обработки результатов измерений.

1.3 Краткие сведения о возникновении и развитии геодезии

Геодезия зародилась еще в глубокой древности. Она возникла из практических потребностей человека. Дошедшие до нас древние памятники свидетельствуют о том, что уже за много веков до нашей эры приемы геодезии использовались при строительстве пирамид и ирригационных сооружений в Древнем Египте, а также при составлении планов и карт в Вавилоне, Греции и Риме. При раскопках Вавилона найден план, составленный за 3000 лет до нашей эры. Используя знания в области геодезии, строили храмы, крепости, гидротехнические сооружения, туннели, дороги, водопроводные сети. Многие из этих сооружений и в настоящее время поражают своей сложностью. Древние строители умели выносить оси сооружений, разбивать круговые кривые, строить прямые углы, обеспечивать вертикальность сооружений, передавать высотные отметки и заданные уклоны, производить сбойку туннелей и другие инженерно-геодезические работы.

Уже в III веке до нашей эры был определен радиус Земли. В средние века в период оживления торговых связей, расширения мореплавания возникла потребность в картах и планах. В 1609 году Галилеем была изобретена зрительная труба, что позволило резко повысить точность геодезических измерений.

Из научных открытий того времени особенно важны были для развития геодезии учения Коперника, Кеплера и Ньютона. Теория Ньютона о законе всемирного тяготения показала, что Земля должна иметь форму эллипсоида, а не шара. Результаты геодезических работ явились экспериментальным подтверждением этого открытия Ньютона.

В Древней Руси первые геодезические измерения относятся к 1068 году, когда по льду была измерена ширина Керченского пролива. При Петре I получили развитие работы по составлению карт, а в 1743 году под руководством М. В. Ломоносова издается первый „Атлас Российской империи“. В 1793 году была основана знаменитая Пулковская астрономическая обсерватория, директором которой был известный ученый геодезист В. Я. Струве.

В 1822 году был основан Корпус военных топографов. С этого времени геодезические работы стали проводиться на высокой научной основе. Опорные сети создавались методом триангуляции. В результате этих работ были получены данные для определения размеров Земли. Из астрономических наблюдений были определены широты и долготы около 4000 пунктов триангуляции.

В конце XIX – начале XX вв. стало применяться фотографирование местности с воздушного шара и с самолета. Особенно широко применялась аэрофотосъемка для фоторазведки в период I мировой войны (1914–1918 гг.). После революции геодезия стала развиваться на основе единой научно-обоснованной программы и по единым техническим требованиям. На всей территории страны было произведено картографирование страны, выполнено землеустройство земель при осушении и орошении, а также в лесоустройстве. Велика была роль геодезии в деле обороны страны и победе в Великой Отечественной войне.

Благодаря развитию геодезии в нашей стране впервые в мире был произведен запуск искусственного спутника Земли и осуществлен первый в мире полет человека в космос.

Под руководством Ф. Н. Красовского были получены новые параметры фигуры Земли. М. С. Молоденским разработана новая теория изучения формы Земли и ее внешнего гравитационного поля.

В последние годы развитие геодезии связано с широким применением цифрового и электронного картографирования, дистанционным зондированием Земли, использованием глобальных навигационных систем для определения положения точек, а также внедрением

геоинформационных компьютерных систем (ГИС). ГИС являются автоматизированными системами, осуществляющими сбор, хранение, моделирование, обработку пространственно-координированной информации. Внедрение электронных и цифровых геодезических приборов значительно повышает производительность труда, упрощает и сокращает время на обработку результатов измерений, исключает такие ошибки исполнителя, которые возникают при снятии отсчетов, записи результатов в журналах и вычислениях.

Все эти сведения свидетельствуют, что на протяжении всего исторического развития человечества геодезия вносила существенный вклад в научный прогресс и производственную деятельность общества.

2 СИСТЕМЫ КООРДИНАТ И ОРИЕНТИРОВАНИЕ

2.1 Понятие о форме и размерах Земли

Поверхность Земли состоит из возвышенностей, впадин, равнин и водных пространств океанов и морей. Водная поверхность составляет 71 %, а суша – 29 % всей земной поверхности. Поэтому под общей фигурой Земли в геодезии понимают фигуру, ограниченную замкнутой поверхностью вод морей и океанов, мысленно продолженную под материками. Такая поверхность называется основной уральной поверхностью. В каждой точке она перпендикулярна к отвесной линии, проведенной через данную точку.

Общую фигуру Земли, ограниченную основной уральной поверхностью называют **геоидом**. Геоид еще недостаточно полно изучен. По своей форме он не совпадает ни с одним известным в математике

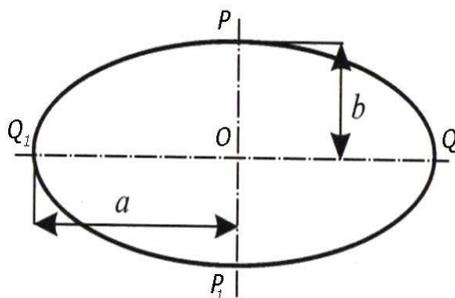


Рисунок 2.1 – Земной эллипсоид

геометрическим телом, но многолетние геодезические, астрономические и геофизические измерения показали, что его фигура близка к эллипсоиду вращения, получаемому вращением эллипса вокруг его малой оси PP_1 (см. рисунок 2.1). Такую фигуру называют **земным эллипсоидом**. Размеры земного эллипсоида определяются длинами его полуосей: $a = OQ$; $b = OP$ и полярным сжатием $\alpha = (a - b) / a$.

В таблице 2.1 приведены результаты наиболее известных определений размеров земного эллипсоида.

Результаты измерений, которые производятся на земной поверхности, можно путем соответствующих вычислений привести к поверхности геоида. Для того, чтобы отнести их к поверхности земного эллипсоида, последний должен быть достаточно хорошо совмещен с геоидом, то есть чтобы центры эллипсоида и геоида возможно лучше совпадали и чтобы поверхность эллипсоида имела минимальное отклонение от поверхности геоида. Совмещенный таким образом с геоидом земной эллипсоид называется *референц-эллипсоидом*.

Таблица 2.1 – Размеры земного эллипсоида

Автор	Год определения	Большая полуось, м	Малая полуось, м	Полярное сжатие $\alpha = (a - b)/a$
Бессель	1841	6377397	6356079	1:293,2
Кларк	1880	6378249	6356515	1:293,5
Хейфорд	1909	6378388	6356912	1:297,0
Красовский	1940	6378245	6356863	1:298,3

На территории Республики Беларусь и стран СНГ в качестве референц-эллипсоида принят *эллипсоид Красовского*. Размеры этого референц-эллипсоида (см. таблицу 2.1) получены из обработки обширных астрономо-геодезических измерений, выполненных под руководством профессора Ф. Н. Красовского и наилучшим образом, подходят для территории стран СНГ. В других странах за основу геодезических и картографических работ приняты размеры других авторов. Например, в Англии – эллипсоид Кларка, в США – эллипсоид Хейфорда и т. д. Как видно из таблицы 2.1, величина полярного сжатия земного эллипсоида небольшая, поэтому для практических задач, не требующих высокой точности, общую фигуру Земли приближенно принимают за шар с радиусом, равным 6371,11 км.

В практике инженерно-геодезических работ поверхность эллипсоида и геоида считают совпадающими.

2.2 Системы координат и высот, применяемые в геодезии

Координатами называют числа, определяющие положение точки земной поверхности относительно исходных линий или поверхностей. В инженерной геодезии наибольшее применение получили системы географических, прямоугольных и полярных координат, а также системы высот.

Система географических координат. Географические координаты могут быть геодезическими и астрономическими. Геодезические координаты определяют положение точки на поверхности референц-эллипсоида. В этой системе координатами являются широта и долгота точки, а исходными линиями – меридианы и параллели (рисунок 2.2).

Меридианами называются линии пересечения поверхности референц-эллипсоида плоскостями, проходящими через его малую ось, а параллелями – линии пересечения плоскостями, перпендикулярными к малой оси.

Параллель, плоскость которой проходит через центр эллипсоида называется *экватором*. За начальный меридиан принят Гринвичский меридиан, проходящий через Гринвичскую обсерваторию в окрестностях Лондона.

Геодезической долготой (L) называется двугранный угол, составленный плоскостью начального меридиана и меридиана данной точки M . Долготы отсчитываются от начального меридиана на восток и на запад от 0 до 180°. Восточная долгота обозначается со знаком „плюс“, а западная – со знаком „минус“.

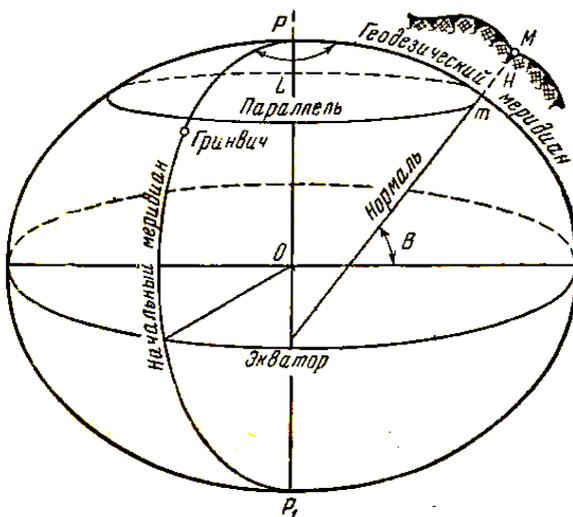


Рисунок 2.2 – Географическая система координат

Широтой точки (B) называется угол между нормалью (отвесной линией) данной точки M и плоскостью экватора. Широты отсчитываются от плоскости экватора к северу от 0 до +90° и к югу от 0 до –90°. На экваторе широта точки равна 0°, а на Северном полюсе +90°.

Если широты и долготы точки отнесены к поверхности геоида, то они называются *астрономическими* координатами и обозначаются: φ – широта и λ – долгота. Астрономические координаты могут быть определены из астрономических наблюдений.

При составлении планов и карт, а также при пользовании ими удобно применять не географические, а плоские прямоугольные системы координат.

Система плоских прямоугольных координат Гаусса-Крюгера. Данную систему используют при крупномасштабном изображении

значительных частей земной поверхности, следовательно, и при решении задач, связанных с проектированием строительных комплексов.

В проекции Гаусса-Крюгера обеспечивается сохранение подобного изображения фигур (контуров местности) при переходе с поверхности земного эллипсоида на плоскость. Возникающие при этом искажения в размерах фигур достаточно малы и легко учитываются.

В этой системе поверхность земного эллипсоида разграничивают меридианами через 6 или 3° по долготы на зоны. Нумерацию зон ведут от нулевого (Гринвичского) меридиана на восток. Число зон с долготой 6° составляет 60, а с долготой 3° – 120. Земной эллипсоид вписывают в цилиндр так, чтобы плоскость экватора совместилась с осью цилиндра (рисунок 2.3).

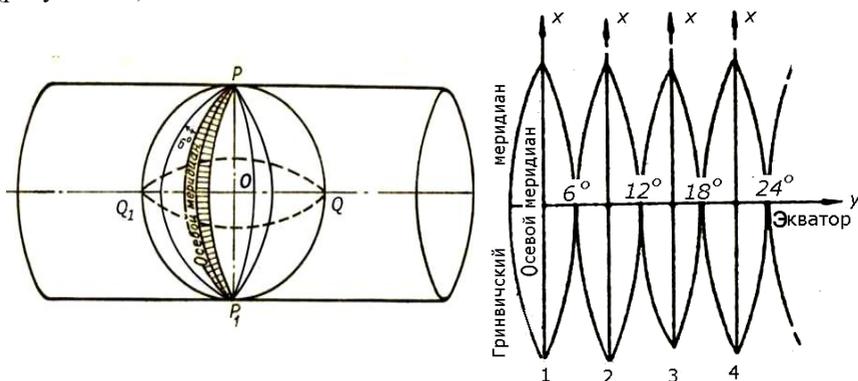


Рисунок 2.3 – Зональная система прямоугольных координат Гаусса-Крюгера

Каждая зона из центра Земли проектируется на боковую поверхность цилиндра. Затем боковую поверхность цилиндра разворачивают в плоскость, разрезая ее по образующим, проходящим через полюса Земли. На полученном изображении средние (осевые) меридианы зон и экватор остаются без искажений и изображаются прямыми линиями. Остальные меридианы и параллели изображаются кривыми. Искажения размеров контуров возрастают по мере удаления от осевого меридиана к краям зоны. Например, линия длиной d при переходе с поверхности земного эллипсоида на плоскость получит искажение

$$\Delta d = \left[\frac{y_0^2}{(2R)^2} \right] d$$

где $y_0 = (y_1 + y_2)/2$ – среднее значение из ординат начальной y_1 и конечной y_2 точек линии;

R – радиус Земли.

На краях шестиградусных зон относительные искажения могут достигать $\Delta d / d = 1 / 1500$, а в трехградусных – $\Delta d / d = 1 / 6000$.

За начало отсчета координат в каждой зоне принимают точку пересечения осевого меридиана зоны и экватора. При этом осевой меридиан является осью абсцисс (x), а экватор – осью ординат (y). Координатами любой точки M будут являться длины перпендикуляров, опущенные из точки M на оси координат.

Если провести в каждой зоне линии, параллельные оси ординат и абсцисс с интервалом в 1 км, то получится так называемая километровая сетка, которую строят на всех топографических картах. Для территории СНГ, расположенной в северном полушарии, абсциссы всегда положительны. Для того, чтобы и ординаты были положительны, начало координат в зоне смещают на запад на 500 км. В этом случае все точки к востоку и западу от осевого меридиана будут иметь положительные ординаты, которые называются преобразованными.

Преобразованные координаты всегда начинаются с номера зоны. Например, если точка M расположена в четвертой зоне в 25340 км к востоку от осевого меридиана, то ее преобразованная ордината равна 4525340 м, а если на том же расстоянии к западу от того же осевого меридиана, то преобразованная ордината будет $y = 4474660$ м.

Выбор ширины зоны (6 или 3°) зависит от точности проектирования строительного комплекса. Если для проектирования нужны топографические материалы масштаба 1:10000 и меньше, то применяют шестиградусные зоны, а для более крупных масштабов – трехградусные.

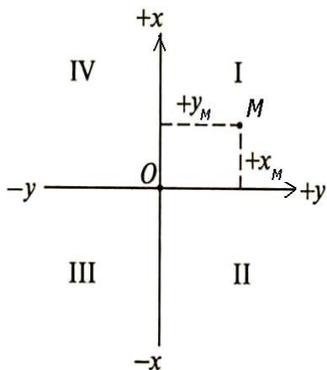


Рисунок 2.4 – Местная прямоугольная система координат

Местная система плоских прямоугольных координат. Эту систему координат применяют для определения координат точек, на небольших участках земной поверхности принимаемых за плоскость (не более 20 x 20 км).

На плоскости берутся две взаимно-перпендикулярные линии, которые называются о с я м и к о о р д и н а т: ось абсцисс XX и ось ординат YY (рисунок 2.4). Точка пересечения их O служит началом координат.

Направление оси абсцисс обычно принимают совпадающим с направлением меридиана. Координатами любой точки M будут являться

длины перпендикуляров, опущенных из точки M на оси координат. Счет четвертей ведется от первой до четвертой по ходу часовой стрелки.

Абсциссы точек в первой и в четвертой четвертях будут положительными, а во второй и третьей – отрицательными. Ординаты точек в первой и второй четвертях положительные, а в третьей и четвертой – отрицательные (таблица 2.2).

Система полярных координат. Эту систему применяют при определении положения точек на небольших участках земной поверхности, обычно при топогра-

графических съемках местности или при разбивочных работах в строительстве.

За начало координат в данной системе принимают точку O местности (рисунок 2.5), которую называют полюсом. За начальную координатную линию принимают полярную ось OA , расположенную на местности произвольно или вдоль известной стороны. Полярными координатами любой точки M местности будут являться полярный угол (β) отсчитываемый от полярной стороны по ходу часовой стрелки и полярное расстояние $OM = d$, определяемое как радиус-вектор.

Таблица 2.2 – Знаки координат по четвертям

Номер четверти	I	II	III	IV
X	+	-	-	+
Y	+	+	-	-

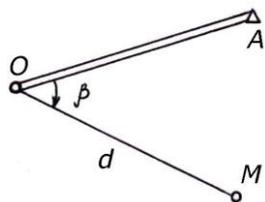


Рисунок 2.5 – Полярная система координат

Система прямоугольных пространственных координат. В последнее время в связи с применением спутниковых навигационных систем в геодезии начали применять систему прямоугольных пространственных координат (X, Y, Z). Начало ее находится в центре O земного эллипсоида, ось Z располагается вдоль полярной оси и направлена на Северный полюс Земли, ось X – в точку пересечения Гринвичского меридиана с экватором, а ось Y перпендикулярна оси X в плоскости экватора (рисунок 2.6).

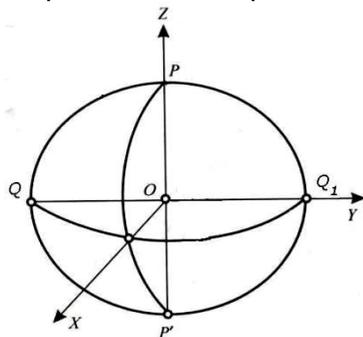


Рисунок 2.6 – Прямоугольная пространственная система

Эта система используется для определения положения искусственных спутников Земли и ракет в трехмерной и космической геодезии. Сущность ее сводится к обработке геодезических измерений без проектирования их на уровенную поверхность Земли. Полученная система координат ($OXYZ$) участвует в суточном вращении Земли,

оставаясь неподвижной пространственная система относительно точек земной поверхности, и по тому удобна для определения положения объектов земной поверхности.

Система высот. Для определения положения точек на физической поверхности Земли, кроме плоских прямоугольных координат X и Y , называемых плановыми, нужно знать еще третью координату, характеризующую отстояние точки земной поверхности от начальной поверхности. Расстояние H от точки A земной поверхности по отвесной линии до начальной поверхности называют *высотой точки A* (см. рисунок 2.7). За начальную поверхность для определения высот в геодезии принимают в качестве основной урениую поверхность (поверхность геоида), которую называют также уровнем моря.

В странах СНГ и Республике Беларусь принята *Балтийская система высот*, в которой все высоты отсчитываются от среднего уровня воды в Балтийском море и соответствующему нулю Кронштадского футштока.

Нуль Кронштадского футштока представляет собой черту на медной доске, зацементированной в гранитный устой моста. Чертой на футштоке зафиксирован уровень воды в Финском заливе, выведенный из многолетних наблюдений. Высоты, отсчитываемые от уровня Балтийского моря, называют *абсолютными*.

Если за начало отсчета принимают любую другую поверхность, то высоты, отсчитываемые от этой поверхности,



Рисунок 2.7 – Системы высот

называют *относительными*. Например, в строительстве часто используют относительную систему высот при возведении зданий и сооружений, принимая за отсчетную поверхность урениую поверхность, совпадающую с уровнем чистого пола первого этажа здания или цеха промышленного предприятия. Высоты, отсчитываемые от этого уровня, называют *условными*.

Численное значение абсолютной или относительной (условной) высоты называют *отметкой*.

На рисунке 2.7 H_A и H_B – абсолютные высоты точек A и B земной поверхности, а H'_A и H'_B – относительные высоты точек A и B .

Разность высот двух точек называют *превышением* и обозначают h .

Превышение может быть положительным, если точка B выше точки A , или отрицательным, если точка B ниже точки A . Для линии AB превышение $h_{AB} = H_B - H_A = H'_B - H'_A$ и называется прямым превышением, а для линии BA – $h_{BA} = H_A - H_B = H'_A - H'_B$ и называется обратным превышением.

Очевидно, что $h_{AB} = -h_{BA}$ т. е. прямое и обратное превышение одной и той же линии равны по величине и обратны по знаку.

2.3 Ориентирование линий

При изображении участков местности на бумаге необходимо всегда указывать их положение относительно сторон света (направлений север – юг, восток – запад). Определение направления линии относительно сторон света называют **ориентированием линии**. Исходными направлениями для ориентирования линий в геодезии служат: 1 – северное направление истинного (географического) меридиана (И.М.), 2 – северное направление магнитного меридиана (М.М.) (меридиана проходящего через ось магнитной стрелки компаса), 3 – северное направление осевого меридиана (О.М.), или направление, параллельное ему (рисунок 2.8).

Ориентирование линий местности относительно исходных направлений осуществляется с помощью следующих **ориентирных углов**: истинного азимута ($A_{И}$), магнитного азимута ($A_{М}$), дирекционного угла (α).

Истинным азимутом называют угол между северным направлением истинного меридиана и направлением заданной линии AB местности, отсчитываемый по ходу часовой стрелки. Истинный азимут в зависимости от направления линии AB может изменяться от 0 до 360° .

Магнитным азимутом называют угол между северным направлением магнитного меридиана и заданной линией AB местности, отсчитываемый по ходу часовой стрелки от 0 до 360° .

Дирекционным углом называется угол между северным направлением осевого меридиана и заданной линией AB местности, отсчитываемый по ходу часовой стрелки от 0 до 360° .

Из рисунка 2.8 видно, что

$$A_{И} = \alpha + \gamma; \quad (2.1)$$

$$A_{И} = A_{М} + \delta. \quad (2.2)$$

Приравняв (2.1) и (2.2), получим:

$$\alpha = A_{М} + \delta - \gamma; \quad (2.3)$$

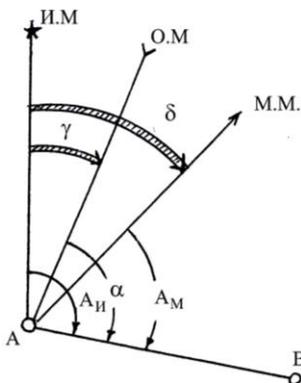


Рисунок 2.8 – Схема направлений ориентирования

$$A_M = \alpha + \gamma - \delta. \quad (2.4)$$

Формулы (2.1) – (2.4) определяют зависимость между истинным азимутом, дирекционным углом и магнитным азимутом данной линии AB местности. В этих формулах γ – сближение меридианов. *Сближением меридианов* называется угол между направлением географического меридиана и направлением, параллельным осевому меридиану в данной точке A земной поверхности. Если точка A расположена на осевом меридиане или на экваторе, то $\gamma = 0$. В общем случае

$$\gamma = \Delta L \cdot \sin B, \quad (2.5)$$

где ΔL – разность долгот географического меридиана точки A и осевого меридиана зоны;

B – широта точки A .

Сближение меридианов отсчитывается всегда от истинного меридиана к осевому и может быть восточным, если осевой меридиан отклоняется к востоку от истинного (см. рисунок 2.8), или западным, если осевой меридиан отклоняется к западу от истинного. Восточному сближению меридианов приписывают знак плюс, а западному – минус. Как видно из формулы (2.5), наибольшее значение сближения меридианов достигает на полюсах ($B = \pm 90^\circ$), где для шестиградусных зон в проекции Гаусса – Крюгера $\gamma = \pm 3^\circ$.

Угол δ в формулах (2.1) – (2.4) называют *склонением магнитной стрелки* и определяется как угол между направлениями географического и магнитного меридиана в данной точке A поверхности Земли. Магнитное склонение отсчитывают от истинного меридиана к магнитному. Восточному склонению приписывают знак плюс, а западному – минус. Магнитное склонение зависит как от места на поверхности Земли, так и от времени, и имеет вековые, годовые и суточные периодические изменения. Суточные изменения могут достигать $15'$. Сведения о магнитном склонении можно получить на метеостанциях или выбрать из схемы, приведенной под южной рамкой топографической карты.

На практике иногда для ориентирования линий на местности вместо азимутов и дирекционных углов пользуются румбами. Румбом линии называют острый угол между ближайшим концом меридиана и данной линией.

Румбы отсчитывают как от северного, так и от южного концов меридиана по ходу или против хода часовой стрелки и изменяются от 0 до 90° . Обозначение румба

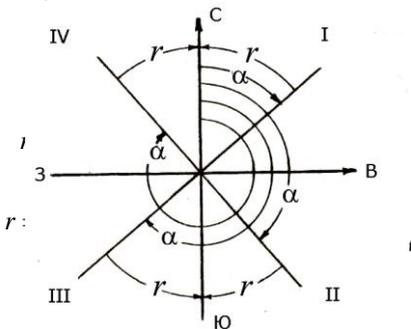


Рисунок 2.9 – Связь между румбами и дирекционными углами

начинают с указания четверти (рисунок 2.9): I четверть – СВ (северо-восток); II – ЮВ (юго-восток); III – ЮЗ (юго-запад); IV – СЗ (северо-запад). Затем записывают числовое значение угла. Например, $r_{AB} = СВ:35^{\circ}20'$.

В зависимости от исходного меридиана румбы могут быть *истинными, магнитными и осевыми*. На рисунке 2.9 показана зависимость между дирекционными углами и осевыми румбами по четвертям. Для перехода от дирекционных углов к румбу и обратно можно пользоваться таблицей 2.3.

Таблица 2.3 – Связь между дирекционными углами и румбами

Номер четверти	Величина дирекционного угла, град	Название румба	Определение румба по дирекционному углу	Определение дирекционного угла по румбу
I	0–90	СВ	$r = \alpha$	$\alpha = r$
II	90–180	ЮВ	$r = 180^{\circ} - \alpha$	$\alpha = 180^{\circ} - r$
III	180–270	ЮЗ	$r = \alpha - 180^{\circ}$	$\alpha = 180^{\circ} + r$
IV	270–360°	СЗ	$r = 360^{\circ} - \alpha$	$\alpha = 360^{\circ} - r$

Прямые и обратные дирекционные углы и румбы. Для каждой линии местности различают прямое и обратное направление. Например, для линии AB (рисунок 2.10, а) направление от A к B считается прямым, а направление от B к A – обратным, и наоборот.

Из рисунка 2.10, а видно, что дирекционные углы прямого α_{AB} и обратного α_{BA} направлений связаны соотношениями $\alpha_{BA} = \alpha_{AB} + 180^{\circ}$, т. е. прямой и обратный дирекционные углы отличаются друг от друга на 180° . В общем виде можно записать, что

$$\alpha_{обр} = \alpha_{пр} \pm 180^{\circ}. \quad (2.6)$$

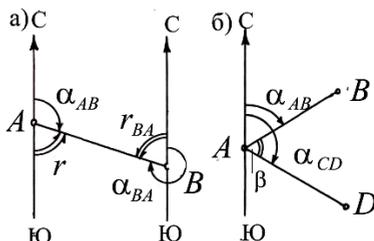


Рисунок 2.10 – Прямые и обратные дирекционные углы

Из рисунка 2.10, а следует также, что прямой и обратный осевые румбы данной линии равны между собой, но противоположны по названию.

Зная дирекционные углы двух линий, можно определить угол, составленный этими линиями. Например, угол β между линиями AB и AD (см. рисунок 2.10, б) определяется по формуле

$$\beta = \alpha_{AD} - \alpha_{AB}, \quad (2.7)$$

т. е. горизонтальный угол между линиями равен разности их дирекционных углов. Из формулы (2.7) видно, что

$$\alpha_{AB} = \alpha_{AD} - \beta; \quad \alpha_{AD} = \alpha_{AB} + \beta, \quad (2.8)$$

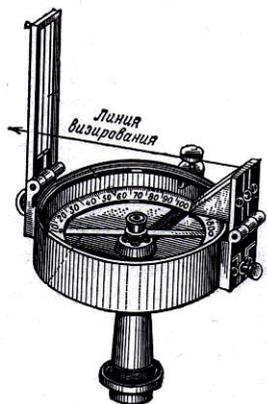


Рисунок 2.11 – Ручная буссоль

т.е. дирекционный угол линии равен дирекционному углу другой линии плюс или минус горизонтальный угол между этими линиями.

Приборы для ориентирования на местности. Наиболее простым способом ориентирования на местности является определение магнитного азимута линии с помощью буссоли. Буссолью называется прибор для измерения магнитных азимутов. Буссоли могут применяться как самостоятельные инструменты или входить в комплект к другим геодезическим приборам, например к теодолитам (ориентир-буссоли). На рисунке 2.11 изображена ручная буссоль, которая представляет собой круглую коробку с градусным кольцом и магнитной стрелкой, вращающейся в центре кольца. Деления на кольце буссоли нанесены через 1° . Счет делений идет от 0 до 360° против хода часовой стрелки. Ручная полевая буссоль, применяемая как самостоятельный инструмент, снабжена глазным и предметным диоптрами. Глазной диоптр имеет узкую щель, а предметный диоптр состоит из прорези, посередине которой натянута нить. Для определения азимута линии визируют через щель глазного и нить предметного диоптров вдоль заданной линии, а по кольцу буссоли отсчитывают угол между северным концом магнитной стрелки и заданным направлением линии, который и является магнитным азимутом.

При работе с буссолью необходимо принять меры к тому, чтобы вблизи не находились железные и стальные предметы. Есть места, называемые магнитными аномалиями, где пользоваться буссолью вообще нельзя (например, Курская магнитная аномалия). Исходя из указанных причин, ориентирование линии при помощи буссоли производится только в отдельных случаях при съемке небольших участков земной поверхности.

Ориентир-буссоль представляет собой прямоугольную коробку с магнитной стрелкой, указывающей направление север-юг. Деления на ориентир-буссоли не нанесены. Ориентир-буссоли используют как принадлежность для измерения магнитных азимутов теодолитом или для ориентирования планшета при мензульной съемке. Определение магнитных азимутов с помощью ориентир-буссоли будет рассмотрено при изучении соответствующих приборов.

2.4 Прямая и обратная геодезические задачи

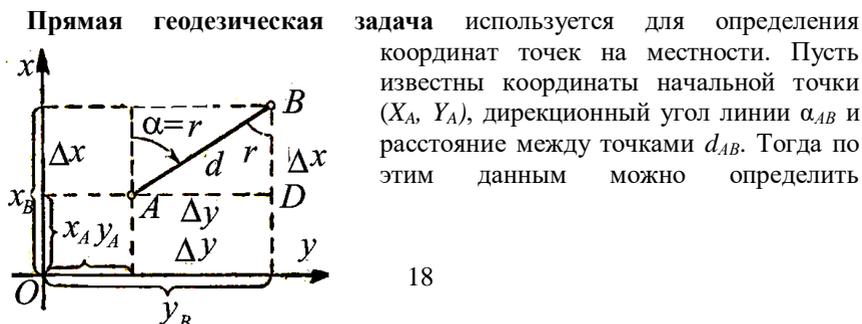


Рисунок 2.12 – Прямая и обратная геодезические задачи

координаты второй точки B (рисунок 2.12). Согласно рисунку 2.12 имеем:

$$X_B - X_A = \Delta X; \quad Y_B - Y_A = \Delta Y.$$

Разности ΔX и ΔY координат точек называют приращениями координат. Они представляют собой проекции отрезка AB на соответствующие оси координат. Из треугольника ABD следует, что

$$\Delta X = d \cos \alpha_{AB}; \quad \Delta Y = d \sin \alpha_{AB}. \quad (2.9)$$

Приращения координат могут быть положительными и отрицательными, в зависимости от направления линий. Поскольку ось XX в геодезии совпадает с направлением меридиана, то можно составить таблицу для определения знака приращения координат (таблица 2.4).

Таблица 2.4 – Знаки приращений координат

Номер четверти	Дирекционный угол, град	Знаки приращения координат	
		ΔX	ΔY
I	0–90	+	+
II	90–180	–	+
III	180–270	–	–
IV	270–360	+	–

Определив приращения координат по формулам (2.9), находят координаты второй точки B :

$$\left. \begin{aligned} X_B &= X_A + \Delta X = X_A + d \cos \alpha_{AB}; \\ Y_B &= Y_A + \Delta Y = Y_A + d \sin \alpha_{AB}. \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

Из формулы (2.10) следует правило для вычисления координат точки. Координаты последующей точки равны координатам предыдущей точки плюс соответствующее приращение координат. Приращения координат можно вычислять на микрокалькуляторе или по специальным таблицам.

Обратная геодезическая задача. В обратной геодезической задаче требуется определить длину линии $AB = d$ и ее направление (дирекционный угол α_{AB}) по заданным координатам точек $A (X_A, Y_A)$ и $B (X_B, Y_B)$ (см. рисунок 2.12).

Согласно формулам (2.9) можно написать:

$$\left. \begin{aligned} d \cos \alpha_{AB} &= \Delta X = X_B - X_A; \\ d \sin \alpha_{AB} &= \Delta Y = Y_B - Y_A. \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

Разделив левые и правые части этих равенств, получим

$$\operatorname{tg} \alpha_{AB} = (Y_B - Y_A) / (X_B - X_A) = \Delta Y / \Delta X. \quad (2.12)$$

Согласно (2.11) найдем:

$$\left. \begin{aligned} d &= (X_B - X_A) / \cos \alpha_{AB} = \Delta X / \cos \alpha_{AB}; \\ d &= (Y_B - Y_A) / \sin \alpha_{AB} = \Delta Y / \sin \alpha_{AB}. \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

Из треугольника ABD (см. рисунок 2.12) получим контрольную формулу для d :

$$d = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2} = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}. \quad (2.14)$$

При определении α по формуле (2.12) согласно таблице 2.4 по знакам ΔX и ΔY определяют четверть, в которой находится угол, затем – румб линии AB $r = \arctg \Delta Y / \Delta X$ и по номеру четверти, используя формулы таблицы 2.3, – дирекционный угол α_{AB} .

3 ТОПОГРАФИЧЕСКИЕ ПЛАНЫ И КАРТЫ

3.1 Изображение земной поверхности на плоскости.

Влияние кривизны Земли на горизонтальные и вертикальные расстояния

Для обработки результатов геодезических измерений и для получения топографических материалов точки земной поверхности проецируют отвесными линиями на поверхность более простую, чем земная. Такой поверхностью могут быть поверхности референц-эллипсоида, шара или плоскости. В геодезии используют проецирование точек линиями, перпендикулярными к поверхности относимости. Такое проектирование называют ортогональным. На рисунке 3.1 показано **ортогональное проектирование** контура $ABCDE$ земной поверхности на поверхность референц-эллипсоида (см. рисунок 3.1, а) и плоскость (см. рисунок 3.1, б).

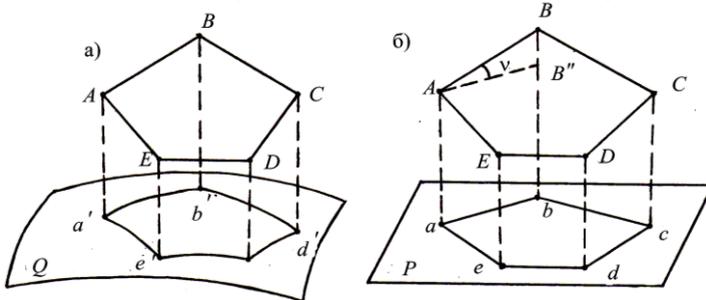


Рисунок 3.1 – Ортогональное проектирование

Как видно из рисунка 3.1, при ортогональном проектировании на референц-эллипсоид проекцией многоугольника $ABCDE$ будет сферический многоугольник $a'b'c'd'e'$, а при ортогональном проектировании многоугольника $ABCDE$ на плоскость его проекцией будет плоский

многоугольник $abcde$, который называют горизонтальной проекцией участка местности. Стороны плоского многоугольника ab , bc и т. д. являются горизонтальными проложениями соответствующих сторон пространственного многоугольника AB , BC и т. д. Как видно из рисунка 3.1, \bar{b} горизонтальное проложение линии всегда меньше наклонной длины линии на местности.

$$d = D \cos \nu,$$

где ν – угол наклона линии местности к плоскости P .

Углы abc , bcd и т. д. – являются горизонтальными проекциями соответствующих углов на местности и называются горизонтальными углами. Изучение формы и размеров сферической проекции фигуры местности является более сложным, чем изучение плоской проекции, кроме этого сферическую проекцию нельзя изобразить в подобном виде на плоскости из-за влияния кривизны Земли. Поэтому возникает вопрос, при каких расстояниях на земной поверхности кривизну уровенной поверхности Земли можно не учитывать или при каких расстояниях можно сферическую фигуру местности принимать за плоскую. Рассмотрим этот вопрос более подробно. Примем

фигуру Земли за шар радиусом R (рисунок 3.2). O – центр земного шара. Через точку A проведена горизонтальная плоскость, перпендикулярная к радиусу OA . Разность между длиной касательной $AC = d$ и длиной дуги $AB = D$ будет составлять погрешность в горизонтальном расстоянии при замене сферической поверхности плоскостью. Величина этой погрешности будет $\Delta d = d - D$.

Из треугольника OAC находим $d = R \operatorname{tge}$. Длина дуги окружности $D = R\varepsilon$, где ε – центральный угол, выраженный в радианной мере. Тогда

$$\Delta d = d - D = R (\operatorname{tge} - \varepsilon). \quad (3.1)$$

Из математики известно, что tge можно разложить в ряд, ограничившись первыми двумя слагаемыми ряда:

$$\operatorname{tge} = \varepsilon + \varepsilon^3/3 + \dots,$$

откуда, учитывая (3.1), получим

$$\Delta d = R(\varepsilon + \varepsilon^3/3) - \varepsilon = R\varepsilon^3/3.$$

Поскольку из выражения $D = R\varepsilon$; $\varepsilon = D/R$, то

$$\Delta d = RD^3/3R^3 = D^3/3R^2. \quad (3.2)$$

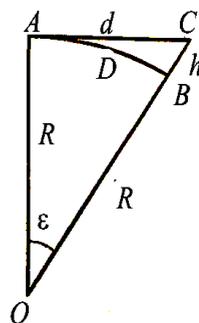


Рисунок 3.2 – Поправки за кривизну земной поверхности

При $R \approx 6000$ км и $D = 10$ км получим

$$\Delta d/D = D^2/(3R^2) = 10^2/(3 \cdot 36 \cdot 10^4) \approx 1/10^6 = 1/1000000.$$

Такой погрешностью характеризуются наиболее точные измерения линий в геодезии. Следовательно, участки земной поверхности размером 20×20 км можно считать плоскими, и в отношении расстояний, меньших 20 км, сферическую проекцию участков местности можно принимать за плоскую.

В отношении углов сферической проекции многоугольника имеется формула сферического избытка (q), который показывает, насколько сумма углов в сферическом многоугольнике больше чем в плоском:

$$q = \rho P/R^2, \quad (3.3)$$

где ρ – величина радиана ($\rho = 57^\circ 17' 45'' = 3438' = 206265''$);

P – площадь фигуры;

R – радиус земного шара.

Для $P = 10 \times 10$ км = 100 км² $q = 0,51''$, для $P = 20 \times 20$ км = 400 км² $q = 2,03''$.

Таким образом, при угловых измерениях с погрешностями более 2'' для участков местности 20×20 км величина сферического избытка не превышает требуемой точности и влияние сферичности Земли можно не учитывать.

Из приведенных расчетов не следует делать вывод, что для линий, меньших 20 км можно не принимать во внимание влияние кривизны Земли при любых геодезических измерениях. Так, например, величина погрешности в вертикальном расстоянии, т. е. в высоте точки B , выразится отрезком $BC = h$ (см. рисунок 3.2):

$$h = OC - OB.$$

Из прямоугольного треугольника OAC определим

$$d^2 = (R + h)^2 - R^2 = R^2 + 2Rh + h^2 - R^2,$$

откуда

$$h = d^2/(2R + h). \quad (3.4)$$

Поскольку величина h мала по сравнению с радиусом Земли, то в знаменателе формулы (3.4) ею можно пренебречь, и тогда получим:

$$h = d^2/2R. \quad (3.5)$$

Придавая d в формуле (3.5) различные значения и приняв $R = 6000$ км, получим: для $d = 100$ м – $h = 1$ мм, для $d = 300$ м – $h = 8$ мм, для $d = 2000$ м – $h = 33,4$ мм.

При строительстве инженерных сооружений погрешности высотных измерений не должны превышать 1–2 мм, поэтому влияние кривизны Земли на определение высоты должно учитываться уже для расстояний более 100 м.

3.2 Топографические материалы: план, карта, профиль

К топографическим материалам относятся: план, карта и профиль. **Топографическим планом** называют уменьшенное и подобное изображение на бумаге горизонтальных проекций участков местности. Как было показано выше, подобное изображение получают при ортогональном проецировании участков земной поверхности, не превышающих 20×20 км на горизонтальную плоскость. В уменьшенном виде на бумаге такое изображение называют планом местности.

Изображение больших по размерам участков земной поверхности (более чем 20×20 км) на плоскость нельзя получить без искажений, т. е. с сохранением полного подобия. Такие участки ортогонально проецируют на поверхность референц-эллипсоида, а затем с поверхности эллипсоида по определенным математическим законам, называемым картографическими проекциями, переносят на плоскость. Полученное таким образом уменьшенное на бумаге изображение значительных участков земной поверхности (более 20 км) с учетом кривизны Земли называют картой. Карта, составленная в проекции Гаусса-Крюгера, называется **топографической картой**.

На топографических планах и картах показывают ситуацию и рельеф местности. **С и т у а ц и е й** называют совокупность контуров и предметов местности. Ситуация является плановой частью местности (лес, луг, пашня, гидрография, здания, дороги, линии водопровода, гидротехнические объекты и т. д.). Ее изображают на планах и картах условными топографическими знаками.

Р е л ь е ф о м называется совокупность неровностей земной поверхности. Рельеф – высотная часть местности. Она изображается на картах и планах в виде горизонталей – плавных кривых линий, проходящих через точки с равными высотами (отметками).

Основные требования, предъявляемые к топографическим картам и планам, являются точность и наглядность.

Под **т о ч н о с т ь ю** понимают соответствие местоположения, очертаний и размеров объектов на планах и картах действительности. **Н а г л я д - н о с т ь** планов характеризуется зрительным восприятием образа земной поверхности, ее характерных черт и особенностей.

Основными характеристиками точности планов и карт является *масштаб*, а наглядности – *условные топографические знаки и цветное оформление*. Кроме планов и карт к топографическим материалам относятся *профили местности*, представляющие собой уменьшенное на бумаге изображение вертикального разреза поверхности Земли по заданному направлению. Профили местности являются топографической основой при

составлении проектной документации, необходимой при строительстве железных и автомобильных дорог, линий водоснабжения и канализации и других коммуникаций.

3.3 Масштабы планов и карт. Точность масштаба

При изображении участков земной поверхности на плане или карте размеры этих участков уменьшают в известное число раз. Степень уменьшения линий на плане по отношению к их горизонтальным проложениям (проекциям) на местности называется **масштабом**.

Масштабы могут быть численные, линейные и поперечные. Ч и с л е н н ы м масштабом называется выражение в виде дроби числителем, которой является единица, а знаменателем – число, показывающее, во сколько раз линии на плане уменьшены по отношению к их горизонтальным проекциям на местности. Например, выражение 1: 2000 показывает, что в 1 см на плане содержится 2000 см (20 метров) местности. Зная численный масштаб плана, можно определить по длине линии местности соответствующую длину линии на плане и наоборот. Например, если длина линии на плане равна 3,23 см, а масштаб плана – 1:2000 то соответствующая линия на местности будет

$$d = 3,23 \text{ см} \times 2000 = 6460 \text{ см} = 64,60 \text{ м.}$$

Или, если длина линии на местности равна 200 м, то на плане масштаба 1:5000 длина соответствующего отрезка будет

$$l = 200 \text{ м} : 5000 = 0,04 \text{ м} = 4 \text{ см.}$$

Для того чтобы не производить таких вычислений, обычно пользуются специальными графическими масштабами: линейным и поперечным. Для построения л и н е й н о г о масштаба берут прямую линию и на ней откладывают равные отрезки, называемые *основанием* масштаба (рисунок 3.3).

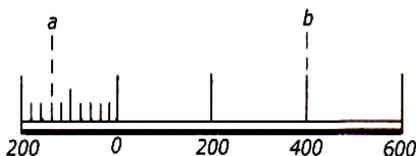


Рисунок 3.3 – Линейный масштаб

Левый крайний отрезок делят на 10 равных частей. Рассчитав по численному масштабу длину линии местности, соответствующую основанию масштаба, подписывают деления линейного масштаба. На рисунке 3.3 основание масштаба взято 2 см. При численном масштабе 1:10000 2 см на плане соответствует 200 м на местности. Следовательно, на линейном масштабе отрезки справа от нуля будут соответствовать 200 м на местности, а влево по 20 м. Для того чтобы отложить на плане линию, равную 540 м на местности нужно с помощью циркуля-измерителя отложить отрезок *ab* (см. рисунок 3.3). Как

видно, отрезки меньше 2 мм в данном масштабе оцениваются на глаз. Для того чтобы расстояние по масштабу можно было откладывать более точно, строят поперечный масштаб. На прямой AF (рисунок 3.4) несколько раз откладывают основание масштаба (обычно 2 см) и из полученных точек восстанавливают к ней перпендикуляры. Один из перпендикуляров делят на 10 частей и через точки деления проводят линии, параллельные AF . Левый отрезок AO делят на 10 частей. Верхнее левое основание делят также на 10 равных частей. Точки верхнего и нижнего левых оснований соединяют наклонными линиями так, как показано на рисунке 3.4. Из рисунка 3.4 видно, что наименьшее деление поперечного масштаба

$$t = AO / 100 = 2 \text{ см} / 100 = 0,2 \text{ мм.}$$

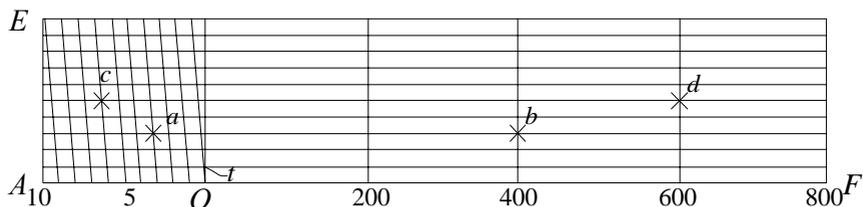


Рисунок 3.4 – Поперечный масштаб

На рисунке 3.4 роспись поперечного масштаба сделана для численного масштаба 1:10000 при основании масштаба 2 см. Расстояния 466 и 730 м на поперечном масштабе отмечены точками ab и cd , в которые нужно установить ножки циркуля-измерителя. Невооруженным глазом отрезки на плане, меньше 0,1 мм становятся неразличимыми и практически являются точкой. Поэтому расстояние на местности, которое соответствует 0,1 мм на плане, принято называть точностью масштаба плана. В соответствии с этим точность стандартных численных масштабов топографических планов и карт приведена в таблице 3.1. Расчет выполнялся по формуле

$$t = 0,1 \text{ мм} \cdot M,$$

где M – знаменатель масштаба.

Таблица 3.1 – Точность масштабов топографических планов и карт

Характеристика планов и карт		Численный масштаб	Точность масштаба в метрах	Расстояние на местности в метрах, соответствующее 1 см плана (карты)
Планы	крупномасштабные	1:200	0,02	2
		1:500	0,05	5
	среднемасштабные	1:1000	0,1	10
		1:2000	0,2	20
	мелкомасштабные	1:5000	0,5	50

Карты	крупномасштабные	1:10000	1,0	100
		1:25000	2,5	250
		1:50000	5,0	500
	среднемасштабные	1:100000	10,0	1000
		1:200000	20,0	2000
	мелкомасштабные	1:500000	50,0	5000
1:1000000		100,0	10000	

Из приведенных данных видно, что чем меньше величина знаменателя численного масштаба, тем крупнее масштаб плана или карты и тем выше его точность. Точность масштаба позволяет определить, какие предметы местности могут быть изображены на плане или карте в виде подобной фигуры, а какие за малостью своих размеров обратятся на плане в точку. Например, здание длиной и шириной 5 м в масштабе 1:50000 изобразится на плане в виде одной точки.

Важное практическое значение имеет и обратный вопрос: в каком масштабе нужно составлять план, чтобы определенные предметы местности были изображены на этом плане с сохранением подобия? На этот вопрос можно ответить, если проанализировать точность масштаба согласно таблице 3.1. При этом нужно иметь в виду, что наименьший отрезок на плане, который мы различаем как отрезок, а не как точку, равен 0,2 мм. Поэтому, например, для масштаба 1:2000 мы можем различить предметы местности, которые не менее 0,2 мм на плане, что соответствует 0,4 м на местности.

3.4 Понятие о разграфке и номенклатуре топографических планов и карт

Границами листов топографических карт с востока и запада служат меридианы, а с севера и юга – параллели. Они образуют рамки листов карт, имеющих форму равнобедренных трапеций. Деление листа карты одного масштаба на листы карты более крупного масштаба называют **разграфкой**. Для удобства пользования многолистными картами введена система обозначения (нумерация) отдельных листов, называемая **номенклатурой карт и планов**.

В основу номенклатуры карт положена международная разграфка листов карты масштаба 1:1000000, которые ограничены меридианами и параллелями и имеют размеры по широте 4° (ряды), а по долготе – 6° (колонны). Ряды обозначаются заглавными буквами латинского алфавита от А до V к северу и югу от экватора, а колонны нумеруются арабскими цифрами от 1 до 60. Номера колонн считаются от меридиана с долготой 180° с запада на восток. Номера колонн и шестиградусных зон координат

Гаусса-Крюгера отличаются на 30. Например, лист карты масштаба 1:1000000, на котором находится г. Москва, расположенный в 7-й зоне, имеет номенклатуру *N-37*.

Разграфка более крупных масштабов топографических карт и планов, указанных в таблице 3.1, установлена с соблюдением следующих условий:

- границами карт служат меридианы и параллели;
- размеры листов карты должны быть удобными для издания и практического пользования;
- лист карты масштаба 1:1000000 должен делиться на целое число карт более крупного масштаба;
- номенклатура листов карт включает номенклатуру карты масштаба 1:1000000, а для карт масштаба 1:50000 и крупнее – номенклатуру листа карты 1:100000.

Таким образом, одному листу карты масштаба 1:1000000 соответствуют:

- 4 листа карты масштаба 1:500000, обозначаемые буквами А, Б, В, Г, и номенклатура этих листов имеет вид, например, *N-37-Б*;
- 36 листов карты масштаба 1:200000, обозначаемые римскими цифрами I, II, III, ..., XXXVI; номенклатура листов этой карты пишется в виде *N-37-XXXVI*;
- 144 листа карты масштаба 1:100000, обозначаемые арабскими цифрами от 1 до 144. Например: *N-37-144*.

Одному листу карты 1:100000 соответствует 4 листа карты масштаба 1:50000, обозначаемых буквами А, Б, В, Г, и номенклатура их имеет вид *N-37-144-Б*.

Одному листу карты 1:50000 соответствуют 4 листа карты масштаба 1:25000, обозначаемые буквами а, б, в, г. Например: *N-37-144-Б-г*.

Одному листу карты масштаба 1:25000 соответствует 4 листа карты масштаба 1:10000, обозначаемые арабскими цифрами 1, 2, 3, 4. Например: *N-37-144-Б-г-4*.

Одному листу карты 1:100000 соответствует 256 листов плана масштаба 1:5000, листы которого обозначаются порядковыми номерами от 1 до 256, заключенными в скобки. Например: *N-37-144-(256)*.

Одному листу плана 1:5000 соответствует 9 листов плана масштаба 1:2000, которые обозначаются строчными буквами а, б, в, г, д, е, з, и, заключенными в скобки. Например: *N-37-144-(256-и)*.

Сводные данные о номенклатуре карт и планов, размеры их рамок и километровой сетки приведены в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Сводные данные о номенклатуре карт и планов

Масштабы	Количество листов	Размеры рамок	Размеры строк километровой	Номенклатура листов
----------	-------------------	---------------	----------------------------	---------------------

	в 1 плане	по широте	по долготе	сетки	
1 листу карты масштаба 1:1000000 соответствует					
1:1000000	1	4°	6°	-	N-37
1:500000	4	2°	3°	-	N-37-Б
1:200000	36	40'	1°	5 см	N-37-XXXVI
1:100000	144	20'	30'	2 см	N-37-144
1 листу карты масштаба 1:100000 соответствует					
1:50000	4	10'	15'	2 см	N-37-144-Б
1:25000	16	5'	7'30"	4 см	N-37-144-Б-Г
1:10000	64	2'30"	3'45"	10 см	N-37-144-Б-Г-4
1:5000	256	1,5"	1'52,5"	10 см	N-37-144-(256)
1:2000	2304	25"	37,5"	-	N-37-144-(256-и)

3.5 Условные знаки топографических планов и карт

Для обеспечения требования наглядности топографических материалов и понимания содержания планов и карт разработана специальная система графического обозначения предметов местности, которая называется условными знаками. **Условные знаки** подразделяют на площадные, линейные, внемасштабные, пояснительные и специальные.

П л о щ а д н ы е (контурные или масштабные) знаки применяют для заполнения контуров природных и сельскохозяйственных угодий, длина и ширина которых выражается в масштабе карты. Границы контуров показывают точечным пунктиром, внутри которых изображается условный знак, напоминающий предмет на данной площади. Например, лес изображается кружками, пески – точками и т. д.

Л и н е й н ы м и условными знаками показывают объекты линейного характера (дороги, реки, ЛЭП и др.), длина которых выражается, а ширина не выражается в масштабе карты. У линейных знаков приводятся различные числительные характеристики, дополняющие сведения о предмете. Например, на шоссе показаны ширина проезжей части и общая ширина дороги.

В н е м а с ш т а б н ы е условные знаки служат для изображения объектов, размеры которых не выражаются в масштабе карты (мосты, колодцы, километровые столбы и т. д.).

П о я с н и т е л ь н ы е условные знаки представляют собой подписи, дающие характеристики и названия объектов, например длину и ширину мостов, породу лесных насаждений и др. Эти знаки проставляют на основных площадных, линейных и внемасштабных условных знаках.

Специальные условные знаки применяют соответствующие ведомства при составлении специальных карт и планов этой отрасли, например трубопроводы коммуникаций (теплотрасса, водопровод и т. д.).

Кроме условных знаков для большей наглядности изображения различных элементов топографических карт используют **цвет**:

- для рек, озер, каналов, заболоченных участков – синий;
- для лесов и садов – зеленый;
- шоссейных дорог – красный;
- железные дороги и остальная ситуация – черный;
- коричневым цветом показываются горизонтали, характеризующие рельеф местности.

Помимо цветов используются также тип шрифта, толщина букв, их высота и наклон при обозначении. Условные знаки для разных масштабов сведены в специальные сборники, издаваемые службами геодезии и картографии. Они обязательны для всех ведомств и организаций, занимающихся составлением планов, карт, топографической съемкой местности.

Знание условных знаков необходимо для того, чтобы понимать содержание топографических материалов, уметь их “читать” и для получения нужных сведений. Для лучшего ознакомления с условными знаками на учебных топографических картах приведены основные их образцы.

3.6 Рельеф местности и его изображение на планах и картах.

Горизонтали и их свойства. Способы построения горизонталей по отметкам точек

Рельефом называют совокупность неровностей земной поверхности. Знание рельефа местности необходимо при проектировании и строительстве железных и автомобильных дорог, осушительных и оросительных систем, промышленных предприятий и т. д. Существует несколько способов изображения рельефа на топографических картах и планах. Наиболее старый способ – это изображение рельефа **ш т р и х а м и**, наносимым на карту по особой шкале. Рельеф местности может быть также изображен **п о д п и - с я м и** отметок ряда точек или **о т м ы в к о й к р а с к а м и** различного тона. Однако наилучшим способом оказалось изображать рельеф **г о р и з о н т а - л я м и** в сочетании с некоторыми условными знаками и подписями отметок характерных точек. Горизонталь – это линия, соединяющая точки земной поверхности с одинаковыми высотами.

Чтобы правильно изобразить рельеф, необходимо знать его основные формы. Существует **п я т ь о с н о в н ы х ф о р м** рельефа (рисунок 3.5):

- возвышенность (рисунок 3.5, а);

- котловина (рисунок 3.5, б);
- хребет (рисунок 3.5, в);
- лощина (рисунок 3.5, з);
- седловина (рисунок 3.5, д).

На рисунке 3.5 эти формы рельефа показаны в разрезе. Рассмотрим сущность изображения рельефа горизонталями. На рисунке 3.5, а показана *возвышенность* (холм, гора), наивысшую точку которой называют вершиной, низ – подошвой, а боковые поверхности – скатами. Для изображения возвышенности горизонталями представим себе, что эту возвышенность пересекают ряд равноотстоящих друг от друга плоскостей, параллельных основной уровенной поверхности. Линии пересечения этими плоскостями земной поверхности и будут являться горизонталями. Спроектировав их отвесными линиями на плоскость, получим на ней изображение возвышенности.

Для наглядности некоторые горизонтали подписывают, кроме того у них ставят черточки-бергштрихи, показывающие направление ската местности.

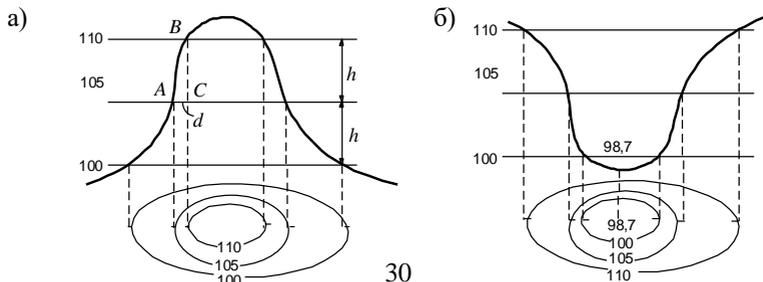
Расстояние между двумя соседними секущими плоскостями называют высотой сечения рельефа h . На картах и планах высота сечения рельефа характеризуется разностью высот двух смежных горизонталей. Например, на рисунке 3.5, а высота сечения рельефа $h = 5$ м.

Расстояние между горизонталями на плане или карте называется заложением. На рисунке 3.5, а заложение $d = AC$. Зависимость между высотой сечения рельефа h , заложением d , углом наклона ν , уклоном i и линией местности AB можно получить из треугольника ABC (рисунок 3.5, а):

$$i = h / d = \text{tg } \nu. \quad (3.6)$$

Уклон и угол наклона линии местности являются основными характеристиками крутизны скатов. Чем больше угол наклона, тем круче скат местности. Из формулы (3.6) следует, что чем меньше заложение d или чем чаще горизонтали на плане, тем скат местности круче.

Изображение горизонталями котловины, лощины, хребта и седловины показано на рисунке 3.5. *Котловина (впадина)* – замкнутое углубление поверхности (см. рисунок 3.5, б). Самую низкую часть впадины называют дном, боковые поверхности – скатами, а линию слияния с окружающей местностью – бровкой.



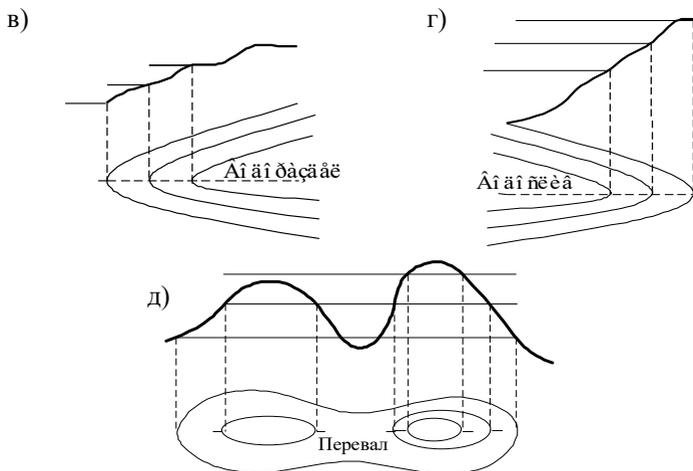


Рисунок 3.5 – Основные формы рельефа

Хребет – вытянутая в одном направлении возвышенность с двумя скатами (см. рисунок 3.5, а). Линию встречи скатов в верхней части называют водоразделом (водораздельной линией).

Лощина – вытянутое в одном направлении понижение с двумя скатами (рисунок 3.5 б). Линию встречи скатов в нижней их части называют водосливом или тальвегом (водосливной линией).

Седловина – понижение между двумя возвышенностями (см. рисунок 3.5 в). Наиболее низкую точку между возвышенностями называют перевалом.

Бергштрихи на картах и планах обычно показывают по водораздельным и водосливным линиям. Подписи на горизонталях делают так, чтобы основание числа показывало направление ската. Горизонтали вычерчивают коричневым цветом. Каждую десятую или пятую из них вычерчивают углощенной линией.

Из сущности горизонталей вытекают их *свойства*:

- горизонталь – это замкнутая кривая линия, все точки на которой имеют одинаковую высоту, кратную высоте сечения рельефа;

- горизонтали на плане не могут раздваиваться и обрываться; если горизонталь не замыкается в пределах плана, она замыкается за его пределом;

- горизонтали не должны пересекаться между собой, так как они получаются пересечением земной поверхности плоскостями, лежащими на разных высотах;

- чем чаще горизонтали на плане, тем уклон местности больше, или чем меньше заложение, тем скат круче;

- водораздельные и водосливные линии и направления максимального уклона горизонтали пересекают под прямым углом.

Высота сечения рельефа устанавливается в зависимости от масштаба плана и характера рельефа местности так, чтобы горизонтали не сливались между собой. В Республике Беларусь приняты следующие высоты сечения рельефа при масштабах съемки:

1:500 – $h = 0,25; 0,5$ м;	1:5000 – $h = 0,5; 1; 2; 5$ м;
1:1000 – $h = 0,25; 0,5; 1$ м;	1:10000 – $h = 1; 2,5; 5$ м.
1:2000 – $h = 0,5; 1; 2$ м;	

Для более полного изображения и удобства чтения рельефа на картах и планах подписывают отметки характерных точек рельефа (вершин холмов, дна котловин, перевалов и т. д.). Например, на рисунке 3.5, б подписана отметка дна котловины 98,7 м.

Способы построения горизонталей по отметкам точек. Для проведения горизонталей на плане нужно нанести характерные точки, снятые на местности, и выписать их высоты. Те точки, между которыми земная поверхность не имеет переломов, т. е. имеет постоянный уклон, соединить линиями. Далее на каждой линии интерполированием находят точки пересечения ее горизонталями и отмечают высоты этих горизонталей. Соединив затем плавными кривыми линиями точки с одинаковыми высотами, получают изображение рельефа местности на плане. Таким образом, задача построения горизонталей на плане в основном сводится к умению находить проекции точек пересечения горизонталей линий, отметки концов которых известны, при этом высота сечения рельефа должна быть уже установлена. Эта задача называется *интерполированием горизонталей*, т. е. нахождением промежуточных значений высот горизонталей по отметкам точек. Интерполирование можно производить аналитическим или графическим способом.

Аналитический способ. По известным высотам точек A и B и расстоянию d между ними (рисунок 3.6, а) необходимо найти величины расстояний d_1 и d_2 от точки A до точек M_0 и N_0 с отметками H_M и H_N , равными отметкам горизонталей.

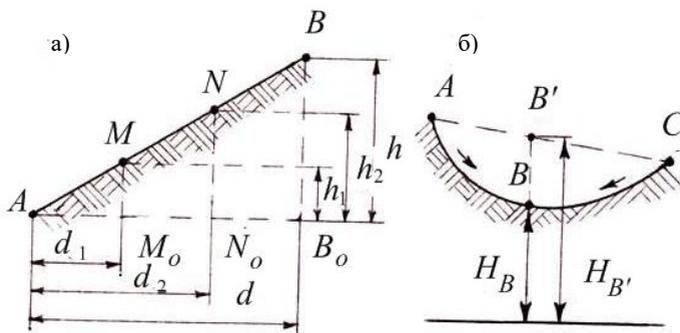


Рисунок 3.6 – Аналитический способ интерполирования

Из подобия треугольников ABB_o , AMM_o и ANN_o находим:

$$d_1 = dh_1 / h; \quad d_2 = dh_2 / h,$$

где $h = H_B - H_A$; $h_1 = H_M - H_A$; $h_2 = H_N - H_A$.

На плане откладывают отрезки d_1 и d_2 и получают точки M_o и N_o , у которых подписывают их отметки. Следует отметить, что интерполирование горизонталей проводят только по линиям с равномерным скатом. На рисунке 3.6, б показан случай неправильной интерполяции между точками A и C с неравномерным скатом местности. Как видно из рисунка, вместо действительного положения точки B будет получена точка B' и соответственно вместо H_B будет получена неверная высота $H_{B'}$.

Графический способ. Интерполирование этим способом выполняют с помощью миллиметровой или прозрачной бумаги. При наличии миллиметровой бумаги ее прикладывают к линии плана AB . По отметкам концов AB строят профиль этой линии. Проектируя затем на линию плана точки пересечения линии профиля с линиями миллиметровой бумаги, принятыми за секущие плоскости, получают искомые точки M и N . При наличии прозрачной бумаги (восковки, кальки), на ней предварительно наносят ряд равноотстоящих друг от друга параллельных линий, которым придают отметки секущих плоскостей. Восковку накладывают на план так,

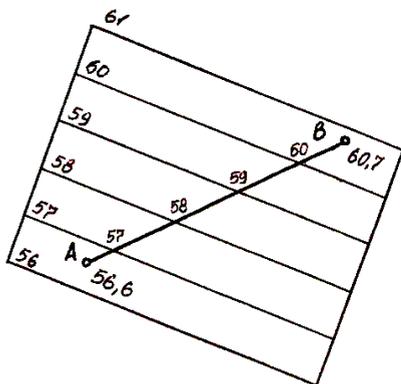


Рисунок 3.7 – Графический способ интерполяции

чтобы конечные точки линии плана заняли положение, соответствующее их отметкам между линиями восковки (рисунок 3.7). Далее точки пересечения линии плана с линиями восковки перекальвают на план. Это и будут искомые точки на плане.

3.7 Решение инженерных задач по планам и картам

Современные топографические карты и планы дают богатый и разносторонний материал о той местности, которая на них изображена условными знаками. Зная условные знаки, при изучении карты можно получить необходимые данные о населенных пунктах, гидрографии, растительности, дорожной сети, рельефе и других объектах. Кроме того, при помощи карты можно решать ряд инженерных задач: определять географические и прямоугольные координаты точек, измерять дирекционные углы и азимуты направлений, определять высоты точек, уклоны заданных линий, водосборные площади бассейнов, строить профили земной поверхности, производить трассирование и т. д.

Рассмотрим решение этих задач более подробно.

1 Прямоугольные координаты точек на карте определяют от линии координатной (километровой) сетки, абсциссы и ординаты которых подписываются в общегосударственной системе координат.

2 На картах подписываются также широты и долготы точек пересечения параллелей и меридианов, ограничивающих данный лист. Кроме того, на обрамляющих карту рамках вычерчиваются одноминутные деления широты и долготы. Соединяя точки одноименных делений северной и южной сторон рамок, а также западной и восточной, получим на карте сетку меридианов и параллелей, пользуясь которой, можно определить широту и долготу любой точки карты.

3 Дирекционный угол или азимут линии можно измерить транспортиром непосредственно на карте, как угол между направлением линии километровой сетки или истинного меридиана и направлением заданной линии. Обычно на полях карты всегда дается для данного листа сближение меридианов и склонение магнитной стрелки, используя которые, по формулам (2.3) – (2.4) можно вычислить все углы ориентирования.

4 Высоту (отметку) любой точки, например C (рисунок 3.8, a), можно определить, если через нее провести линию ab по кратчайшему расстоянию между горизонталями.

Из подобия треугольников abb_1 и acc_1 , учитывая, что h – высота сечения рельефа, d – заложение (рисунок 3.8, b), получим

$$cc_1 = ac \cdot bb_1 / ab \text{ или } \Delta h = \Delta d \cdot h / d. \quad (3.7)$$

Отметка точки H_C будет равна отметки точки a плюс величина Δh :

$$H_c = H_a + \Delta h.$$

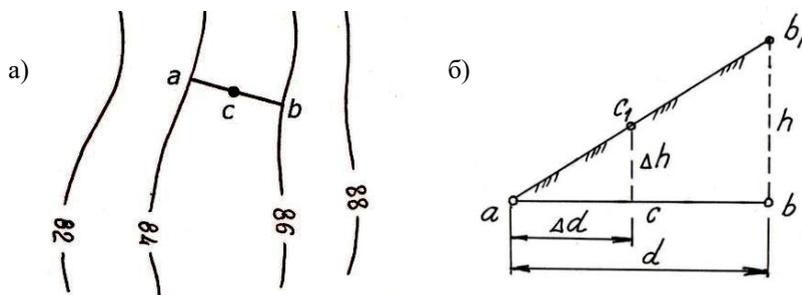


Рисунок 3.8 – Определение отметки точки

В формуле (3.7) величины d и Δd измеряют на плане, а высота сечения рельефа известна на плане или карте.

5 Определяют уклон линии. Уклоном линии называется тангенс угла наклона этой линии или отношение высоты сечения рельефа к заложению (рисунок 3.8, б):

$$i = \operatorname{tg} v = h / d. \quad (3.8)$$

Для определения уклона можно воспользоваться формулой (3.6) или (3.8). Из формул следует, что уклон – безразмерная величина. Его выражают в процентах (% – сотых долях) или в промилях (‰ – тысячных долях). Для определения угла наклона линии (крутизны ската) v из формулы (3.8) можно получить:

$$v = \operatorname{arctg} i = \operatorname{arctg} (h / d). \quad (3.9)$$

Угол наклона можно также определить графически с помощью графика заложений, который обычно приведен под южной рамкой карты. При отсутствии графика заложений его можно построить. Для этого на горизонтальной прямой AB от точки A откладывают равные отрезки произвольной величины (рисунок 3.9). Из точек отложения к прямой AB восстанавливают перпендикуляры. Используя формулу (3.8), определяют заложение:

$$d = h / \operatorname{tg} v = h / i, \quad (3.10)$$

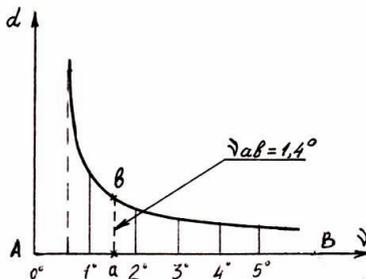


Рисунок 3.9 – График заложений

где h – высота сечения рельефа

Подставляя в формулу (3.10) величины v , равные 1, 2, 3° и т. д., последовательно получают заложение для каждого из углов наклона v и

откладывают их на перпендикулярах в масштабе плана или карты. Полученные на перпендикулярах точки соединяют плавной кривой линией, а внизу подписывают углы наклона.

Для определения угла наклона по графику заложений с помощью циркуля-измерителя измеряют величину заложения на плане (ab) и прикладывают раствор измерителя к графику заложений так, чтобы одна игла измерителя находилась на основании графика, а вторая располагалась параллельно вертикальным линиям графика, и перемещают измеритель по горизонтальной линии основания вправо или влево до совпадения верхней иглы с кривой графика. По росписи графика заложений отсчитывают крутизну ската. Например, на рисунке 3.9 при заложении ab крутизна ската $v = 1,4^\circ$. По графику заложений можно решать и обратную задачу, т. е. по заданной крутизне ската определять величину заложения на плане.

6 Для построения по заданному направлению AB на плане профиля линии местности при помощи полоски бумаги линия с плана переносится на миллиметровую бумагу с отметками всех точек пересечения линии с горизонталями. Далее в заданном вертикальном масштабе по вертикальным линиям откладывают отметки точек, и все вершины перпендикуляров соединяют прямыми линиями. Получают профиль местности по заданному направлению (рисунок 3.10).

7 Для проведения на карте или плане линии заданного уклона по графику заложений или, исходя из формулы (3.10), определяют величину заложения соответствующего уклона. Затем циркулем-измерителем откладывают это заложение в масштабе плана и, начиная от первой горизонтали, пересекающей линию, последовательно засекают смежные горизонтали. Полученная ломаная линия будет иметь заданный уклон (рисунок 3.11).

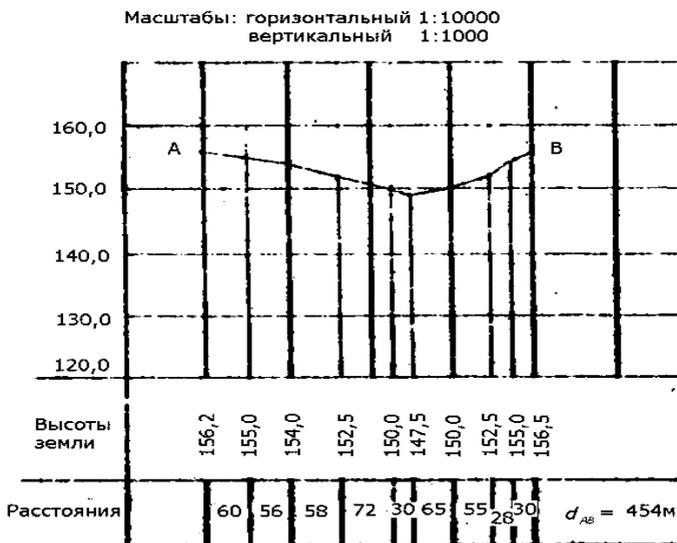


Рисунок 3.10 – Продольный профиль

8 Водосборные площади по картам и планам определяют для вычисления расхода воды с бассейнов при строительстве плотин, мостов, труб и т. п. Водосборной площадью или бассейном водотока называют ту площадь, с которой поверхностные воды после дождя или таяния снега по условиям рельефа местности и его геологического строения стекают в данный водоток. Границами водосборной площади служат водораздельные линии и линии наибольшего ската. На карте или плане сначала намечают границы водосборной площади до створа строящегося сооружения, а затем при помощи планиметра или палетки определяют площадь в пределах установленной границы (рисунок 3.12).

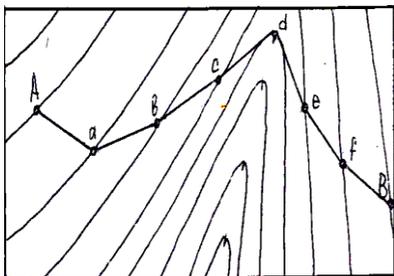


Рисунок 3.11 – Линия заданного склона

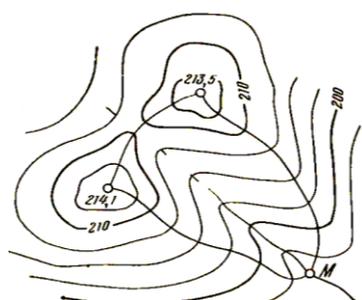


Рисунок 3.12 – Определение границы водосборной площади

Решение практических задач на планах и картах подробно изложено в учебно-методических пособиях по выполнению расчетно-графических и лабораторных работ по геодезии.

3.8 Определение площадей по картам и планам

При решении многих вопросов, связанных с использованием земельной территории, необходимо знать площади тех или иных участков. Площади участков могут быть определены или по результатам обмера участка в натуре или по планам и картам. Существует **три основных способа определения площадей**: **г р а ф и ч е с к и й**, когда площадь вычисляется по данным, взятым графически с плана или карты; **а н а л и т и ч е с к и й**, когда площадь вычисляют непосредственно по результатам полевых измерений или по их функциям – координатам вершин участка; **м е х а н и ч е с к и й**,

когда площадь определяется по плану при помощи специальных приборов, называемых *планиметрами*.

Часто эти способы применяются комбинированно. Например, общая площадь участка определяется аналитическим способом, а площадь внутренних контуров – графическим или механическим. Рассмотрим каждый из вышеуказанных способов более подробно.

Графический способ определения площадей. Сущность этого способа состоит в том, что данный участок на плане разбивают прямыми линиями на ряд простейших геометрических фигур (обычно треугольники, реже – прямоугольники, квадраты или трапеции) и с помощью циркуля-измерителя и масштабной линейки определяют в каждой фигуре размеры тех элементов, которые необходимы для вычисления площади фигуры. Вычислив по известным формулам геометрии площади фигур и взяв их сумму, находят общую площадь участка. Ошибка определения площади графическим способом равна примерно 1:100 – 1:200 от величины вычисляемой площади. Для повышения точности определения площадей этим способом следует пользоваться планами наиболее крупного масштаба, а также использовать, где это возможно, данные измерений в натуре.

Площади криволинейных контуров удобно определять при помощи палеток. Палетка (рисунок 3.13) представляет собой сетку квадратов, нанесенную на восковке или прозрачной целлулоидной пластинке. Стороны квадратов могут быть от 2 до 10 мм. Пользование палеткой видно из рисунка 3.13. Для определения площади палетку накладывают на контур и считают число квадратов, помещившихся внутри контура. Доли неполных квадратов при этом оценивают на глаз. Зная в масштабе плана площадь одного квадрата, умножением на число квадратов находят общую площадь контура. Точность определения площадей палеткой несколько ниже, описанного выше графического способа. Главная ошибка при этом происходит от оценки частей неполных квадратов на глаз. Более высокую точность дают палетки с меньшей стороной квадрата.

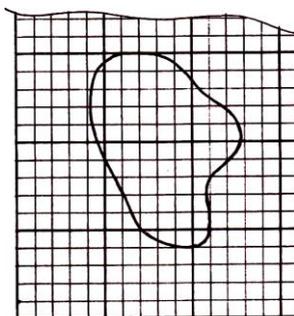


Рисунок 3.13 – Определение площади с помощью палетки

Аналитический способ определения площадей. Исходными данными для вычисления площадей данным способом служат координаты вершин многоугольника.

Пусть требуется вычислить площадь полигона 1-2-3-4 (рисунок 3.14), координаты вершин которого известны: 1 (X_1, Y_1); 2 (X_2, Y_2); 3 (X_3, Y_3); 4 ($X_4,$

Y_4). Из рисунка 3.14 видно, что площадь P данного четырехугольника представляет собой алгебраическую сумму и разность площадей трапеции:

$$P = 0,5 [(X_1 + X_2)(Y_2 - Y_1) + (X_2 + X_3)(Y_3 - Y_2) - (X_3 + X_4)(Y_3 - Y_4) - (X_4 + X_1)(Y_4 - Y_1)]. \quad (3.11)$$

Раскрыв скобки, выполнив сокращение и приведение подобных членов, получим:

$$2P = X_1(Y_2 - Y_4) + X_2(Y_3 - Y_1) + X_3(Y_4 - Y_2) + X_4(Y_1 - Y_3)$$

или в общем виде для n -угольника можно записать

$$2P = \sum_{i=1}^n X_i (Y_{i+1} - Y_{i-1}). \quad (3.12)$$

Подобным образом из уравнения (3.11) после преобразований можно получить:

$$2P = Y_1(X_4 - X_2) + Y_2(X_1 - X_3) + Y_3(X_2 - X_4) + Y_4(X_3 - X_1)$$

или

$$2P = \sum_{i=1}^n Y_i (X_{i-1} - X_{i+1}). \quad (3.13)$$

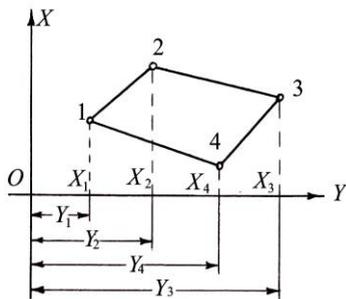


Рисунок 3.14 – Определение площади аналитическим способом

Согласно формулам (3.12) и (3.13) двойная площадь многоугольника равна сумме произведений всех абсцисс на разность ординат последующей и предыдущей вершин, или сумме произведений всех ординат на разность абсцисс предыдущей и последующих вершин.

Следует иметь в виду, что сумма всех разностей абсцисс (или ординат) от первой до последней точки должна равняться нулю. Это свойство используется для контроля вычисления разностей в формулах (3.12) и (3.13). Погрешность вычисления площадей аналитическим способом не превышает 1:1000 вычисляемой площади.

Механический способ определения площадей. Определение площадей механическим способом производится при помощи планиметров. Наибольшее распространение получил полярный планиметр (рисунок 3.15), состоящий из полюсного и обводного рычагов.

Полюсный рычаг на одном конце имеет груз с короткой иглой (полюсом), а на другом – штифт, который соединяется с обводным рычагом. На конце обводного рычага имеется обводной шпиль (или лупа), которым обводят измеряемую площадь. На обводном рычаге расположен счетный механизм (рисунок 3.15), состоящий из счетного колеса, разделенного на

100 частей. Ось вращения колеса сопряжена при помощи червячной передачи с циферблатом, разделенным по окружности на 10 частей и снабженным указателем для снятия отсчета.

Червячная передача устроена так, что одному обороту колеса соответствует поворот циферблата на одно деление. Рядом с колесом находится верньер, по которому отсчитывают десятые доли делений колеса или тысячные доли его оборота.

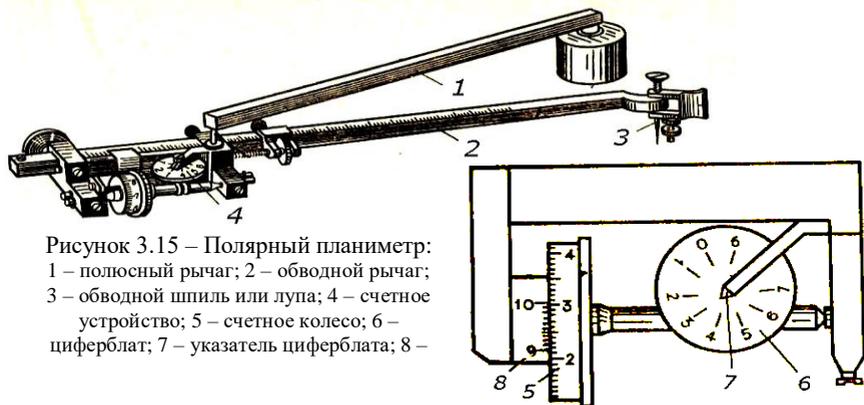


Рисунок 3.15 – Полярный планиметр:
1 – полюсный рычаг; 2 – обводной рычаг;
3 – обводной шпиль или лупа; 4 – счетное устройство; 5 – счетное колесо; 6 – циферблат; 7 – указатель циферблата; 8 –

Полный отсчет, выраженный в тысячных долях оборота колеса, состоит из четырех цифр, первая из которых берется по указателю циферблата, вторая и третья – по нулевому штриху верньера с ободка колесика. Четвертая отсчитывается по верньеру. Например, отсчет на рисунке 3.15 составит 3215.

При определении площади фигуры устанавливают планиметр полюсом внутри или вне контура фигуры, а обводной шпиль ставят над какой-либо точкой контура и делают отсчет по счетному механизму U_1 . После этого тщательно обводят шпилем по ходу часовой стрелки контур фигуры и делают второй отсчет U_2 . Площадь P при полюсе вне фигуры вычисляют по формуле

$$P = C(U_2 - U_1), \quad (3.14)$$

а при полюсе внутри фигуры –

$$P = C(U_2 - U_1 + g), \quad (3.15)$$

где C – цена деления планиметра;

g – постоянное число планиметра.

Перед работой планиметр необходимо поверить и определить его цену деления и постоянное число. При проверке планиметра должны быть проверено выполнение следующих условий:

- счетное колесо планиметра должно свободно вращаться на оси без трений и колебаний. Выполнение этого условия достигается регулировкой подшипников оси колеса при помощи исправительных винтов.

- плоскость ободка счетного колеса должна быть перпендикулярна к оси обводного рычага. Для проверки этого условия обводят одну и ту же фигуру при двух положениях планиметра, когда счетный механизм находится слева и справа от фигуры. Если расхождение между разностями отсчетов в обоих случаях не превышает 2-3 делений планиметра, то условие выполнено. В противном случае площадь следует определять при двух положениях планиметра и брать среднее из результатов.

Цену деления планиметра определяют многократными обводами двух-трех квадратов координатной сетки плана или карты при двух положениях планиметра, помещая полюс вне фигуры. Тогда цена деления будет равна известной площади обводимой фигуры P , деленной на среднюю разность отсчетов:

$$C = P / (U_2 - U_1)_{\text{ср.}} \quad (3.16)$$

После определения цены деления планиметра находят его постоянное число. Для этого обводят планиметром большой квадрат координатной сетки с известной площадью при полюсе внутри фигуры. Постоянное число планиметра

$$g = P/C - (U_2 - U_1). \quad (3.17)$$

При передвижении счетного механизма вдоль обводного рычага изменяется его длина и соответственно изменяется цена деления и постоянное число планиметра. Длина обводного рычага точно фиксируется по шкале с делениями, нанесенными на рычаге.

При определении площадей планиметром необходимо соблюдать следующие правила:

- план или карта, по которому определяют площади, должен быть хорошо разглажен и натянут на ровном гладком столе;

- положение полюса планиметра выбирают так, чтобы при обводе данной фигуры не образовывались весьма острые или тупые углы между рычагами планиметра и чтобы счетное колесо при этом не сходило с листа бумаги;

- обводной шпиль следует вести по контуру плавно, выбирая все изгибы контура. Начальную точку выбирают в таком месте, в котором при обводе счетное колесо почти не вращается;

- для контроля и уточнения результатов каждый контур обводят два раза в прямом и обратном направлениях и берут среднее из результатов.

Точность определения площадей планиметром зависит от формы и размера обводимой фигуры, состояния плана и других причин. Для фигур

средней величины (10–30 см²) ошибка определения площади планиметром не превышает 1:200 величины площади.

3.9 Понятие об электронных картах и цифровых моделях местности

В настоящее время все более широкое применение находят электронные карты и цифровые модели местности. Для составления планов местности выполняют топографическую съемку, т. е. производят измерения, определяющие координаты и высоты, расположенных на местности объектов. При использовании электронных геодезических приборов и компьютерной технологии проведения работ результаты измерений и сопутствующая информация регистрируется на магнитных носителях (дисках), а затем обрабатывается на ЭВМ по стандартным программам. В результате такой обработки получают цифровую модель местности (ЦММ). Основным содержанием цифровой модели местности является:

- метрическая информация, в которую входят координаты и высоты точек;
- синтаксическая информация, характеризующая связи между точками местности (границы земельных угодий, здания, дороги, водоразделы и водосливы, направления скатов и т. д.);
- семантическая информация, описывающая свойства объектов (материал и этажность зданий, высота и толщина деревьев в лесу и т. д.);
- структурная информация, характеризующая связи между объектами (название объектов, какие группы зданий относятся к одному или разным населенным пунктам, системы координат и высот, номенклатура).

Файлы с информацией о цифровой модели местности хранятся на магнитных дисках. С применением соответствующих пакетов программ возможно следующее использование ЦММ:

- вывод плана местности на экран дисплея;
- вычерчивание плана на графопостроителе (плоттере);
- непосредственное использование цифровой информации для автоматизированного проектирования сооружений.

Для значительных участков земной поверхности с учетом кривизны Земли и генерализации изображаемых объектов создается цифровая карта. При выводе на экран дисплея цифровой карты с помощью соответствующих программных средств полученное изображение местности называется электронной картой. Достоинством цифровых и электронных карт является возможность их пополнения новой информацией по мере ее поступления, автоматический поиск и выдача нужных сведений, компактное хранение на магнитном носителе, оперативность в изменении изображения.

На основе цифровых карт создается банк данных для цифрового земельного кадастра, содержащего основные сведения о границах, размерах, хозяйственном состоянии и стоимости соответствующих участков местности.

Цифровые и электронные карты открыли возможность для накопления и наглядного отображения самой разнообразной информации о состоянии природной среды, землеустройстве, застройке и экологической обстановке на данном объекте местности.

4 ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

4.1 Классификация погрешностей геодезических измерений. Свойства случайных погрешностей

Любые измерения сопровождаются неизбежными погрешностями. Результаты геодезических измерений могут иметь погрешности трех видов: грубые, систематические и случайные.

Грубые погрешности получаются в результате просчетов и промахов при измерениях. Например, вместо правильного результата по мерной ленте 11 м при измерении остатка ошибочно можно отсчитать расстояние 9 м, если лента уложена в обратном направлении. Грубые погрешности обнаруживаются повторными измерениями. Поэтому контрольные измерения являются необходимыми для исключения грубых погрешностей.

Систематические погрешности имеют объективный характер и при измерениях их можно учесть путем введения поправок в результаты измерений. Источником систематических погрешностей являются неисправности в применяемых геодезических приборах и инструментах, их неточная установка при измерениях, влияние внешних факторов и т. д. Например, если при номинальной длине ленты в 20 м из результатов компарирования оказалось, что ее длина равна 20,03 м. Тогда при измерении этой лентой расстояния в 100 м мы допустим погрешность в $0,03 \times 5 = 0,15$ м. Поэтому в результат измерения необходимо ввести поправку за компарирование ленты.

Случайными погрешностями называют такие погрешности, размер и характер влияния которых на каждый отдельный результат измерения остается неизвестным. Величину и знак случайных погрешностей заранее установить нельзя. Они неизбежны и сопровождают каждое измерение, так как измерение мы проводим только с такой точностью, которую можно достичь применяемыми при этом приборами. Избавить результаты измерений от случайных погрешностей полностью нельзя. Но на основании изучения их свойств можно вывести правила, как из ряда измерений

получить наиболее надежные результаты и оценивать их точность. Этими вопросами занимается теория погрешностей измерений.

В теории погрешностей различают равноточные и неравноточные измерения. Равноточными называют измерения, выполненные в одинаковых условиях, приборами одинаковой точности, одинаковое число раз, наблюдателями одинаковой квалификации. Если одно из этих условий не соблюдается, то такие измерения будут неравноточными.

Свойства случайных погрешностей. Случайные погрешности можно определить как разность между измеренными и истинными значениями одной и той же величины. На основании теоретического и практического изучения многих рядов случайных погрешностей выведены их общие свойства:

1 При данных условиях случайные погрешности не могут превышать определенного предела.

2 Одинаковые по абсолютной величине положительные и отрицательные погрешности равновозможны.

3 Меньшие по абсолютной величине погрешности встречаются чаще, чем большие.

4 Среднее арифметическое из случайных погрешностей равноточных измерений одной и той же величины имеет тенденцию стремиться к нулю при неограниченном увеличении числа измерений.

4.2 Принцип арифметической середины

Пусть произведены равноточные измерения l_1, l_2, \dots, l_n одной и той же величины, истинное значение которой X . Тогда можно вычислить n значений случайных погрешностей:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= l_1 - X; \\ \Delta_2 &= l_2 - X; \\ &\dots\dots\dots \\ \Delta_n &= l_n - X. \end{aligned} \tag{4.1}$$

Складывая левые и правые части этих равенств, получим

$$\Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_n = l_1 + l_2 + \dots + l_n - nX. \tag{4.2}$$

В теории погрешности принято обозначать сумму величин через квадратные скобки, например:

$$\Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_n = [\Delta]; \quad l_1 + l_2 + \dots + l_n = [l] \text{ и т. д.}$$

При этих обозначениях равенство (4.2) примет вид

$$[\Delta] = [l] - nX, \text{ откуда } X = [l] / n - [\Delta] / n. \tag{4.3}$$

Согласно четвертому свойству случайных погрешностей величина $[\Delta] / n$ в равенстве (4.3) при неограниченном возрастании числа измерений стремится к нулю. Следовательно, величина $[L] / n$ при этих условиях будет приближаться к истинному значению X . На основании этого арифметическую середину (среднее арифметическое из результатов измерений) принято считать наиболее надежным или вероятнейшим результатом из равноточных измерений одной и той же величины при любом числе измерений.

$$L = [L] / n = (l_1 + l_2 + l_3 + \dots + l_n) / n. \quad (4.4)$$

4.3 Средняя квадратическая погрешность одного измерения. Формулы Гаусса и Бесселя

В теории погрешностей точность измерений характеризуется средней квадратической погрешностью, которая была введена знаменитым немецким математиком и геодезистом К. Ф. Гауссом (1777–1855 гг.) и обозначается через m :

$$m = \pm \sqrt{(\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \dots + \Delta_n^2) / n} = \pm \sqrt{[\Delta^2] / n}, \quad (4.5)$$

где $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ – случайные погрешности;
 n – число измерений.

Средняя квадратическая погрешность является надежным критерием для оценки точности измерений. Она даже при небольшом числе измерений достаточно устойчива и хорошо отражает наличие крупных случайных ошибок, которые по существу и определяют качество измерений.

Формула (4.5) применена для вычисления средней квадратической погрешности, когда известно истинное значение измеряемой величины. Эти случаи в практике весьма редки. Как правило, истинное значение измеряемой величины неизвестно, но из измерений можно получить наиболее надежный результат – арифметическую середину. Получим формулу для вычисления средней квадратической погрешности при помощи отклонения отдельных результатов от арифметической середины по так называемым вероятнейшим погрешностям V .

Пусть l_1, l_2, \dots, l_n – результаты равноточных измерений одной и той же величины, истинное значение которой X , а арифметическая середина – L . Тогда можно вычислить n случайных или истинных погрешностей

$$\Delta_i = l_i - X \quad (4.6)$$

и n вероятнейших погрешностей

$$V_i = l_i - L. \quad (4.7)$$

Сумма n равенству (4.7)

$$[V] = [I] - nL. \quad (4.8)$$

Но, согласно равенству (4.4) $nL = [I]$, поэтому

$$[V] = 0, \quad (4.9)$$

т. е. сумма вероятнейших погрешностей всегда должна быть равна нулю.

Вычитая из равенства (4.6) равенство (4.7), получим

$$\Delta_i - V_i = L - X. \quad (4.10)$$

В правой части равенству (4.10) мы имеем случайную погрешность арифметической середины. Обозначим ее через ε . Тогда

$$\Delta_i = V_i + \varepsilon. \quad (4.11)$$

Возведем в квадрат равенство (4.11), возьмем их сумму и разделим ее на n :

$$[\Delta^2] / n = [V^2] / n + n\varepsilon^2 / n + 2\varepsilon[V] / n. \quad (4.12)$$

Левая часть этого равенства есть не что иное как m^2 . Последнее слагаемое правой части ввиду равенства (4.9) равно нулю.

$$m^2 = [V^2] / n + \varepsilon^2. \quad (4.13)$$

Случайную погрешность ε заменим ее средним значением, т. е. средней квадратической погрешностью арифметической середины. Ниже будет доказано, что **средняя квадратическая погрешность арифметической середины**

$$M^2 = \varepsilon^2 = m^2 / n. \quad (4.14)$$

Тогда

$$m^2 - m^2 / n = [V^2] / n \quad \text{или} \quad m^2(n - 1) / n = [V^2] / n,$$

откуда

$$m^2 = [V^2] / (n - 1), \quad \text{или} \quad m = \sqrt{[V^2] / (n - 1)}. \quad (4.15)$$

Формула (4.15) называется **формулой Бесселя** и имеет большое практическое значение. Она позволяет вычислять среднюю квадратическую погрешность по вероятнейшим уклонениям результатов измерений от арифметической середины.

Кроме средней квадратической погрешности различают еще среднюю, вероятную и относительную погрешности.

Средней погрешностью (Θ) называют среднее арифметическое из абсолютных значений случайных погрешностей т. е.

$$\Theta = (|\Delta_1| + |\Delta_2| + \dots + |\Delta_n|) / n = [|\Delta|] / n. \quad (4.16)$$

В теории погрешности доказывается, что при $n \rightarrow \infty$ $\Theta = 0,8 m$, или $m = 1,25\Theta$.

Иногда в прикладных вопросах пользуются **вероятной погрешностью r** . Вероятной погрешностью называют такое значение случайной погрешности в одном ряду равноточных измерений, по отношению к

которой одинаково возможна погрешность как больше, так и меньше этого значения, по абсолютной величине. Для нахождения r все погрешности данного ряда располагают в порядке возрастания по абсолютной величине и выбирают то значение, которое занимает среднее положение, т. е. погрешностей меньше его столько же, сколько и больше. Вероятная погрешность связана со средней квадратической погрешностью соотношением $r = 2/3 m = 0,67 m$ или $m = 1,5 r$.

Как видно, $m > \Theta$ и $m > r$, что показывает, что средняя квадратическая погрешность лучше характеризует точность измерений, чем средняя и вероятная погрешности.

Оценку точности таких измеренных величин, как линии, площади и объемы часто производят с помощью **относительной погрешности**. Относительной погрешностью называют отношение абсолютной погрешности к значению измеренной величины. Относительная погрешность записывается в виде дроби, в числителе которой стоит единица, а в знаменателе – число, показывающее какую долю измеряемой величины должна составлять допустимая погрешность. Например, длина стороны $D = 150$ м измерена с абсолютной погрешностью $m_d = 0,05$ м. Тогда относительная погрешность результата измерения составит $m_d / D = 0,05 \text{ м} / 150 \text{ м} = 1 / 3000$.

Величина $1 / 3000$ означает, что на 3000 м расстояния может быть допущена погрешность в 1 м. Чем больше знаменатель относительной погрешности, тем выше точность измерений. Точность всех линейных измерений в геодезии всегда задается относительной погрешностью, которая приводится в соответствующих инструкциях и наставлениях по производству данного вида геодезических работ.

4.4 Закон нормального распределения погрешностей. Предельная погрешность

Из предыдущего рассмотрения свойств случайных погрешностей следует, что о появлении отдельной погрешности заранее что-либо определенное сказать невозможно. Однако, когда число этих погрешностей возрастает, можно установить определенные закономерности для всей совокупности погрешностей данного ряда измерений. Эти закономерности можно выразить уравнением, полученным К. Ф. Гауссом. Оно имеет вид

$$y = (1 / \sigma \sqrt{2\pi}) e^{- (l_i - a)^2 / 2\sigma^2} = (1 / \sigma \sqrt{2\pi}) e^{- \Delta c^2 / 2\sigma^2}, \quad (4.17)$$

где y – плотность распределения погрешностей;

σ – параметр уравнения, называемый стандартом, связан со средней квадратической погрешностью соотношением $\lim_{n \rightarrow \infty} m = \sigma$;

a – параметр уравнения, называемый математическим ожиданием, связан с арифметической серединой соотношением $\lim_{n \rightarrow \infty} L = a$;
 e – основание натуральных логарифмов;
 $\Delta_i = l_i - a$ – случайная погрешность.

Это уравнение называется **законом нормального распределения погрешностей**.

Уравнению (4.17) соответствует колоколообразная кривая, называемая кривой нормального распределения (кривая Гаусса) (рисунок 4.1)

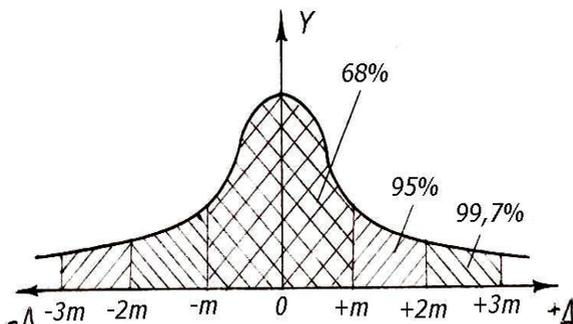


Рисунок 4.1 – Кривая Гаусса

Площадь под кривой, ограниченная кривой и осью абсцисс, принимают равной единице. Часть этой площади, соответствующая какому-либо отрезку оси абсцисс, дает, вероятность попадания случайной погрешности в данный интервал. При $l_i = a$ или $\Delta = 0$ получаем максимальное значение ординаты кривой

$$Y = 1 / \sigma \sqrt{2\pi}$$

Из рисунка 4.1 видно, что основная масса погрешностей группируется около наиболее вероятного значения погрешности $\Delta_i = 0$ (согласно четвертому свойству случайных погрешностей, среднее арифметическое из случайных погрешностей стремится к нулю). Это положение обосновывает третье свойство случайных погрешностей (малые погрешности встречаются чаще, чем большие). Второе свойство случайных погрешностей о равном появлении положительных и отрицательных ошибок характеризуется симметричностью кривой нормального распределения относительно оси OY.

Теоретические исследования и практика геодезических измерений показывают, что в промежутках от $-m$ до $+m$ попадает 68 % всех случайных погрешностей (см. рисунок 4.1), в промежуток вдвое больший (от $-2m$ до $+2m$) попадает 95 % погрешностей, а в промежуток втрое больший (от $-3m$ до $+3m$) попадает 99,73 % погрешностей. Это означает, что из 100

погрешностей измерений только 32 по абсолютной величине превзойдут среднюю квадратическую погрешность m , 3 из 1000 погрешностей будет превышать величину утроенной средней квадратической погрешности $\pm 3m$. Таким образом, за пределы $\pm 3m$ выходит лишь 0,27 % погрешностей измерений. Поэтому в качестве предельной погрешности $\Delta_{\text{пред}}$ принимается утроенная средняя квадратическая погрешность, т. е.

$$\Delta_{\text{пред}} = 3m. \quad (4.18)$$

Рассмотрим теперь сущность параметров a и σ в уравнении (4.17). Параметр a называемый математическим ожиданием и характеризует центр группирования на кривой Гаусса, т. е. смещение центра группирования вдоль оси абсцисс (рисунок 4.2, а) при сохранении формы кривой. Если при постоянном значении параметра a будем изменять другой параметр σ (называемый стандартом), характеризующий точность измерений, а это возможно, если мы меняем метод измерений или выполняем их другими приборами. Тогда центр группирования остается неизменным, а форма кривой изменится. Она станет более пологой, если точность измерений уменьшается, и станет более крутой при увеличении точности (рисунок 4.2, б).

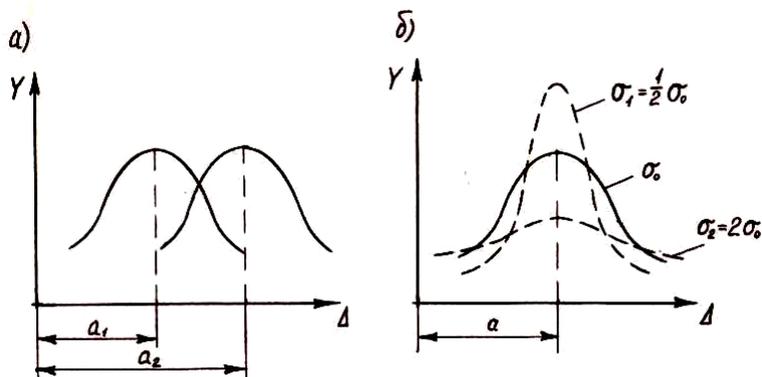


Рисунок 4.2 – Смещение и изменение формы нормальной кривой

Параметры a и σ заранее, до измерений, неизвестны. Они получаются как результат большого числа измерений. На практике вместо параметров a и σ мы получаем приближенные их значения: арифметическую среднюю L , вычисляемую по формуле (4.4), и среднюю квадратическую погрешность m , вычисляемую по формулам (4.5) или (4.15).

4.5 Средняя квадратическая погрешность функции измерения величин

В геодезии часто нужно определить точность не только самих измеренных величин, но и их функций. Например, горизонтальное проложение линии является функцией наклонности расстояния и угла наклона, площадь определяемая планиметром является функцией отсчетов по планиметру и т. д. Поэтому важно уметь вычислять средние квадратические погрешности функций. Рассмотрим некоторые виды функций.

1 Функция суммы двух аргументов

$$\varphi = X + Y, \quad (4.19)$$

где X и Y – независимо измеренные величины.

Допустим, что каждая из этих величин измерялась n раз и каждое из измерений сопровождалось случайными погрешностями Δ_X и Δ_Y . Тогда и функция φ , вычисленная по формуле (4.19), будет иметь погрешность Δ_φ :

$$\varphi + \Delta_\varphi = (X + \Delta_X) + (Y + \Delta_Y) \text{ или } \Delta_\varphi = \Delta_X + \Delta_Y. \quad (4.20)$$

Возведем равенство (4.20) в квадрат:

$$\Delta_\varphi^2 = \Delta_X^2 + \Delta_Y^2 + 2\Delta_X \Delta_Y. \quad (4.21)$$

Таких равенств может быть получено n . Сложив их и разделив на n , получим

$$[\Delta_\varphi^2] / n = [\Delta_X^2] / n + [\Delta_Y^2] / n + 2[\Delta_X \Delta_Y] / n. \quad (4.22)$$

На основании четвертого свойства случайных погрешностей величина $[\Delta_X \Delta_Y]$ как сумма случайных погрешностей будет стремиться к нулю. Тогда с учетом равенства (4.5) будем иметь:

$$m_\varphi^2 = m_X^2 + m_Y^2. \quad (4.23)$$

Нетрудно убедиться, что формула (4.23) будет верна и для функции

$$\varphi = X - Y. \quad (4.24)$$

Аналогично предыдущему можно доказать, что для функции суммы (разности) нескольких аргументов

$$\varphi = \pm X \pm Y \pm Z \pm \dots \pm U. \quad (4.25)$$

Квадрат средней квадратической погрешности этой функции будет равен сумме квадратов средних квадратических погрешностей аргументов:

$$m_\varphi^2 = m_X^2 + m_Y^2 + m_Z^2 + \dots + m_U^2. \quad (4.26)$$

Если $m_X = m_Y = m_Z = \dots = m_U$, а число измеренных величин X, Y, Z, \dots, U равно n , то

$$m_\varphi^2 = nm^2 \text{ или } m_\varphi = m\sqrt{n}, \quad (4.27)$$

т. е. средняя квадратическая погрешность суммы равнооточно измеренных величин в \sqrt{n} раз больше средней квадратической погрешности отдельного измерения.

П р и м е р. Найти среднюю квадратическую погрешность суммы измеренных углов в четырехугольнике, если средняя квадратическая погрешность одного угла равна $\pm 30''$. По формуле (4.27) находим

$$m_\varphi = \pm 30'' \sqrt{4} = \pm 60'' = 1'.$$

2 Функция линейного вида

$$\varphi = KX,$$

где K – постоянное число;

X – аргумент, полученный из измерений.

Если X будет измерен со случайной погрешностью Δ_X , то функция будет иметь случайную погрешность

$$\Delta_\varphi = K \Delta_X. \quad (4.29)$$

Измерив аргумент n раз, можно составить n уравнений (4.29), взять сумму их квадратов и разделить на n . После чего получим

$$[\Delta_X^2] / n = K^2 [\Delta_X^2] / n \text{ или } m_\varphi^2 = K^2 m_X^2, \quad (4.30)$$

откуда

$$m_\varphi = K m_X. \quad (4.31)$$

Аналогично предыдущему можно показать, что для функции

$$\varphi = \pm K_1 X \pm K_2 Y \pm \dots \pm K_n U \quad (4.32)$$

получим

$$\Delta_\varphi = K_1 \Delta_X \pm K_2 \Delta_Y \pm \dots \pm K_n \Delta_U \quad (4.33)$$

или

$$m_\varphi^2 = (K_1 m_X)^2 + (K_2 m_Y)^2 + \dots + (K_n m_U)^2. \quad (4.34)$$

П р и м е р. Определить среднюю квадратическую погрешность M арифметической середины L , если средняя квадратическая погрешность отдельного измерения равна m . Напишем формулу (4.4) арифметической середины в следующем виде:

$$L = l_1 / n + l_2 / n + \dots + l_n / n. \quad (4.35)$$

Как видно, здесь можно применить формулу (4.34) для функции (4.35):

$$m_L^2 = M^2 = (m_1 / n)^2 + (m_2 / n)^2 + \dots + (m_n / n)^2.$$

Учитывая, что измерения l_1, l_2, \dots, l_n равноточные, т. е. $m_1 = m_2 = \dots = m_n$, получим

$$M^2 = n(m/n)^2 = m^2/n,$$

или

$$M = m/\sqrt{n}, \quad (4.36)$$

т. е. средняя квадратическая погрешность арифметической середины в \sqrt{n} раз меньше средней квадратической погрешности отдельного измерения.

3 Функция общего вида

$$\varphi = f(X, Y, Z, \dots, U), \quad (4.37)$$

где X, Y, Z, \dots, U – независимо измеренные величины.

С учетом случайных погрешностей функция (4.37) примет вид

$$\varphi + \Delta_\varphi = f(X + \Delta_X; Y + \Delta_Y; Z + \Delta_Z; \dots; U + \Delta_U). \quad (4.38)$$

Разложив функцию (4.38) в ряд Тейлора и ограничившись только первыми степенями случайных погрешностей, получим функцию

$$\Delta_\varphi = (\partial f/\partial x) \Delta_X + (\partial f/\partial y) \Delta_Y + (\partial f/\partial z) \Delta_Z + \dots + (\partial f/\partial u) \Delta_U, \quad (4.39)$$

где $(\partial f/\partial x), (\partial f/\partial y), \dots, (\partial f/\partial u)$ – частные производные, которые для функции (4.39) являются постоянными величинами.

Как видно, функция (4.39) аналогична функции (4.33). Следовательно, квадрат ее средней квадратической погрешности

$$m_\varphi^2 = (\partial f/\partial x \cdot m_X)^2 + (\partial f/\partial y \cdot m_Y)^2 + (\partial f/\partial z \cdot m_Z)^2 + \dots + (\partial f/\partial u \cdot m_U)^2. \quad (4.40)$$

Пример. В прямоугольнике измерены две стороны – $X = 200$ м и $Y = 100$ м со средними квадратическими погрешностями $m_X = +0,20$ м и $m_Y = +0,10$ м.

Определить площадь прямоугольника P и ее среднюю квадратическую погрешность m_P .

$$\begin{aligned} P &= XY; \quad \partial p/\partial x = Y; \quad \partial p/\partial y = X; \\ m_p^2 &= (\partial p/\partial x)^2 m_x^2 + (\partial p/\partial y)^2 m_y^2 = Y^2 m_x^2 + X^2 m_y^2 = \\ &= 100^2 \cdot 0,20^2 + 200^2 \cdot 0,10^2 = 800 \text{ м}^2; \\ M_p &= \sqrt{800} \approx \pm 28 \text{ м}^2; \quad P = 200 \times 100 = 20000 \text{ м}^2 \pm 28 \text{ м}^2. \end{aligned}$$

4.6 Двойные измерения и оценка их точности

В геодезии часто используют метод двойных измерений, сущность которого состоит в том, что одну и ту же величину измеряют дважды, а результаты измерений обрабатывают с применением формул для истинных погрешностей.

Пусть даны результаты двух рядов n равноточных двойных измерений:

$$\begin{aligned} l_1, l_2, \dots, l_n; \\ l'_1, l'_2, \dots, l'_n. \end{aligned}$$

Обозначая разности двойных измерений через d , получим:

$$\begin{aligned}
 l'_1 - l_1 &= d_1; \\
 l'_2 - l_2 &= d_2; \\
 &\dots\dots\dots \\
 l'_n - l_n &= d_n.
 \end{aligned}$$

Если бы все измерения были без погрешностей, то разность d была бы равна нулю. Следовательно, разность двойных измерений можно рассматривать как истинные погрешности, поэтому средняя квадратическая погрешность разности двойных измерений на основании формулы Гаусса (4.17) выразится так:

$$m_d = \sqrt{[d^2] / n}. \quad (4.41)$$

Но $m_d^2 = m_l'^2 + m_l^2$.

Учитывая, что $m_l' = m_l = m$, получим

$$m_d = m_l \sqrt{2} \text{ или } m_l = m_d / \sqrt{2}. \quad (4.42)$$

Подставляя (4.41) в (4.42), находим

$$m = \sqrt{[d^2] / 2n}. \quad (4.43)$$

Формула (4.43) дает выражение средней квадратической погрешности отдельного измерения из n двойных измерений.

4.7 Неравноточные измерения

В предыдущих разделах были рассмотрены равноточные измерения. Однако на практике часто производятся и неравноточные измерения, которые выполнены в различных условиях или приборами различной точности, различным числом приемов. В этом случае уже нельзя ограничиваться простым арифметическим средним, здесь надо учитывать степень надежности каждого результата измерений.

Степень надежности результата измерения, выраженная числом, называется весом этого измерения. Чем надежнее результат, тем больше его вес. Пусть имеем ряд средних значений: L_1, L_2, \dots, L_n – одной величины, полученных из P_1, P_2, \dots, P_n отдельных измерений.

Согласно формуле (4.4) произведение $L_i P_i$ будет равно сумме отдельных измерений l_i в данном ряду, а сумма всех измерений во всех рядах будет равна $L_1 P_1 + L_2 P_2 + \dots + L_n P_n$. Число всех измерений будет равно $P_1 + P_2 + \dots + P_n$.

Отсюда по правилу арифметической середины получим среднее значение из всех рядов измерений:

$$L_0 = (L_1 P_1 + L_2 P_2 + \dots + L_n P_n) / (P_1 + P_2 + \dots + P_n) = [LP] / [P]. \quad (4.44)$$

Выражение (4.44) называется **формулой весового среднего** или **общей арифметической середины**. Здесь число измерений P_1, P_2, \dots, P_n в каждом ряду является весом средних результатов L_1, L_2, \dots, L_n , а сумма весов является весом общей арифметической середины L_0 . Во всех случаях, когда известны результаты измерений и их веса, вероятнейшее значение измеренной величины вычисляют по формуле (4.44).

Обозначим среднюю квадратическую погрешность одного измерения через μ , а средние квадратические погрешности величин L_1, L_2, \dots, L_n соответственно через m_1, m_2, \dots, m_n . Тогда, согласно равенству (4.36), можем написать, что

$$m_1 = \mu / \sqrt{P_1}; \quad m_2 = \mu / \sqrt{P_2}; \quad \dots; \quad m_n = \mu / \sqrt{P_n}. \quad (4.45)$$

Если в формуле (4.45) принять $P_i = 1$, то $\mu = m_i$. Отсюда следует, что μ является средней квадратической погрешностью измерения, вес которого равен единице или так называемой средней квадратической погрешности единицы веса.

Из формул (4.45) получим:

$$\mu = m_1 \sqrt{P_1} = m_2 \sqrt{P_2} = \dots = m_n \sqrt{P_n}, \quad (4.46)$$

Из равенства (4.46) можно сделать вывод, что произведение всякой величины на корень квадратный из ее веса будет иметь вес, равный единице, что позволяет приводить неравноточные измерения к равноточным.

Из формулы (4.45) можно получить также общее математическое выражение веса:

$$P_i = \mu^2 / m_i^2, \quad (4.47)$$

т. е. вес измерения обратно пропорционален квадрату его средней квадратической погрешности. В частном случае, когда $\mu^2 = 1$,

$$P_i = 1 / m_i^2. \quad (4.48)$$

Для вывода средней квадратической погрешности единицы веса обозначим истинные случайные погрешности величин L_1, L_2, \dots, L_n через $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$. Тогда для ряда

$$L_1 \sqrt{P_1}; \quad L_2 \sqrt{P_2}; \quad \dots; \quad L_n \sqrt{P_n}$$

истинные погрешности будут

— — —

$$\Delta_1 \sqrt{P_1}; \Delta_2 \sqrt{P_2}; \dots; \Delta_n \sqrt{P_n}. \quad (4.49)$$

Ряд (4.49) равноточный, так как согласно формулам (4.31) и (4.46) средние квадратические погрешности его составляющих

$$m_i \sqrt{P_i} = \mu.$$

Для равноточных измерений погрешность μ можно получить по формуле Гаусса (4.5):

$$\mu = \sqrt{[P\Delta^2] / n}. \quad (4.50)$$

По аналогии с формулой (4.50) можем написать выражение средней квадратической погрешности единицы веса через вероятнейшие погрешности V_i величины L_i (уклонения величины L_i от весового среднего L_o):

$$\mu = \sqrt{[PV^2] / (n - 1)}. \quad (4.51)$$

Как видно, формулы (4.50) и (4.51) являются соответственно формулами Гаусса и Бесселя для неравноточных измерений.

Для вывода средней квадратической погрешности M_o общей арифметической середины L_o с весом $[P]$ и средней квадратической погрешности единицы веса μ воспользуемся соотношением (4.46):

$$\mu = M_o \sqrt{[P]},$$

откуда

$$M_o = \mu / \sqrt{[P]}. \quad (4.52)$$

П р и м е р. Получены два результата измерения одной и той же линии и известны их средние квадратические погрешности:

$$L_1 = 175,46 \text{ м}; m_1 = \pm 0,10 \text{ м}; L_2 = 175,24 \text{ м}; m_2 = \pm 0,20 \text{ м};$$

Определить вероятнейшее значение длины линии и его среднюю квадратическую погрешность.

По формуле (4.48), принимая $\mu = 1$, определим веса результатов измерений:

$$P_1 = 1/m^2_1 = 1/(0,10)^2 = 100; P_2 = 1/m^2_2 = 1/(0,20)^2 = 25.$$

Затем по формуле (4.44) и (4.52) находим вероятнейшее значение длины линии и его среднюю квадратическую погрешность:

$$L_o = (L_1 P_1 + L_2 P_2) / (P_1 + P_2) = (175,46 \cdot 100 + 175,24 \cdot 25) / (100 + 25) = 175,42 \text{ м};$$

$$M_o = \mu / \sqrt{[P]} = 1/\sqrt{125} \approx 0,09 \text{ м}.$$

Тогда вероятнейшее значение длины линии будет

$$L_o = 175,42 \text{ м} \pm 0,09 \text{ м};$$

4.8 Понятия об уравнивании геодезических измерений

Геодезические измерения характерны тем, что их всегда больше, чем необходимо для определения величин. Например, для решения треугольника измеряют три угла, тогда как было бы достаточно измерить два угла. Эти избыточные измерения выполняют с целью контроля и повышения точности определяемых величин. Результаты избыточных измерений вследствие погрешностей не могут точно удовлетворять математическим зависимостям между элементами геометрических фигур, к которым они относятся. Поэтому возникает необходимость в нахождении системы поправок к измеренным величинам, которая удовлетворяла бы геометрическим условиям. Однако таких систем может быть бесчисленное множество. Например, если сумма трех углов в треугольнике не равна 180° , то можно предложить множество вариантов введения поправок в углы.

В теории вероятности доказывается, что оптимальной (вероятнейшей) системой поправок является та, которая определяется под условием, чтобы сумма квадратов поправок в измеренные величины была минимальной, то есть $V_1^2 + V_2^2 + \dots + V_n^2 = \min$ или

$$[V^2] = \min, \quad (4.53)$$

где V – поправки к измеренным величинам.

Способ нахождения вероятнейших значения измеренных величин при наличии избыточных измерений под условием (4.53) называется **методом наименьших квадратов**. Совокупность вычисленных работ по нахождению наиболее надежных (вероятнейших) результатов по методу наименьших квадратов называется уравниванием. Уравнивание имеет две цели:

- 1) найти наиболее надежное значение неизвестных с оценкой точности полученных результатов;
- 2) исключить все математические противоречия в зависимостях, существующих между измеряемыми величинами.

В качестве примера применения метода наименьших квадратов покажем, что арифметическая середина является вероятнейшим значением измеряемой величины в равнооточных измерениях.

Запишем условие (4.53) в виде

$$f(L) = V_1^2 + V_2^2 + \dots + V_n^2 = (l_1 - L)^2 + (l_2 - L)^2 + \dots + (l_n - L)^2 = \min.$$

Из математики известно, что минимум функции будет, если первая производная ее равна нулю, а вторая – больше нуля, т. е.

$$f'(L) = -2(l_1 - L) - 2(l_2 - L) - \dots - 2(l_n - L) = 0; \quad (4.54)$$

$$f''(L) = 2n > 0.$$

Решив уравнение, (4.54) относительно L , получим

$$nL = l_1 + l_2 + \dots + l_n,$$

откуда

$$L = (l_1 + l_2 + \dots + l_n) / n = [I] / n,$$

т. е. получим тот же результат, как и в формуле (4.4), что и обеспечивает метод наименьших квадратов.

5 ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ

5.1 Принцип измерения горизонтальных и вертикальных углов.

Устройство теодолита

Измерение углов на местности выполняют для определения взаимного положения точек в пространстве. При этом различают горизонтальные и вертикальные углы. **Горизонтальным углом** называют двухгранный угол между отвесными плоскостями, проходящими через его стороны. Он определяется углом β между проекциями сторон OA и OB на горизонтальную плоскость Q , т. е. углом $A'OB'$ (рисунок 5.1).

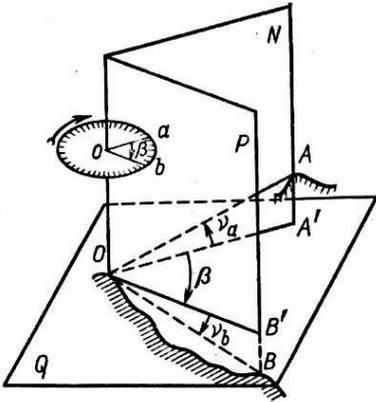


Рисунок 5.1 – Схема измерения углов на местности

Горизонтальный угол отсчитывают по ходу часовой стрелки от 0 до 360°. Чтобы определить величину угла $A'OB'$, над его вершиной размещают градуированный круг (лимб). Центр круга совмещают с отвесной линией, проходящей через вершину угла O , а сам круг размещают в горизонтальной плоскости. Тогда радиусы этого круга

oa и ob , лежащие в отвесных плоскостях, проведенных через стороны угла AOB , образуют угол, равный горизонтальному углу между направлениями OA и OB .

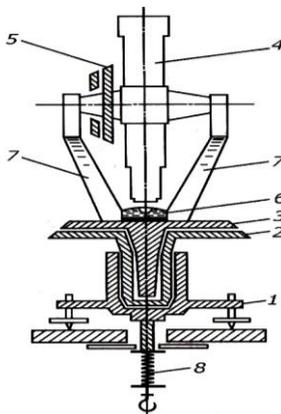
Если деления на круге подписаны по ходу часовой стрелки, а отсчеты по градуированной окружности обозначить через a и b , то угол $\beta = b - a$, т. е. горизонтальный угол равен разности отсчетов по горизонтальному кругу на правую и левую стороны угла.

Кроме горизонтальных углов различают **вертикальные углы**. Вертикальным называют угол между стороной угла и ее проекцией на горизонтальную плоскость. На рисунке 5.1 вертикальными будут являться углы v_a и v_b . Вертикальные углы отсчитывают от проекции к стороне. В том случае, если сторона угла расположена выше проекции, угол будет положительным (v_a). Если сторона угла расположена ниже проекции, то угол будет отрицательным (v_b). Вертикальные углы могут принимать значения в пределах от -90° до $+90^\circ$. Для измерения вертикальных углов градуированный круг необходимо разместить в вертикальной плоскости.

Описанный принцип измерения горизонтальных и вертикальных углов на местности реализуется в угломерном приборе, который называется теодолит. Принципиальная схема теодолита показана на рисунке 5.2.

Рисунок 5.2 – Схема теодолита:

- 1 – подставка теодолита с тремя подъемными винтами;
- 2 – нижний горизонтальный круг с делениями (лимб);
- 3 – верхний круг с отсчетным устройством (алидада);
- 4 – зрительная труба для визирования на предметы местности;
- 5 – вертикальный круг для измерения углов наклона (вертикальных углов) линий;
- 6 – уровень для приведения плоскости лимба в горизонтальное положение;
- 7 – колонки, на которых закрепляется зрительная труба;
- 8 – становой винт для закрепления теодолита на штативе



5.2 Основные части теодолита

З р и т е л ь н а я т р у б а. В современных геодезических приборах применяют зрительные трубы с внутренней фокусировкой, которая состоит из трех оптических систем: окуляра, объектива и фокусирующей линзы. *Окуляр* – это система линз, обращенная к глазу. *Объектив* – система линз, обращенная к наблюдаемому предмету. Между окуляром и объективом находится рассеивающая плосковогнутая линза (*фокусирующая линза*), перемещением которой с помощью винта кремальеры добиваются четкого изображения предмета.



Рисунок 5.3 – Сетка нитей

При выполнении работ зрительную трубу обычно наводят (визируют) на предметы, значительно удаленные от прибора. Таким образом, предмет всегда находится вне фокусного расстояния объектива. При этом лучи света от предмета проходят через систему объектива, преломляются и дают обратное уменьшенное изображение. Чтобы увеличить это изображение, в зрительную трубу вводят окуляр.

В окулярной части зрительной трубы, в том месте, где получается действительное изображение предмета, помещается диафрагма, в отверстие которой вставлена стеклянная пластинка с нанесенной на ней сеткой нитей. Сетка нитей состоит из пересекающихся между собой под прямым углом зачерненных штрихов (рисунок 5.3).

При наведении на предмет центр сетки нитей совмещают с изображением точки местности, наблюдаемой в трубу.

Линия, проходящая через центр сетки нитей и оптический центр объектива, называется *визирной осью* зрительной трубы. Для правильной установки сетки нитей в зрительной трубе диафрагма, к которой прикрепляется стеклянная пластинка с сеткой нитей, делается подвижной при помощи специальных исправительных винтов сетки нитей.

Основными характеристиками зрительной трубы являются ее увеличение и разрешающая способность. *Увеличением* зрительной трубы V называется отношение угла, под которым изображение предмета видно в трубу к углу, под которым предмет виден невооруженным глазом. Практически увеличение трубы принимается равным отношению фокусного расстояния объектива к фокусному расстоянию окуляра:

$$V = f_{об} / f_{ок}.$$

В современных теодолитах зрительные трубы имеют 20- – 50-кратные увеличение. От увеличения трубы зависит ее *разрешающая способность*. Обычно невооруженным глазом можно различить две точки до тех пор, пока угол, под которым видны эти точки, не будет меньше $60''$. При рассматривании изображения в зрительную трубу, увеличение которой V , угол будет $\beta_0 = 60''/V$. Следовательно, чем больше увеличение трубы, тем на большем расстоянии можно видеть предмет, или тем большую разрешающую способность имеет зрительная труба.

Установка зрительной трубы по глазу и предмету. Во время выполнения геодезических измерений зрительную трубу наводят на различные точки местности, совмещая пересечение штрихов сетки нитей с изображением точки. Перед этим нужно установить трубу «по глазу» и предмету. Для установки трубы «по глазу» наблюдатель наводит ее на какой-нибудь светлый фон, и вращает окулярную трубочку до тех пор, пока штрихи сетки нитей не будут четко видны. Для установки зрительной трубы по предмету при помощи кремальеры передвигают фокусирующую линзу, расположенную между объективом и окуляром, до тех пор, пока

изображение наблюдаемого предмета не будет отчетливым. Установку зрительной трубы по предмету называют *фокусировкой*.

У р о в н и. Для приведения отдельных частей геодезических приборов в горизонтальное или вертикальное положение используют уровни. Геодезические уровни могут быть жидкостные стеклянные, электронные, а для погашения малого остаточного наклона – опико-механические компенсаторы.

Жидкостные стеклянные уровни состоят из ампулы, оправы и регулировочного приспособления. В зависимости от формы ампулы различают цилиндрические и круглые уровни. *Цилиндрический* уровень представляет собой стеклянную ампулу, внутренняя поверхность которой отшлифована по дуге определенного радиуса. Радиус кривизны в зависимости от назначения уровня колеблется от 3,5 до 200 м. На внешней поверхности ампулы цилиндрического уровня через 2 мм нанесены штрихи. Точка, соответствующая средней части делений ампулы, называется нуль-пунктом уровня. Ампула (стеклянная трубка) заполняется нагретым до 60° спиртом или эфиром и запаивается. После охлаждения жидкость сжимается, и в ампуле образуется небольшое пространство, заполненное парами спирта или эфира, которое называют *пузырьком* уровня. Ампула помещается в металлическую оправу.

Пузырек уровня всегда стремится занять наивысшее положение, поэтому, когда концы пузырька расположены симметрично относительно нульпункта, то плоскость, вдоль которой расположен уровень, будет горизонтальной. Это свойство используют для приведения отдельных частей инструмента в горизонтальное положение. Линия, касательная к ампуле уровня в его нуль-пункте, называется *осью* цилиндрического уровня.

Уровни характеризуются ценой деления. *Ценой деления* уровня τ называют угол, на который наклонится ось уровня, если пузырек сместится на одно деление (рисунок 5.4).

Если обозначить через l величину одного деления уровня, а через R – радиус дуги внутренней поверхности ампулы, то цена деления уровня

$$\tau = \rho l/R,$$

где ρ – переводной коэффициент из радианной меры углов в градусную ($\rho = 3438' = 206265''$).

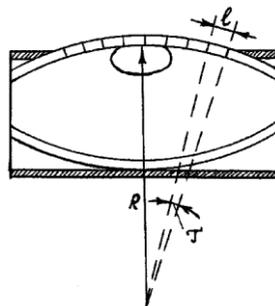


Рисунок 5.4 – Цена деления уровня

Следовательно, чем больше радиус, тем меньше цена деления и тем точнее уровень. Цена деления уровня определяет ту точность, с которой данным уровнем можно привести линию или плоскость в горизонтальное положение.

Величина τ характеризует чувствительность уровня. Цена деления цилиндрических уровней, устанавливаемых на геодезических приборах, колеблется от 2 до 60".

Для регулировки цилиндрического уровня имеются *исправительные винты*, при помощи которых один конец уровня можно перемещать в вертикальной плоскости.

Для более точной установки пузырька уровня в нульпункт, а также для большего удобства в работе применяют *контактные уровни* (рисунок 5.5). В них над цилиндрическим уровнем устанавливается система призм, с помощью которой изображение концов пузырька передается в поле зрения глаза наблюдателя. При перемещении пузырька к нуль-пункту изображение

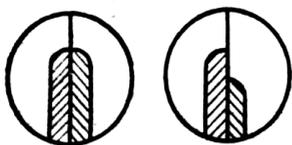


Рисунок 5.5 – Контактный уровень

его концов движется навстречу друг другу, а когда пузырек уровня находится в нуль-пункте, изображения его концов совмещаются (контактируют) (см. рисунок 5.5). Точность установки пузырька уровня в нульпункт в контактном уровне в 5–6 раз выше, чем у обычных уровней.

Круглый уровень представляет собой стеклянную ампулу круглой формы, помещенную в оправу. Его сферическая внутренняя полость также заполнена эфиром с верхним пузырьком. Снаружи нанесена кольцевая маркировка с центральным нульпунктом. Осью круглого уровня является *нормаль* (перпендикуляр), проходящая через нуль-пункт, к плоскости касательной внутренней поверхности уровня. Если пузырек приведен в нуль-пункт, то нормаль вертикальна. Круглые уровни имеют небольшую чувствительность (цена деления круглого уровня 3–5") и применяются для предварительной установки прибора или там, где не требуется высокая точность.

Л и м б. Лимб представляет собой круг, разделенный по окружности на градусные или градовые деления (градус – $1/360$ часть окружности, а градус – $1/400$ часть окружности). Центр лимба устанавливают на отвесной линии, проходящей через вершину измеряемого угла (см. рисунок 5.1).

Величина центрального угла, опирающегося на дугу, соответствующую наименьшему делению лимба, называется *ценой деления* лимба. Лимбы геодезических приборов изготавливают из прозрачного высококачественного стекла. Теодолиты, использующие такие лимбы, называют оптическими.

А л и д а д а. Алидадой называют круг или линейку для отсчитывания градусов и их долей по лимбу. Алидада располагается в плоскости лимба или над ним. Оси лимба и алидады совпадают, причем ось вращения алидады

называют основной или вертикальной осью прибора. На алидаде имеется индекс, позволяющий фиксировать ее положение на шкале лимба. Для повышения точности снятия отсчета имеется специальное отсчетное устройство.

Отсчетные устройства. Отсчетные устройства служат для оценки долей делений лимба. В качестве отсчетных устройств используют штриховые и шкаловые микроскопы, оптические микрометры.

На рисунке 5.6 показано поле зрения штрихового микроскопа с изображением штриха на алидаде и лимба с ценой деления $10'$. Оценку долей деления лимба осуществляют по неподвижному Г-образному индексу. Оцени

вая десятые доли деления лимба на глаз, можно сделать отсчет по штриху микроскопа с точностью до $1'$. На рисунке 5.6 отсчет по горизонтальному (нижняя шкала, обозначенная буквой Г) будет равен $159^{\circ}46'$, а по вертикальному кругу (верхняя шкала, обозначенная буквой В) – $350^{\circ}48'$.

Большую точность отсчета дают шкаловые микроскопы. На рисунке 5.7 показано изображение поля зрения шкалового микроскопа с ценой деления лимба в 1° . Длина шкалы, расположенной на алидаде, равна одному делению лимба. Шкала разделена на 12 делений, следовательно, цена деления шкалы составляет $5'$. Оценивая десятые доли деления шкалы на глаз, можно взять отсчет по шкале с точностью до $0,5'$. В поле зрения шкалового микроскопа одновременно видны изображения горизонтального и вертикального круга. На рисунке 5.7 отсчет по горизонтальному кругам равен $183^{\circ}22'$, а по вертикальному – $1^{\circ}12'$.

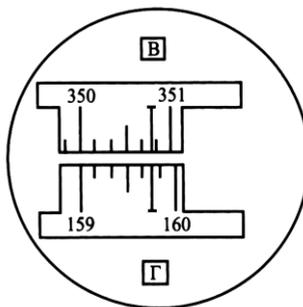


Рисунок 5.6 – Штриховой микроскоп

Приспособление для центрирования. Установка центра лимба теодолита над вершиной измеряемого угла называется центрированием. Оно выполняется при помощи отвесов или центриров.

Простейшим приспособлением для центрирования является *нитяной отвес*. Он состоит из гибкой нити (шнура), на конце которой закреплен груз. При центрировании нить отвеса прикрепляют к дужке станкового винта. Центрирование выполняется перемещением штатива, а также

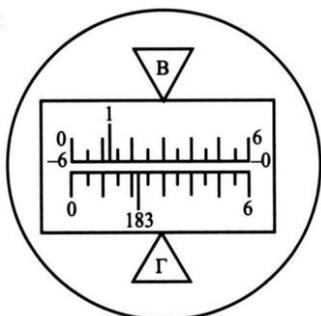


Рисунок 5.7 – Шкаловой микроскоп

подставки теодолита, добиваясь того, чтобы заостренный конец груза установился над вершиной измеряемого угла. Под влиянием ветра нить отвеса отклоняется от вертикального положения (точность центрирования составляет 1–2 см). В безветренную погоду точность центрирования составляет 5 мм.

Для повышения точности центрирования и исключения влияния внешних условий используют оптический центрир. Он изготавливается как часть теодолита, встроенная в алидаду горизонтального круга. Центрир имеет окуляр, прозрачную пластинку с нанесенной на ней сеткой нитей, фокусирующую линзу и призму, поворачивающую луч на 90° и направляющую его вниз. При центрировании алидаду теодолита приводят в горизонтальное положение. В этом случае преломленный на 90° луч будет располагаться строго отвесно. В поле зрения центрира видны изображение вершины угла и пересечение сетки нитей. Передвигая подставку теодолита по головке штатива, добиваются совмещения пересечения сетки нитей с изображением вершины угла. Средняя квадратическая погрешность центрирования оптическими центрирами составляет 0,5 мм.

5.3 Классификация теодолитов

Современный теодолит представляет собой сложный оптико-механический измерительный прибор. Его конструкция постоянно совершенствуется, используются более прогрессивные материалы, внедряется микроэлектроника, автоматизируются отдельные блоки.

Теодолиты различаются по точности измерения углов и конструктивным особенностям. Согласно действующему стандарту **по точности** теодолиты принято подразделять на следующие виды:

- 1 – высокоточные (Т05, Т1);
- 2 – точные (Т2, Т5);
- 3 – технические (Т15, Т30).

Буква Т означает шифр изделия (первая буква слова теодолит), а следующие за ней цифры показывают среднюю квадратическую погрешность измерения угла одним приемом в секундах. Например, теодолит модели Т30 позволяет измерить угол со средней квадратической погрешностью 30". В настоящее время промышленность перешла на выпуск теодолитов второго, третьего и следующих поколений в которых внесены усовершенствования отдельных частей и устройств. В этих моделях перед шифром стоит цифра обновления (2Т30 – модель второго поколения). В зависимости от конструкции и назначения в обозначениях теодолитов могут быть дополнительные буквы. Например, буква П шифра означает, что зрительная труба теодолита имеет прямое изображение. Если теодолит имеет компенсатор остаточного угла наклона теодолита, позволяющий не

приводить уровень при алидаде вертикального круга в нульпункт при измерении вертикальных углов, то в шифре появляется буква К. Теодолиты, соответствующие маркшейдерскому исполнению для работ во взрывоопасных подземных горных выработках, имеют в шифре букву М. В шифре цифровых или кодовых теодолитов возможны буквы *D* (*digital* – цифровой) или Ц, К (кодовый) и Э (электронный). Например, теодолит с шифром 3Т5КПМ будет означать теодолит третьего поколения, модели Т5, с компенсатором при вертикальном круге, с прямым изображением зрительной трубы в маркшейдерском исполнении. Основные технические характеристики теодолитов приведены в таблице 5.1.

При геодезических съемках, инженерных изысканиях, в строительстве чаще всего применяют теодолиты типов Т30 (рисунок 5.8) и Т5 (рисунок 5.9).

Т а б л и ц а 5.1 – Технические характеристики теодолитов

Параметр	Тип теодолита				
	T1	T2	T5	T15	T30
Средняя квадратическая погрешность измерения одним приемом углов:					
горизонтального	1"	2"	5"	15"	30"
вертикального	1,5"	3"	8"	25"	45"
Увеличение зрительной трубы, крат	40	25	25	25	18
Угол поля зрения трубы	1°	1,5°	1,5°	1,5°	2°
Наименьшее расстояние визирования, м	5	2	2	1,5	1,2
Коэффициент дальности	–	100	100	100	100
Цена деления уровней при алидаде кругов:					
горизонтального	10"	15"	30"	45"	45"
вертикального	10"	20"	25"	45"	–
Масса прибора, кг	11	5	4,5	3,5	2,5

- 1 – установочная плата;
- 2 – наводящий винт лимба горизонтального круга;
- 3 – диоптрийное кольцо окуляра отсчетного устройства;
- 4 – зеркальце для подсветки отсчетного микроскопа;
- 5 – колонка;
- 6 – вертикальный круг;
- 7 – паз для закрепления ориентир-бусоли;
- 8 – объектив зрительной трубы;
- 9 – коллиматорный визир;
- 10 – закрепительный винт зрительной трубы;
- 11 – кремальера;
- 12 – диоптрийное кольцо окуляра зрительной трубы;
- 13 – наводящий винт зрительной трубы;
- 14 – цилиндрический уровень;
- 15 – наводящий винт алидады горизонтального круга;

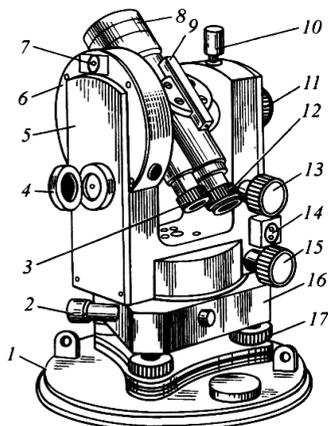


Рисунок 5.8 – Теодолит 2Т30

16 – подставка; 17 – подъемные винты.

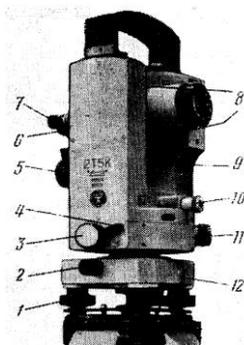


Рисунок 5.9 – Теодолит 2Т5К:

- 1 – подъемные винты;
- 2 – закрепительный винт подставки;
- 3 – наводящий винт алидады горизонтального круга;
- 4 – рычаг закрепительного устройства;
- 5 – наводящее устройство зрительной трубы;
- 6 – окуляр зрительной трубы;
- 7 – окуляр отсчетного микроскопа;
- 8 – визирь;
- 9 – колонка;
- 10 – оптический центрир;
- 11 – винт перестановки лимба;
- 12 – подставка.

5.4 Поверки и юстировки теодолитов

При изготовлении и сборке теодолита, после длительного хранения, ремонта, транспортировки положение его отдельных частей отличается от идеальной теоретической схемы, что приводит к появлению так называемых инструментальных погрешностей измерения. **Инструментальные погрешности** разделяют на две группы.

1) вызванные неточностью изготовления и сборки приборов и их частей. К ним относятся погрешности нанесения штрихов на лимбе, недостаточное качество изготовления оптики зрительной трубы, несовпадение центров лимба и алидады (эксцентриситет алидады), плохая работа зажимных и наводящих винтов и т. д. В приборах малой точности при современном уровне их изготовления влияние этих погрешностей обычно пренебрегаемо мало;

2) полученные из-за несоблюдения геометрической схемы теодолита. Эта группа погрешностей выявляется в результате специально производимых поверок теодолита и устраняется с помощью его последующей юстировки или регулировки.

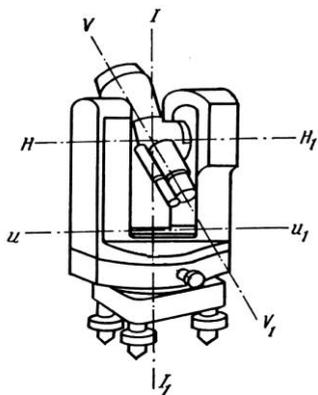


Рисунок 5.8 – Схема основных осей теодолита

Схема основных осей теодолита приведена на рисунке 5.8. Основные оси теодолита: V_1 – вертикальная (ось вращения алидады горизонтального круга); H_1 – горизонтальная (ось вращения зрительной трубы); u_1 – ось уровня горизонтального круга (касательная к внутренней поверхности ампулы в нуль-пункте); VV_1 – визирная (прямая,

проходящая через оптический центр объектива и пересечение сетки нитей).

Основные геометрические условия, которые должны выполняться в теодолите, обусловлены принципиальной схемой измерения углов. Эти условия заключаются в следующем: вертикальная (основная) ось (ось вращения теодолита) должна быть отвесна; плоскость лимба должна быть горизонтальна, визирная плоскость должна быть вертикальна.

Для проверки соблюдения этих геометрических условий выполняют **поверки** теодолита. Если в результате поверки будет установлено нарушение отдельных требований, теодолит необходимо исправить путем соответствующей **юстировки** (регулировки). Производство измерений без предварительного выполнения проверок и юстировки недопустимо.

Рассмотрим основные проверки теодолита.

1 *Ось цилиндрического уровня (u_1) при алидаде горизонтального круга должна быть перпендикулярна к вертикальной оси (Π_1) теодолита.*

Для проверки уровень ставят по направлению двух подъемных винтов и приводят этими винтами пузырек уровня в нуль-пункт. Затем поворачивают алидаду с уровнем на 180° . Если пузырек уровня сойдет с нульпункта более чем на одно деление, то условие поверки не выполнено. Между положением оси уровня u_1u_1 и u_2u_2 образуется угол α , величина, которого определится дугой отклонения пузырька от нульпункта (рисунок 5.9). Как видно из рисунка, для юстировки уровня нужно его

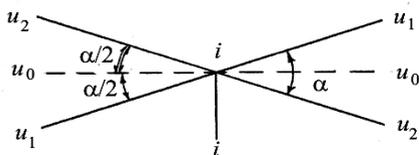


Рисунок 5.9 – Схема проверки уровня

исправительными винтами передвинуть пузырек к нуль-пункту на половину величины отклонения ($\alpha/2$). Тогда ось уровня примет правильное положение u_0u_0 , перпендикулярное к вертикальной оси прибора ii . Эти действия повторяют до тех пор, пока пузырек уровня не будет отклоняться от нуль-пункта не более чем на одно деление.

2 *Визирная ось зрительной трубы (VV_1) должна быть перпендикулярна к горизонтальной оси (оси вращения трубы HH_1).*

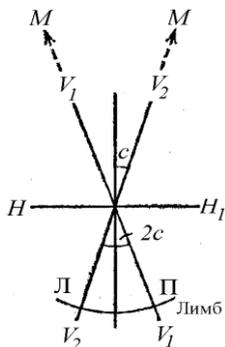


Рисунок 5.10 – Схема проверки визирной оси

Угол отклонения визирной оси VV_1 от перпендикуляра к горизонтальной оси HH_1 называется *коллимационной погрешностью* (рисунок 5.10). Для проверки выполнения этого условия наводят зрительную трубу на какую-либо

удаленную точку M , находящуюся примерно на одном уровне с осью вращения трубы при положении вертикального круга справа от трубы („круг право“) и снимают отсчет по горизонтальному кругу Π . Затем переводят трубу через зенит, визируют на эту же точку при „круге лево“ (вертикальный круг расположен слева от трубы) и снимают отсчет по горизонтальному кругу (\mathcal{L}). При отсутствии коллимационной погрешности соблюдается равенство

$$\mathcal{L} - \Pi \pm 180^\circ = 0.$$

Если коллимационная погрешность имеет место, то при наведении трубы при круге право визирная ось займет положение V_1V_1 , а правильный отсчет по лимбу будет (см. рисунок 5.10)

$$N = \Pi + c. \quad (5.1)$$

При втором наведении при круге лево визирная ось займет положение V_2V_2 , а правильный отсчет по лимбу составит

$$N = \mathcal{L} - c \pm 180^\circ. \quad (5.2)$$

Сравнивая (5.1) и (5.2), видим, что коллимационная погрешность влияет на отсчеты по лимбу с разными знаками. Сложив равенства (5.1) и (5.2) и разделив на два, получим

$$N = (\Pi + \mathcal{L} \pm 180^\circ) / 2,$$

то есть среднее из отсчетов при круге лево и при круге право свободно от влияния коллимационной погрешности.

Для определения коллимационной погрешности вычтем (5.1) из (5.2):

$$\mathcal{L} - \Pi - 2c \pm 180^\circ = 0 \quad \text{или} \quad \mathcal{L} - \Pi \pm 180^\circ = 2c,$$

отсюда

$$c = (\mathcal{L} - \Pi \pm 180^\circ) / 2. \quad (5.3)$$

Для исключения влияния коллимационной погрешности устанавливают на лимбе средний отсчет N . Центр сетки нитей при этом сойдет с точки M . Затем при помощи исправительных винтов сетки нитей передвигаем ее до совмещения центра сетки нитей с изображением точки M . После этого сетку нитей закрепляют и поверку повторяют до тех пор, пока коллимационная погрешность не будет превышать двойной точности отсчетного устройства теодолита.

3 Горизонтальная ось вращения зрительной трубы (HH_1) должна быть перпендикулярна к вертикальной оси (VV_1) теодолита.

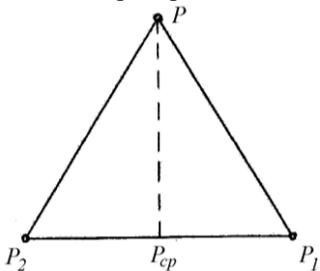


Рисунок 5.11 – Схема поверки горизонтальной оси

Для проверки выполнения этого условия устанавливают теодолит в 20–30 м от стены здания. Приводят, с помощью уровня, алидаду в горизонтальное положение и наводят центр сетки нитей на какую-либо высоко расположенную точку P на стене здания (рисунок 5.11). Затем, при закрепленной алидаде, опускают трубу примерно до горизонтального положения и отмечают карандашом на стене проекцию сетки нитей P_1 . Переведя трубу через зенит, вновь наводят ее на ту же точку и аналогичным способом получают ее вторую проекцию P_2 при другом положении вертикального круга. Если обе точки находятся в пределах биссектора сетки нитей – условие выполнено P_{cp} . Несовпадение положения точек P_1 и P_2 будет характеризовать двойную величину погрешности. Исправление недопустимой погрешности возможно только в специальной мастерской

4 *Одна из нитей должна быть параллельна, а другая перпендикулярна к вертикальной оси.*

Приводят алидаду в горизонтальное положение и наводят пересечение сетки нитей на нить укрепленного в 10–20 м от теодолита отвеса. Если вертикальный штрих сетки нитей совпадает со шнуром отвеса – условие выполнено. В противном случае следует ослабить закрепительные винты сетки нитей и повернуть диафрагму на требуемый угол (до совпадения вертикального штриха сетки нитей с линией отвеса). Вслед за этим необходимо повторить проверку перпендикулярности визирной оси трубы и оси ее вращения (поверку 2).

5.5 Измерение горизонтальных углов. Точность измерений

Работа по измерению углов на станции выполняется в следующем порядке:

- установка теодолита в рабочее положение;
- измерение горизонтальных углов (направлений);
- обработка журнала наблюдений и контроль измерений.

Для **установки теодолита в рабочее положение** нужно выполнить три действия:

1 **Ц е н т р и р о в а н и е**. Центрирование, или установку оси вращения прибора над вершиной угла выполняют с помощью отвеса (нитяного или оптического) путем перемещения теодолита и штатива до тех пор, пока острие грузика отвеса или пересечение сетки нитей оптического отвеса не установится над вершиной угла.

2 **Г о р и з о н т и р о в а н и е.** Горизонтирование, или приведение оси вращения прибора в отвесное положение, выполняют следующим образом. Устанавливают уровень при алидаде горизонтального круга по направлению двух подъемных винтов и, действуя ими, приводят пузырек уровня в нуль-пункт. Затем поворачивают алидаду на 90° , располагая ось уровня по направлению третьего подъемного винта. Вращая этот винт, вновь приводим пузырек уровня в нуль-пункт. Эти действия повторяют до тех пор, пока при повороте алидады пузырек уровня не будет отклоняться более чем на одно деление.

3 **У с т а н о в к а з р и т е л ь н о й т р у б ы д л я н а б л ю д е н и й.** Состоит в установке трубы по глазу и предмету. Установку трубы по глазу осуществляют вращением окулярной трубочки до тех пор, пока штрихи сетки нитей не будут видны четко. Установку трубы по предмету осуществляют вращением кремальеры (у теодолита Т-30) или фокусирующего кольца трубы (у теодолитов Т5, Т2 и т. д.) до тех пор, пока изображение предмета не получится четким.

Для **измерения горизонтальных углов** наиболее часто применяются способ приемов (для измерения одного угла) и способ круговых приемов (при измерении углов на станции между тремя направлениями и более).

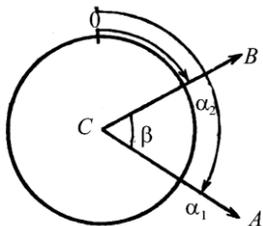


Рисунок 5.12 – Способ приемов

С о с о б п р и е м о в. Для измерения угла ACB (рисунок 5.12) теодолит устанавливают над вершиной угла C , приводят его в рабочее положение и закрепив лимб, вращением алидады наводят трубу на правую точку A . Закрепив алидаду, производят отсчет a_1 по горизонтальному кругу, например $a_1 = 119^\circ 42'$. Затем открепляют алидаду, визируют на левую точку B и делают отсчет a_2 , например, $a_2 = 57^\circ 14'$. Величина измеряемого угла

$$\beta = a_1 - a_2 = 119^\circ 42' - 57^\circ 14' = 62^\circ 28'.$$

Если отсчет на точку A меньше отсчета на точку B , то его увеличивают на 360° .

Такие действия по измерению угла называют *первым полуприемом*. Первый полуприем обычно выполняют при круге лево (КЛ).

Для контроля, ослабления влияния систематических погрешностей прибора и повышения точности угол измеряют при втором положении вертикального круга (КП), сместив лимб на $3-5^\circ$. Для *выполнения второго полуприема* переводят трубу через зенит и, открепив закрепительный винт лимба, поворачивают его на 180° . Измерение угла производят так же, как и в первом полуприеме. По полученным отсчетам вторично вычисляют

величину угла. Расхождение значений углов между полуприемами не должно превышать двойной точности отсчета теодолита.

Два полуприема составляют один полный прием. За окончательный результат принимают среднее арифметическое из двух значений. Для повышения точности угол можно измерять несколькими приемами с перестановкой лимба между приемами на угол $180^\circ/n$, где n число приемов.

С п о с о б к р у г о в ы х п р и е м о в. Этот способ применяют в тех случаях, когда необходимо измерить ряд углов при одной вершине. Пусть требуется измерить углы при точке A (рисунок 5.13). Для этого теодолит устанавливают в точке A и приводят его в рабочее положение. Затем, вращая алидаду по ходу часовой стрелки при закрепленном лимбе, последовательно визируют на все точки по заданным направлениям и берут отсчеты. Последнее наведение делают на начальное направление, чтобы убедиться в неподвижности лимба. Эти действия составляют *первый полуприем* (например, при круге лево).

Во *втором полуприеме* (при круге право) переводят трубу через зенит и последовательно визируют на все направления, но в обратном порядке – против хода часовой стрелки.

По результатам наблюдений вычисляют средние значения отсчетов по направлениям, как среднее арифметическое отсчетов при круге лево и круге право. По средним значениям направлений можно вычислить любой угол как разность соответствующих направлений его сторон. Например, согласно рисунку 5.13,

$$\beta_1 = AC - AB; \beta_2 = AD - AC \text{ и т. д.}$$

В зависимости от требуемой точности углы измеряют различным числом приемов. Между приемами лимб переставляют на $180^\circ/n$, где n – число приемов. Способ круговых приемов применяется в сетях триангуляции и полигонометрии 2-го класса и ниже, а также при развитии специальных геодезических сетей.

Т о ч н о с т ь измерения горизонтальных углов. На точность измерения горизонтальных углов оказывают влияние следующие *погрешности*:

- 1) центрирования (зависит от неточности установки теодолита над точкой и длины стороны);
- 2) редукции (возникает из-за неточной установки визирных целей над точками);

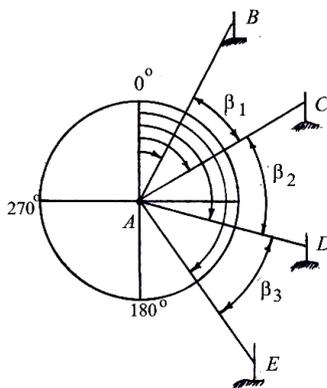


Рисунок 5.13 – Способ круговых приемов

3) визирования (зависит от точности наведения зрительной трубы на визирную цель и от увеличения зрительной трубы);

4) снятия отсчета (зависит от цены деления шкалы отсчетного устройства).

Совместное влияние перечисленных погрешностей не должно превышать двойной точности отсчетного устройства теодолита, если при измерениях не было грубых просчетов.

5.6 Измерение вертикальных углов. Место нуля и его поверка

Вертикальным углом, или **углом наклона**, называют угол между направлением на наблюдаемую точку и ее горизонтальной проекцией. Если наблюдаемая точка расположена выше уровня горизонтальной оси вращения трубы, то угол будет **положительным**, а если ниже – **отрицательным**.

Измерение вертикальных углов (углов наклона) выполняется при помощи вертикального круга теодолита (рисунок 5.14). Лимб вертикального круга жестко скреплен с осью трубы и вращается вместе с ней. Алидада расположена на оси вращения трубы, но не скреплена с ней и при вращении остается неподвижной. В технических теодолитах вертикальный круг оцифрован от 0 до 360°. Диаметр 0–180° располагается параллельно визирной оси трубы.

Для удобства вычисления вертикальных углов ставится условие: когда визирная ось зрительной трубы горизонтальна и пузырек уровня алидады вертикального круга находится на середине, нулевые деления должны совпадать с нулевыми делениями лимба (то есть отсчет будет равен 0°). Однако это условие может быть нарушено, и отсчет будет отличаться от нуля.

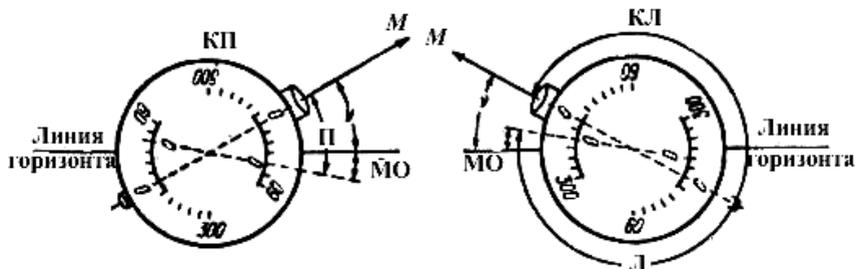


Рисунок 5.14 – Схема измерения вертикальных углов

Отсчет по вертикальному кругу, когда визирная ось трубы горизонтальна, а пузырек уровня при алидаде находится в нуль-пункте, называется *местом нуля вертикального круга* и обозначается М0.

Определение углов наклона. Зрительную трубу при круге право (КП) наводят на некоторую точку M (см. рисунок 5.14). Приводят пузырек уровня алидады вертикального круга в нуль-пункт и берут отсчет Π по вертикальному кругу. Как видно из рисунка, этот отсчет будет больше угла наклона на величину M_0 . То есть измеренный угол

$$v = \Pi - M_0. \quad (5.4)$$

Такие же действия выполняют при круге лево (КЛ). Отсчет L (см. рисунок 5.14) также будет больше на величину M_0 . Угол наклона в этом случае

$$v = M_0 + (360^\circ - L). \quad (5.5)$$

В тех случаях, когда из малых отсчетов приходится вычитать большие, то к малым прибавляют 360° . Тогда полученная формула примет вид

$$v = M_0 - L. \quad (5.6)$$

Решив уравнения (5.4) и (5.6) относительно v и M_0 , найдем:

$$v = (\Pi - L) / 2; \quad (5.7)$$

$$M_0 = (\Pi + L) / 2. \quad (5.8)$$

В теодолите Т-30 деления вертикального круга подписаны против хода часовой стрелки и отсчитывание выполняется по одной стороне круга, поэтому для вычисления значений M_0 и v применяют формулы

$$M_0 = (\Pi + L + 180^\circ) / 2; \quad (5.9)$$

$$v = L - M_0 = M_0 - \Pi - 180^\circ; \quad (5.10)$$

$$v = (L - \Pi - 180^\circ) / 2 \quad (5.11)$$

При вычислениях по этим формулам к значениям L , Π и M_0 , меньшим 90° , следует прибавлять 360° .

П о р я д о к и з м е р е н и я в е р т и к а л ь н ы х у г л о в. Устанавливают теодолит в рабочее положение. Затем наводят пересечение сетки нитей при круге лево (КЛ) на наблюдаемую точку. Приводят пузырек уровня алидады вертикального круга в нуль-пункт и берут отсчет по вертикальному кругу (L). Затем переводят трубу через зенит и те же действия повторяют при круге право, получая отсчет (Π). По результатам измерений, используя формулы (5.4) – (5.8), вычисляют M_0 и вертикальный угол v .

При измерении углов наклона теодолитом Т-30 перед снятием отсчета по вертикальному кругу необходимо с помощью подъемных винтов привести на середину ампулы пузырек уровня при алидаде горизонтального

круга (уровень при алидаде вертикального круга отсутствует). M_0 и угол наклона вычисляют по формулам (5.9) – (5.11).

При измерении углов наклона приборами с компенсатором (теодолит Т5К, электронный тахеометр), заменяющим уровень при алидаде вертикального круга, отсчет берут спустя 2 с после наведения трубы на предмет, так как прибор находится в рабочем положении, если пузырек круглого приведен в нуль-пункт вращением подъемных винтов.

Правильность измерения контролируется постоянством M_0 , колебания которого не должны превышать двойной точности отсчетного устройства теодолита. Поверка выполняется в следующем порядке. Наблюдают одну и ту же точку при круге право и круге лево. Определяют величину M_0 . Если она окажется больше двойной точности отсчетного устройства теодолита, то производят исправление M_0 . Для этого у теодолита Т-5 устанавливают вращением трубы отсчет равный M_0 . Пузырек уровня алидады вертикального круга при этом должен быть в нуль-пункте.

Затем с помощью микрометричного винта алидады устанавливают отсчет по вертикальному кругу, равный 0° , при этом пузырек уровня сойдет с нуль-пункта. Действуя исправительными винтами уровня, приводят пузырек в нуль-пункт. Для контроля поверку повторяют.

У теодолита Т-30 исправление M_0 выполняют следующим образом. Устанавливают при круге лево на вертикальном круге отсчет, равный углу наклона $v = L - M_0$, при помощи наводящего винта. При этом горизонтальный штрих сетки нитей сойдет с наблюдаемой точки. После этого, ослабив боковые исправительные винты сетки нитей и действуя вертикальными исправительными винтами, совмещают горизонтальный штрих сетки нитей с изображением наблюдаемой точки. После закрепления оправы сетки нитей поверку повторяют.

Точность измерения вертикальных углов. Средняя квадратическая погрешность m_ν измерения вертикального угла составляет не более $1,5m_\beta$ аналогичной ошибки горизонтального угла. Надежному измерению вертикального угла способствует выполнение следующих условий: аккуратное обращение с теодолитом, регулярный контроль разворота сетки нитей и ошибки M_0 , визирование целей при двух положениях круга. Значение M_0 должно быть неизменным в пределах двойной точности прибора. При колеблющихся изображениях целей (из-за конвекции воздуха при нагреве почвы) наблюдения лучше прекратить, прохождение визирного луча следует фиксировать не ближе 1 м от местных предметов, соблюдать точное центрирование.

5.7 Простейшие угломерные приборы: экер и эклиметр

Экер. Прибор для построения на местности прямых углов называется экером. Экеры бывают различных видов: крестообразные, двухзеркальные, призмные, восьмигранные. Наибольшее применение получил двухзеркальный экер (рисунок 5.15, а). Экер состоит из трехгранного металлического корпуса 3, к граням которого с внутренней стороны под углом 45° прикреплены колодочки с зеркалами 1 и 5. Угол между зеркалами регулируют винтами 6 и 7. Над зеркалами вырезаны окна 2 и 4. К корпусу экера привинчена ручка 8. При построении прямого угла наблюдателю необходимо центрировать ручку экера над точкой. Для этого на ручке есть кольцо 9, к которому крепится нитяной отвес.

Для построения прямого угла (рисунок 5.15, б) в точке O к створу AB необходимо, чтобы в зеркале ab была видна цель, установленная в точке A . Одновременно по створу в окне над зеркалом ab «на глаз» выставляют вторую визирную цель, перемещаемую по створу до совпадения ее изображения с изображением исходной визирной цели.

Визирная цель устанавливается в точке, от которой должен быть опущен перпендикуляр к створу AB . Наблюдатель с экером перемещается вдоль створа линии AB до совмещения визирных целей, видимых в окне.

Из теории экера следует, что угол между двумя зеркалами должен равняться 45° . Для проверки этого условия поступают так. В створе линии AB в

точке C дважды восстанавливают перпендикуляр: сначала ориентируясь по точке A , а затем по точке B . Если угол между зеркалами равен 45° , то визирные цели, устанавливаемые в точке C , совпадут. При несовпадении положения посередине устанавливают визирную цель и, действуя исправительными винтами, перемещают одно зеркало до тех пор, пока одна из вех в переднем зеркале не окажется продолжением средней визирной цели.

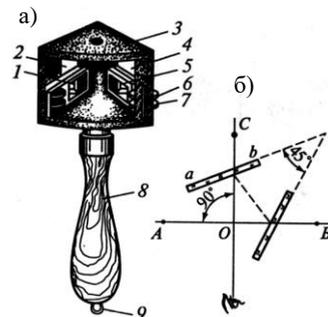
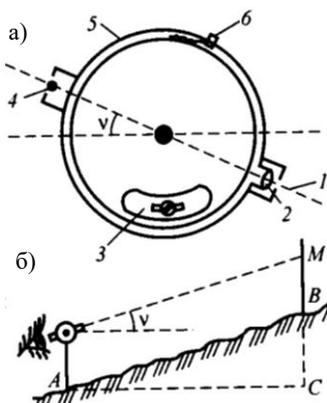


Рисунок 5.15 – Двухзеркальный экер:
а – внешний вид; б – построение прямого угла над точкой O



5.16 – Эклиметр:
а – внешний вид;
б – измерение угла наклона

Точность восстановления перпендикуляра экером составляет $15 - 30'$.

Эклиметр. Это прибор для измерения углов наклона линии местности. Наиболее распространенным является маятниковый эклиметр (рисунок 5.16, а). Эклиметр состоит

из круглой металлической коробки 5, внутри которой свободно вращается кольцо с градусными делениями. К кольцу прикреплен груз 3, под действием которого нулевой диаметр градусного кольца занимает горизонтальное положение. Деления нанесены от нулевого положения в обе стороны от 0 до 30°. Для возможности визирования по заданному направлению к коробке прикреплена визирная трубка 2 с двумя диоптрами – глазным 1 и предметным 4. Глазной диоптр представляет собой узкую щель, а предметный – металлическую нить. При помощи арретира градусное кольцо в нерабочем состоянии удерживается в неподвижном положении.

Для измерения угла наклона ν линии AB в точке A становится наблюдатель с эклиметром, в точке B устанавливают вежу с меткой M на высоте глаза наблюдателя (рисунок 5.16, б). Наблюдатель (в точке A), глядя в трубку эклимента, наводит ее на точку M и нажатием кнопки б освобождает кольцо. Когда колебание кольца прекратится, против нити предметного диоптра 4 берут по делениям отсчет угла наклона ν .

Перед работой эклиметр должен быть поверен. Из устройства эклимента следует, что при горизонтальном положении плоскости диоптров отсчет на градусном кольце должен быть равен 0°. Для проверки этого условия измеряют угол наклона одной и той же линии в прямом и обратном направлении.

Оба результата должны быть одинаковы. В противном случае надо переместить груз 3 в такое положение, при котором отсчет равен среднему из прямого и обратного измерений.

5.8 Электронные теодолиты и тахеометры

Высокие требования, предъявляемые к качеству и точности строительно-монтажных работ, привело к созданию целого ряда геодезических приборов нового поколения. К таким высокоточным и высокопроизводительным геодезическим средствам измерений относится новое поколение приборов, позволяющих выполнять все измерения в автоматизированном режиме.



Такие измерительные приборы снабжены встроенными вычислительными и запоминающими устройствами, дающими возможность регистрировать и хранить результаты измерений, использовать их для дальнейшей обработки.

Для автоматизации полевых измерений при производстве топографических съемок и других

Рисунок 5.17 – Тахеометр
LEICA TPS1200

видов инженерно-геодезических работ созданы высокоточные электронные теодолиты и электронные тахеометры (рисунок 5.17). Электронный теодолит, в отличие от обычных оптических теодолитов, имеет на горизонтальном и вертикальном кругах высокоточные датчики углов, от которых отсчеты передаются на индикацию и регистрацию.

Электронным тахеометром называется прибор, объединяющий в себе светодальномер, электронный теодолит и микроЭВМ. Светодальномер прибора измеряет расстояние до отражателя, который устанавливают на штативе или на переносимой с точки на точку вешке. МикроЭВМ обеспечивает решение целого ряда задач, для чего электронный тахеометр снабжен набором необходимых прикладных программ.

Электронный тахеометр имеет панель управления, на которой расположена клавиатура для управления процессом измерений и ввода информации, и дисплей. Ввод информации возможен и с дистанционного пульта (контроллера). Тахеометр может иметь световой указатель направления створа, что облегчает установку отражателя по направлению визирования.

Программное обеспечение электронных тахеометров дает возможность решать широкий круг задач. Предусмотрен ввод и сохранение данных о станции: ее координаты, номер точки, высота прибора, имя оператора, дата, время, сведения о погоде. По результатам измерений выполняется вычисление горизонтальных и вертикальных углов, дирекционных углов линий, определение магнитного азимута, горизонтальных проложений, превышений, высот точек, приращений координат, определение плоских и пространственных координат точек.

Предусмотрена возможность вычисления координат по результатам засечек, вычисления расстояния и координат точки недоступной для установки отражателя, определение высоты не доступного объекта. Для выполнения разбивочных работ существуют программы вычисления угла и расстояния для выноса точки с заданными координатами.

В комплект тахеометра входят: штативы, отражатели, зарядное устройство, источники питания, принадлежности для юстировки и ухода за ним.

Существуют роботизированные электронные тахеометры, которые по заданной программе сами находят положение отражателей, измеряют расстояние до них, горизонтальные и вертикальные углы и вычисляют координаты каждого отражателя.

Использование электронных тахеометров повышает производительность труда, упрощает и сокращает время на обработку результатов измерений.

Исключаются ошибки наблюдателя, которые возникают при визуальном снятии отсчетов, выполнении вычислений.

Электронные тахеометры нашли самое широкое применение при создании геодезических сетей, в инженерных изысканиях, строительстве, при наблюдениях за деформациями сооружений, землеустроительных работах.

6 ИЗМЕРЕНИЕ РАССТОЯНИЙ

6.1 Общие сведения о линейных измерениях

Измерение длин линий на местности – это один из самых распространенных видов геодезических измерений. Ни одна геодезическая работа не обходится без линейных измерений. Измерение длин линий на местности можно производить непосредственным или косвенным способами. При непосредственном способе используют мерные приборы – землемерные ленты и рулетки. При косвенном способе для определения длины линии измеряют вспомогательные величины (углы, базисы, физические параметры), а расстояния вычисляют по формулам, связывающим измеряемые параметры и длину линии.

Приборы для измерения расстояний косвенным способом называют **дальномерами**. Различают дальномеры оптические, светодальномеры и лазерные рулетки.

Точность измерения расстояний непосредственным способом обычно составляет 1:1000–1:2000 для землемерных лент и 1:3000 – для измерительных рулеток.

Точность измерения расстояний оптическими дальномерами составляет 1:300–1:2000 в зависимости от применяемого прибора и способа измерений. Точность определения расстояний светодальномерами и лазерными рулетками колеблется в зависимости от условий измерений от 1:10000 до 1:500000 длины линии. При этом для светодальномеров используются специальные отражатели света, устанавливаемые на второй точке измеряемой линии, а лазерные рулетки могут работать без отражателей.

6.2 Обозначение точек на местности

Точки местности необходимые для измерения линий, должны быть обозначены и закреплены.

Закрепление точек, в зависимости от их назначения и местных условий, производится по-разному. Чем важнее точка местности для выполняемых геодезических работ, тем прочнее и основательнее она закрепляется. В простейших случаях точки закрепляются деревянными

колыями различной длины, забиваемыми в землю; для большей сохранности точка окапывается вокруг канавкой по форме треугольника или квадрата. В тех случаях, когда точки имеют важное значение и должны быть сохранены на более длительный период времени, их закрепляют деревянными столбами, металлическими стержнями, разного рода трубами, отрезками рельсов, железобетонными знаками и т. п.

Для возможности визирования с точки на точку последние обозначаются на местности видимыми издали наружными знаками различных типов и конструкций. Наиболее часто точки местности обозначаются разного рода вехами. Обычно применяются переносные ручные вехи или вешки, представляющие собой правильно раскрашенные тонкие жерди длиной 2–2,5 м с насаженным на конце железным наконечником.

6.3 Вешение линий

Положение прямой линии на местности определяется двумя вехами, поставленными на ее концах. Если линию требуется обозначить более подробно, то ее необходимо провешить, то есть выставить на ней ряд промежуточных вех так, чтобы они находились в створе линии – в одной вертикальной плоскости, проходящей через данную линию. Необходимость в вешении линии возникает преимущественно при их измерении. Вехи обычно устанавливаются через каждые 100–200 м в равнинной и через 20–100 м в холмистой местности, в зависимости от видимости ранее выставленных вех. Вешение линий может производиться на глаз и инструментально, с помощью теодолита.

Рассмотрим основные случаи вешения линий.

Вешение линии между двумя данными точками. Пусть требуется провешить линию AB (рисунок 6.1), причем точки A и B взаимно видимы и обозначены вехами. Если вешение производится на глаз, то наблюдатель становится на продолжении линии AB возле точки A , а помощник по указанию наблюдателя выставляет последовательно ряд вех (1, 2, 3 и т. д.) так, чтобы все они находились в створе линии AB . Вехи при этом устанавливают отвесно.

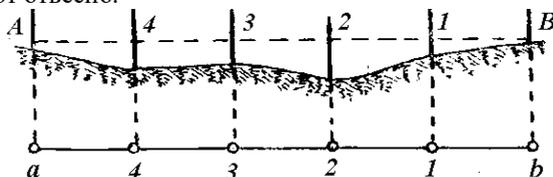


Рисунок 6.1 – Вешение линии между двумя точками

Вешение линии можно производить в направлении «на себя» и «от себя». Вешение на себя дает более точные результаты, так как при этом ранее выставленные вехи не закрывают последующих.

Продолжение линии по двум данным точкам. Если требуется, например, продолжить линию $A-4$ (см. рисунок 6.1), то вешение следует производить на себя, отступая назад по продолжению линии, и выставлять в створе линии последовательно вехи 3, 2 и т. д. В этом случае вешение может выполнить один наблюдатель без помощника.

Вешение линии с недоступными точками или через гору. Если требуется провешить линию между недоступными точками A и B (рисунок 6.2), или когда между ними находится возвышенность, не позволяющая видеть из одной точки другую, то путем последовательного приближения к линии выставляют в створе линии одновременно две вехи – C и D . Рабочие, которые выставляют эти вехи, **должны последовательно перемещаться относительно друг друга** до тех пор, пока правый рабочий не дойдет до створа DCA , а левый – до створа CDB . Схема перемещения рабочих показана на рисунке 6.2.

В случае когда возвышенность между точками A и B такова, что не позволяет найти место, из которого двоим были бы видны концы линии, то установку вех путем последовательного приближения к створу линии делают три человека. Схема их перемещения представлена на рисунке 6.3.

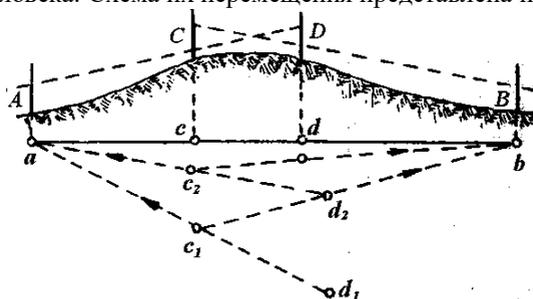


Рисунок 6.2 – Вешение линии через гору

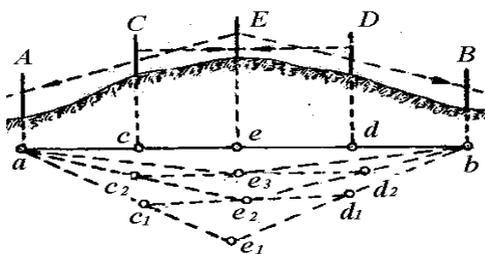


Рисунок 6.3 – Вешение при помощи трех человек

Вешение линии через овраг. При вешении линии через глубокий и широкий овраг или долину порядок установки вех бывает различным, в зависимости от расположения данных точек *A* и *B* и характера склонов оврага. Вешение линии через овраг показано на рисунке 6.4. Последовательность установки вех указана их нумерацией.

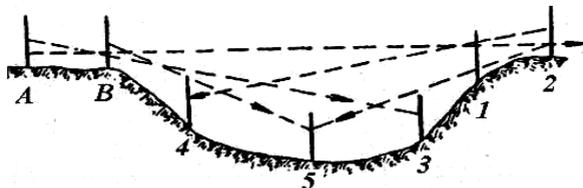


Рисунок 6.4 – Вешение через овраг

Длинные линии (километр и более) следует вешить с помощью бинокля или инструмента, снабженного зрительной трубой.

6.4 Землемерные ленты и рулетки. Их устройство и компарирование

Непосредственное измерение линий на местности, в зависимости от требуемой точности, производится различными способами и разными мерными приборами.

Мерными приборами называют ленты, рулетки, проволоки, которыми измеряют расстояние путем укладки прибора в створе измеряемой линии.

Мерная лента типа ЛЗ (**л**ента **з**емле**м**ерная) изготавливается из стальной полосы шириной до 25 мм и длиной 20, 24 или 50 м (рисунок 6.5, *a*). Наиболее распространены 20-метровые ленты. На концах ленты имеются штрихи, обозначающие начало и конец ленты. Против штрихов сделаны вырезы для фиксирования конца ленты втыкаемой в землю шпилькой (рисунок 6.5, *б*). Метровые деления ленты отмечены латунными пластинами с выбитыми на них цифрами, указывающими число метров от одного из концов. Для удобства измерения метры нумеруются на одной стороне ленты от одного конца, а на другой – от другого. Полуметровые деления отмечены заклепками, а дециметровые – отверстиями диаметром 2 мм. Для хранения ленту наматывают на специальное кольцо. К ленте прилагается комплект из шести или одиннадцати шпильек. Для переноски шпильки одевают на проволочное кольцо.

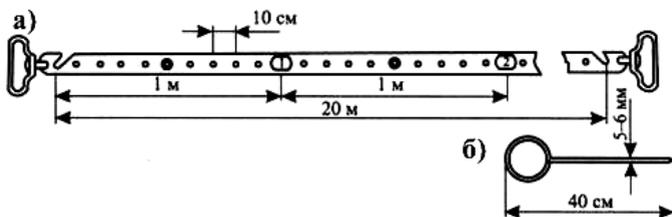


Рисунок 6.5 – Мерная лента ЛЗ и шпилька

Землемерная лента шкаловая (ЗЛШ) отличается от ленты ЛЗ наличием на ее концах шкал с миллиметровыми делениями. Длины отрезков на концах ленты с миллиметровыми делениями равны 10 см. Номинальной длиной ленты является расстояние между нулевыми делениями шкал.

Рулетки – узкие измерительные ленты, изготавливаемые из углеродистой или нержавеющей стали длиной 1; 2; 5; 10; 20; 30; 50 и 100 м и покрытые иногда защитным слоем пластмассы. На полотно рулетки наносят штрихи – деления через 1 мм по всей длине или только на первом дециметре. В этом случае все остальное полотно размечают сантиметровыми делениями. Цифры на рулетках подписаны у каждого сантиметрового, дециметрового и метрового деления (рисунок 6.6, в).

Стальные рулетки выпускают в закрытом корпусе (рисунок 6.6, б) либо с полотном, намотанным на вилку (тип РВ) (рисунок 6.6, а) или на крестовину (тип РК). Для измерения коротких отрезков металлические рулетки делают изогнутыми по ширине – желобковыми. Длинномерные рулетки применяют в комплекте с приборами для натяжения – динамометрами. Пружинными динамометрами обеспечивают натяжение рулетки до 100 Н (стандартное натяжение, равное усилию 10 кг).

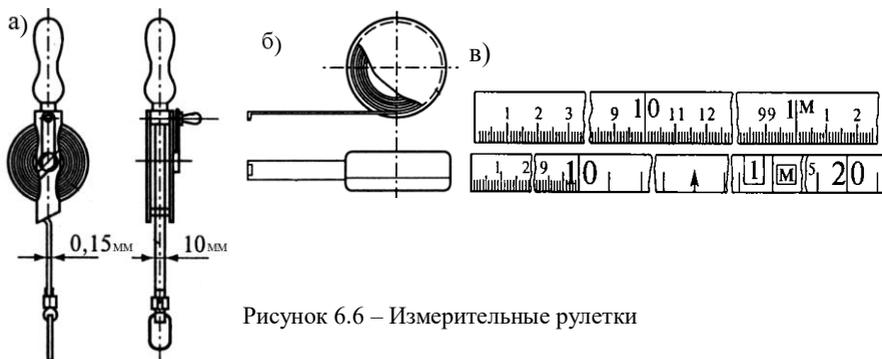


Рисунок 6.6 – Измерительные рулетки

Для высокоточных измерений применяют рулетки, изготовленные из *инвара* (сплав из 64 % железа, 35,5 % никеля и 0,5 % различных примесей), имеющего малый коэффициент линейного расширения.

Для измерений с пониженной точностью используют *тесемьяные* и *фибергласовые* рулетки. Они удобны, в частности, при съемке железнодорожных путей, где металлические рулетки неприменимы из-за возможного замыкания ими электрических рельсовых цепей.

До начала работы измерительные ленты, рулетки должны быть проверены путем сравнения их длины с другим мерным прибором, длина которого точно известна. Процесс сравнения длины рабочего измерительного прибора с эталонным называется **компарированием**. За эталоны принимают отрезки линий на местности или в лаборатории, длины которых известны с высокой точностью.

Компарирование можно выполнить следующим образом. На ровной поверхности укладывают рабочий измерительный прибор, а рядом – эталонный. Натянув их с одинаковой силой, определяют, насколько отличаются их длины. Для надежности измерения выполняют несколько раз, и за окончательный результат принимают среднее.

В результате компарирования находят отклонение длины от ее номинального значения

$$\Delta l_k = l - l_0,$$

где l – длина, полученная при компарировании;

l_0 – номинальная длина.

Если $\Delta l_k \leq 2$ мм, то им пренебрегают. В противном случае в результаты измерений вводят поправку за компарирование.

Рулетки, предназначенные для высокоточных измерений, компарируют на стационарных компараторах.

6.5 Измерение линий мерными приборами.

Введение поправок. Точность измерений

Измерение линий стальной лентой производится двумя исполнителями. Один из них находится в начальной точке линии и называется задним мерщиком, другой – передним.

Для измерения линии AB (рисунок 6.7) ленту разматывают и укладывают вдоль линии. Из шести шпилек передний мерщик берет себе пять, оставляя шестую заднему. Задний мерщик втыкает шпильку в землю рядом с

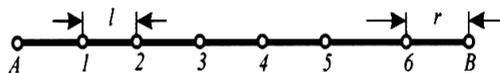


Рисунок 6.7 – Схема измерения расстояния

кольшком, обозначающим начало A измеряемой линии, и зацепляет за нее конец ленты. Ориентируясь выставленными на линии вехами, направляет переднего мерщика так, чтобы лента легла в створе линии AB . Передний мерщик, встряхнув ленту, натягивает ее и через вырез в конце ленты вертикально ставит первую шпильку, прочно воткнув ее в землю (точка 1). Оставив шпильку в точке 1, передний мерщик протягивает ленту вперед по линии, пока задний не дойдет до этой шпильки. Подобно предыдущему, от точки 1 откладывают ленту второй раз, и передний мерщик выставляет на линии вторую шпильку в точке 2. Затем задний мерщик вынимает первую и берет ее с собой, а передний оставляет шпильку в точке 2 и протягивает ленту вперед и т. д. Дойдя до точки B , передний мерщик протягивает ленту дальше по продолжению линии, после чего по ленте отсчитывается длина остатка r (отрезок $B-B$). По окончании измерения подсчитывают шпильки у заднего мерщика, и по их количеству определяют число уложенных лент. В данном примере их было шесть. Если длина ленты 20 м и остаток оказался равным, например, 7,84 м, то вся длина линии AB будет $20 \cdot 6 + 7,84 = 127,84$ м.

Измеренные расстояния при необходимости исправляют поправками за компарирование ленты и за отклонение температуры воздуха от температуры в момент компарирования. Общая длина линии AB вычисляется по формуле

$$D = nl_0 + r + n\Delta l_k + \Delta D_t,$$

где n – число уложений мерного прибора;

l_0 – номинальная длина мерного прибора;

r – остаток, часть мерного прибора при его последнем укладывании;

Δl_k – поправка за компарирование мерной ленты;

ΔD_t – поправка за температуру.

Поправка за температуру

$$\Delta D_t = G (t - t_0) D,$$

где G – коэффициент линейного расширения материала мерного прибора (например, для стальной рулетки $G = 12,5 \cdot 10^{-6}$ м / град);

t – температура мерного прибора во время измерения;

t_0 – температура при которой проводилось компарирование.

При разности температур $(t - t_0) < 8^\circ$ поправка за температуру не учитывается.

Для контроля и повышения точности результатов измерений каждую линию измеряют минимум два раза в прямом и обратном направлениях. При измерении линий лентой обычным способом расхождения между результатами двух измерений не должны превышать: 1:2000 измеренной длины – при благоприятных условиях для измерений, 1:1500 – при средних условиях измерений и 1:1000 – при неблагоприятных условиях

(пересеченная местность, болото, песок и т. д.). Если расхождение между результатами двух измерений допустимо, то за окончательную длину линии принимают среднее арифметическое из двух значений.

6.6 Горизонтальное проложение наклонной линии

Для составления плана необходимо знать горизонтальные проложения линий местности. Если измеренная на местности линия AB имеет длину D (рисунок 6.8) и не горизонтальна, а имеет угол наклона ν , то горизонтальная проекция этой линии $d = AC$ определится по формуле

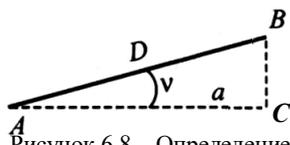


Рисунок 6.8 – Определение поправки за наклон

$$d = D \cos \nu.$$

Вместо горизонтальной проекции линии d на практике часто вычисляют разность $\Delta D = D - d$, которую называют поправкой за наклон линии:

$$\Delta D = D - D \cos \nu = 2D \sin^2 \nu/2. \quad (6.1)$$

По формуле (6.1) составлены таблицы, из которых по аргументам D и ν находится поправка за наклон линии ΔD . Эту поправку необходимо всегда вычитать из D , чтобы получить d .

При обычных измерениях линии лентой поправки за наклон линии учитываются при углах наклона $\nu \geq 2^\circ$. Для углов наклона меньше 2° поправки за наклон сравнительно малы (находятся в пределах точности измерения линий) и поэтому ими можно пренебречь.

Если измеряемая линия местности имеет в разных своих частях различные углы наклона, то поправки за наклон вычисляются для каждой части отдельно. В этом случае поправка для всей линии будет равна сумме поправок ее частей.

6.7 Измерение длин линий дальномерами. Нитяной дальномер, его устройство и точность

Дальномерами называются геодезические приборы, с помощью которых расстояние между двумя точками измеряют косвенным способом. Дальномеры подразделяются на оптические и электронные.

Принцип измерения расстояний оптическими дальномерами основан на решении прямоугольного треугольника, в котором по малому параллактическому углу β и противолежащему катету b (базису) определяют длину другого катета:

$$D = b \operatorname{ctg} \beta.$$

Наиболее распространенным оптическим дальномером является нитяной дальномер. Это дальномер с постоянным параллактическим углом и переменным базисом. Он имеется в зрительных трубах всех геодезических приборов. В поле зрения трубы прибора видны три горизонтальные нити. Две из них, расположенные симметрично относительно средней нити, называются дальномерными. Для измерения линии на одном ее конце устанавливают прибор, а на другом – нивелирную рейку (рисунок 6.9). При горизонтальной визирной оси измеряемое расстояние от оси вращения прибора до вертикальной рейки составит

$$D = D' + f + \delta,$$

где δ – расстояние от объектива до оси вращения трубы.

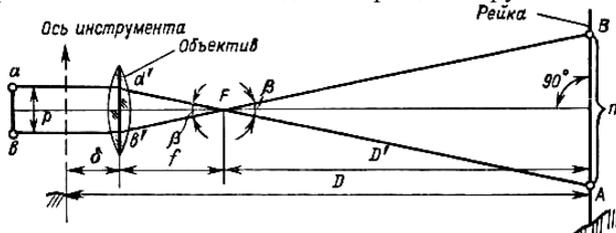


Рисунок 6.9 – Нитяной дальномер

Лучи от дальномерных нитей a и b , пройдя через объектив и передний фокус F , пересекут рейку в точках A и B . Из подобия треугольников AFB и $a'Fb'$ имеем

$$D'/n = f/p,$$

откуда

$$D' = (f/p) n,$$

где f – фокусное расстояние объектива;

p – расстояние между дальномерными нитями.

Отношение $f/p = K$ для данного прибора постоянно и называется коэффициентом дальномера.

Величину $f + \delta$ обозначают через c и называют постоянной дальномера. Для определения искомого расстояния имеем

$$D = Kn + c. \quad (6.2)$$

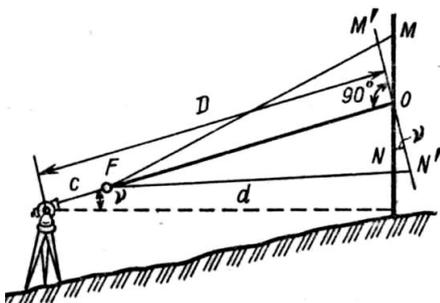


Рисунок 6.10 – Измерение наклонного расстояния нитяным дальномером

Для удобства использования значения f и p при изготовлении прибора подбирают такими, чтобы коэффициент дальномера K был равен 100, а постоянная была минимальна.

Формула (6.2) получена для случая, когда рейка расположена перпендикулярно к визирной оси трубы. При измерениях на местности это условие нарушается, так как при наклонном положении визирной оси рейку устанавливают вертикально (рисунок 6.10). Если рейка наклонена по отношению к визирной оси на угол ν , то вместо правильного отсчета $M'N' = n'$ возьмут отсчет $MN = n$. Эти величины связаны соотношением

$$n' = n \cos \nu.$$

Подставляя значение n' в формулу (6.2), получим

$$D = Kn' + c = Kn \cos \nu + c.$$

Но $d = D \cos \nu$. Тогда

$$d = Kn \cos^2 \nu + c \cos \nu.$$

Величины c и ν малы. Поэтому $c \cos \nu \approx c \cos^2 \nu$. Тогда

$$d \approx (Kn + c) \cos^2 \nu = D \cos^2 \nu.$$

Найти горизонтальное расстояние можно и иначе, введя в измеренное расстояние поправку за наклон:

$$\Delta D_\nu = D - d \approx D(1 - \cos^2 \nu) \approx D \sin^2 \nu.$$

На расстоянии до 200 м по нитяному дальномеру на глаз можно отсчитать до 0,5 сантиметрового деления, что соответствует погрешности при определении расстояния 50 см; на расстоянии до 100 м – до 0,2 сантиметрового деления, или погрешности 20 см.

Точность измерений нитяным дальномером характеризуется относительной ошибкой 1:300. Главная причина невысокой точности – это ошибки отсчетов по рейке. Влияют также различия в рефракции лучей FB и FA (см. рисунок 6.9), проходящих через слои воздуха, расположенные на разной высоте и поэтому имеющими разную плотность.

6.8 Измерение расстояний светодальномерами и лазерными рулетками

Светодальномер – прибор для измерения расстояния по времени прохождения его световым сигналом.

В комплект светодальномера входят приемопередатчик (рисунок 6.11) и отражатель.

Приемопередатчик устанавливают на штативе на одном конце измеряемой линии, а отражатель – на

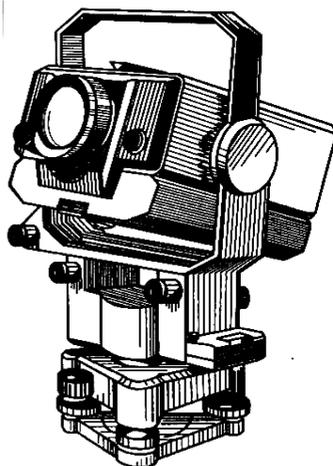


Рисунок 6.11 – Светодальномер
2СТ-10 5/3

специальной вешке или тоже на штативе – на другом конце. Приемопередатчик излучает световой сигнал и принимает его после возвращения от отражателя. Если измерить время прохождения световых волн до отражателя и обратно, то при известной скорости распространения световых волн можно вычислить искомую длину линии:

$$D = vt / 2,$$

где v – скорость света, которую при средних условиях атмосферы принимают равной $v = 299710$ км/с;

t – время, прошедшее от излучения до приема.

Из-за большой скорости света измерения времени t необходимо выполнять с очень высокой точностью. Время распространения световых волн может быть определено как прямым, так и косвенным способами измерений.

Прямое определение промежутка времени осуществляется в дальномерях, называемых и м п у л ь с н ы м и. В них измерение времени производится по запаздыванию принимаемого после отражения светового импульса по отношению к моменту его излучения. Импульсные дальномеры не отличаются высокой точностью, поэтому такие дальномеры не нашли широкого применения в инженерно-геодезических работах.

Косвенное определение времени прохождения световых волн основано на измерении разности фаз двух электромагнитных колебаний. Такие светодальномеры называются ф а з о в ы м и.

С внедрением полупроводниковых лазерных источников излучения и цифровых методов измерения разности фаз появились и м п у л ь с н о ф а з о в ы е светодальномеры, в основе которых лежит фазовый метод измерения временного интервала при импульсном методе излучения.

Светодальномеры по их назначению делят на три группы: Г – приборы для построения государственных геодезических сетей; П – для прикладной геодезии и маркшейдерии и Т – для топографических съемок. К шифру могут быть добавлены буквы: Н, указывающая, что это насадка на теодолит; Д, что это прибор, использующий диффузное отражение сигнала от предметов и не требующий специального отражателя; М, означающая маркшейдерское исполнение (для подземных работ); и число или дробь, указывающие точность прибора (в мм). При этом дробь вида a / b , означает, что средняя квадратическая ошибка равна $(a + bD)$ мм, где D – расстояние (в км). Например, шифр 2СТ10 5/3 означает: светодальномер топографический, измеряющий расстояния до 10 км со средней квадратической ошибкой $(5 + 3D)$ мм. Цифра 2 впереди шифра – номер модификации прибора.

Отражатели, используемые при светодальномерных измерениях, бывают призмные и пленочные. Основным элементом призмного отражателя является стеклянная призма. Пленочный отражатель представляет собой отражающую светопластиковую пленку, на которую нанесена сетка штрихов.

Безотражательные светодальномеры используют диффузное отражение светового сигнала от поверхности объекта, до которого измеряют расстояние. Примером такого дальномера является **лазерная рулетка *Disto***, выпускаемая фирмой *Leica* (Швейцария). Прибор используется без штатива, с руки. Световой луч наводят на нужный предмет, и на шкале прибора читают расстояние до него. Прибор предназначен для измерения расстояний до 200 м с точностью 1,5 мм.

6.9 Определение недоступных расстояний

В практике инженерно-геодезических работ часто оказывается невозможным непосредственное измерение расстояний между двумя точками, когда встречается местное препятствие (река, котлован, здание и т. д.). Такие расстояния называют недоступными и определяют косвенным путем. Например, для определения недоступного расстояния d через реку измеряют длину базиса b (рисунок 6.12) и углы α и β . По теореме синусов из треугольника ABC получим

$$d / \sin \alpha = b / \sin \gamma = b / \sin(180^\circ - \alpha - \beta) = b / \sin(\alpha + \beta) \text{ или } d = b \sin \alpha / \sin(\alpha + \beta).$$

Для контроля расстояния d определяют еще раз из треугольника ABC_1 . При отсутствии недопустимых расхождений из двух результатов принимают среднее арифметическое значение.

Точность определения недоступных расстояний во многом зависит от формы треугольника. Наилучшим считается равносторонний треугольник.

В том случае, когда на линии AB нет видимости (рисунок 6.13), то для определения недоступного расстояния AB измеряют длины сторон b_1 и b_2 и угол γ на точке C .

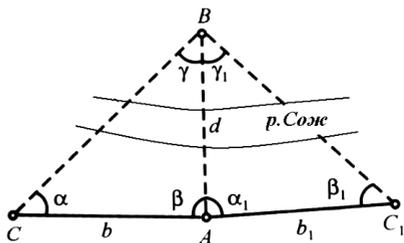


Рисунок 6.12 – Определение недоступного расстояния на открытой местности

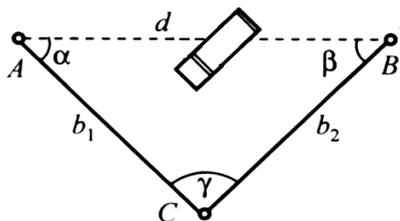


Рисунок 6.13 – Определение недоступного расстояния при отсутствии видимости

Расстояние d определяют по теореме косинусов:

$$d = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 - 2b_1b_2 \cos \gamma}.$$

Наиболее благоприятным считается вариант, когда $b_1 = b_2$ и угол γ близок к 180°

$$\sin \alpha = b_2 \sin \gamma / d; \sin \beta = b_1 \sin \gamma / d.$$

Углы α и β вычисляют для того, чтобы в точках A и B можно было указать направление линии d .

7 НИВЕЛИРОВАНИЕ

7.1 Сущность, значение и виды нивелирования

Нивелирование – это вид геодезических измерений, в результате которых определяют превышения точек (разность высот), а также их высоты над принятой уровенной поверхностью. По результатам нивелирования изображают рельеф местности на планах и картах, строят профили земной поверхности, решают различные инженерные задачи при строительстве и эксплуатации сооружений. Существует несколько видов нивелирования: геометрическое, тригонометрическое, барометрическое, гидростатическое, механическое.

Геометрическое нивелирование – это нивелирование горизонтальным лучом визирования. Этот вид нивелирования выполняют с помощью геодезического прибора – нивелира и реек. Данный метод наиболее распространен и относительно прост. Его применяют для определения превышений как с высокой степенью точности, когда погрешность в определении превышений составляет не более 1 мм на 1 км расстояния, так и с более низкой точностью для решения различных инженерно-геодезических задач.

Тригонометрическое нивелирование – это нивелирование наклонным лучом визирования. Выполняют с помощью геодезических приборов, позволяющих измерять вертикальные углы или превышения (теодолиты, тахеометры, кипрегели). При данном виде нивелирования превышение можно определять с погрешностью до 4 см на 100 м расстояния.

Барометрическое нивелирование – определение высот точек или превышений по измерениям давления воздуха. Давление воздуха измеряют с помощью приборов, называемых барометрами, а по разности давлений определяют превышение. Точность барометрического нивелирования невелика (колеблется от 0,5 до 2 м) и зависит от изменения

метеоусловий. Применяют этот способ нивелирования в начальный период инженерных изысканий для всякого рода рекогносцировочных обследований.

Гидростатическое нивелирование основано на свойстве жидкости в сообщающихся сосудах находиться на одном уровне. Превышение между точками может быть получено как разность отсчетов по шкалам сосудов соединенных между собой резиновым шлангом. Гидростатическое нивелирование применяется при строительно-монтажных работах для выверки конструкций в стесненных условиях. Часто используется при наблюдениях за деформациями инженерных сооружений. Точность его равна точности геометрического нивелирования.

Механическое нивелирование производится при помощи специальных приборов, устанавливаемых на автомобилях, велосипедах, железнодорожных вагонах и т. д. При движении прибора сразу вычерчивается на специальной ленте профиль местности. Точность механического нивелирования примерно равна точности тригонометрического нивелирования. Этот способ находит применение при изысканиях линейных сооружений и для контроля положения железнодорожных путей.

7.2 Способы геометрического нивелирования

Существует два способа геометрического нивелирования: из середины и вперед.

При нивелировании из середины (рисунок 7.1) в точках *A* и *B* местности устанавливают рейки с нанесенными на них делениями, счет которых идет от нижнего конца (пятки) рейки вверх. Нивелир располагают посередине между точками. Рейку в точке *A* называют задней, а в точке *B* – передней (в том случае, когда нивелирование выполняют в направлении от *A* к *B*).

Наблюдая в зрительную трубу, по среднему штриху сетки нитей нивелира, снимают отсчеты по задней (З) и передней (П) рейкам. Эти отсчеты соответственно будут равны высоте визирной оси над точками *A* и *B*. Из рисунка 7.1 видно, что

$$h = З - П, \quad (7.1)$$

то есть превышение равно отсчету по задней рейки минус отсчет по передней рейке.

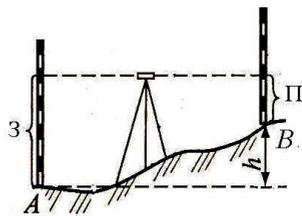
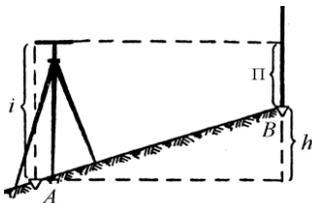


Рисунок 7.1 – Геометрическое нивелирование (из середины)

Для определения превышения нивелированием в п е р е д (рисунок 7.2) нивелир устанавливают в точке A , измеряют высоту прибора i , а затем с помощью горизонтального луча берут отсчет Π . Тогда, согласно рисунку 7.2, превышение



$$h = i - \Pi. \quad (7.2)$$

Рисунок 7.2 – Нивелирование вперед

С одной установки нивелира или с одной станции можно брать отсчеты по рейкам, установленным во многих точках. Для вычисления отметки искомой точки можно применить способ вычисления через горизонт

нивелира (ГН).

Рассмотрим рисунок 7.3. На нем показаны:
 H_A, H_B, H_C, H_D – высоты (отметки) точек A, B, C, D ;
 h – превышение точки B над точкой A ;
 ГН – высота линии визирования, называемая горизонтом нивелира;
 MN – уровенная поверхность, принятая на рисунке за плоскость;
 $3, \Pi, c, d$ – отсчеты по рейкам в точках A, B, C, D .

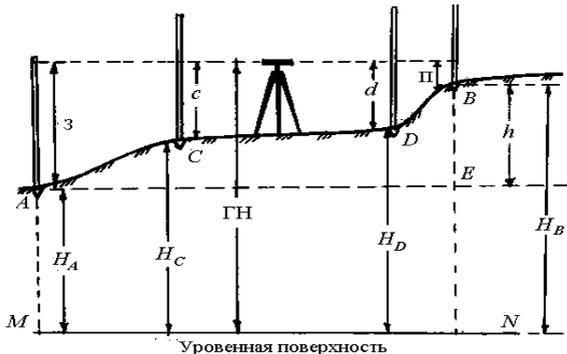


Рисунок 7.3 – Определение отметок через горизонт нивелира
 Из рисунка видно, что

$$H_B = H_A + h; \quad (7.3)$$

$$\text{ГН} = H_A + 3 = H_B + \Pi; \quad (7.4)$$

$$H_C = \text{ГН} - c; \quad H_D = \text{ГН} - d. \quad (7.5)$$

Формулы (7.3) – (7.5) показывают, что если известна высота одной точки, то высоты остальных точек на станции могут быть вычислены через превышения или через горизонт нивелира, используя следующие правила:

– высота последующей точки равна высоте предыдущей точки плюс превышение;

- горизонт нивелира равен высоте точки плюс отсчет по рейке на этой точке;
- высота точки равна горизонту нивелира минус отсчет по рейке на этой точке.

Обычно при нивелировании расстояние от нивелира до рейки называют *плечом нивелирования*, которое составляет не более 100–150 м. Следовательно, с одной станции, если позволяют условия, можно пронивелировать точки находящиеся на расстоянии 200–300 м. одна от другой. В тех случаях, когда нивелирование производится с целью передачи отметок на значительные расстояния, а также для составления профиля местности, применяют нивелирование с нескольких станций, связанных между собой общими точками. Такое нивелирование называют *нивелирным ходом* (рисунок

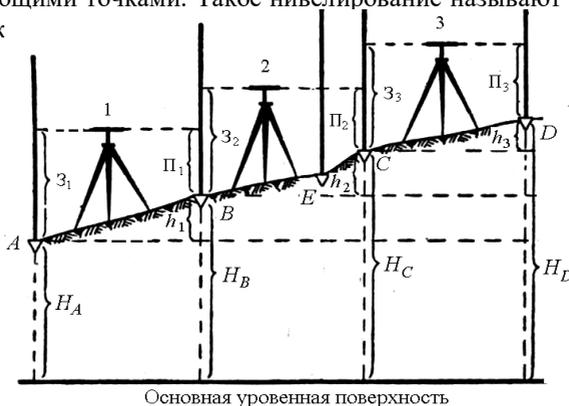


Рисунок 7.4 – Нивелирный ход

Из рисунка 7.4 видно, что число станций в данном *нивелирном ходе* равно трем ($n = 3$).

$$h = h_1 + h_2 + h_3 = (z_1 - \Pi_1) + (z_2 - \Pi_2) + (z_3 - \Pi_3) = \sum_1^n h = \sum_1^n (z - \Pi) = \sum_1^n z - \sum_1^n \Pi; \quad (7.6)$$

$$H_D = H_A + h = H_A + \sum_1^n h \quad (7.7)$$

Точки, общие для двух станций, называют связующими (на рисунке 7.4 это точки B, C). Высоты этих точек обычно вычисляют через превышения, используя формулу (7.3). Все остальные точки называют промежуточными (на рисунке это точка E). Высоты промежуточных точек вычисляют через горизонт нивелира по формулам (7.4) и (7.5).

7.3 Влияние кривизны Земли и рефракции

на результаты геометрического нивелирования

Формулы для определения превышения на станции были получены при условии, что уровенная поверхность в пределах точек A и B принята за горизонтальную плоскость. Однако ранее было показано, что при расстояниях более 100 м на измерение вертикальных расстояний оказывает влияние кривизна Земли. Кроме этого при нивелировании нужно учитывать еще явление земной рефракции, при котором визирный луч, проходя через слои воздуха, образует кривую, обращенную своей вогнутостью к земной поверхности. Рассмотрим совместное влияние кривизны Земли и рефракции на определение превышений (рисунок 7.5).

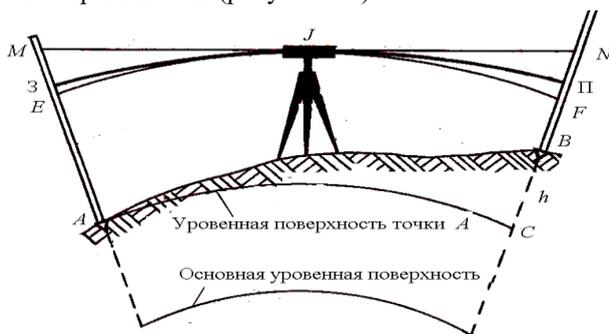


Рисунок 7.5 – Влияние кривизны Земли и рефракции

На рисунке приведены следующие обозначения:

JN – горизонтальный визирный луч;

JF – визирный луч, отклоненный от горизонтального положения из-за влияния кривизны Земли;

$JП$ – визирный луч отклоненный от горизонтального положений из-за действия рефракции;

NF – поправка в отсчет по рейке из-за влияния кривизны Земли. Обозначим эту величину через p . Ранее, в разделе 3.1, было получено, что $p = d^2 / 2R$, где d – расстояние от нивелира до рейки;

R – радиус Земли.

$МП$ – поправка в отсчет по рейке из-за влияния рефракции. Обозначим ее через (r) .

Величина радиуса рефракционной кривой $JП$ зависит от температуры, плотности, влажности воздуха и от других причин. Из многолетних наблюдений установлено, что средняя величина его в 6 раз больше радиуса Земли.

Тогда

$$r = 1 / 6p = 0,08d^2 / R. \quad (7.8)$$

Совместное влияние кривизны Земли и рефракции обозначим через f . Тогда

$$f = NF - \text{П} = p - r = d^2 / 2R - 0,08d^2/R = 0,42d^2/R. \quad (7.9)$$

Из формулы (7.9) следует, что при $d = 100$ м; $R = 6400$ км $f = 0,7$ мм, а при $d = 300$ м $f = 6,0$ мм.

При нивелировании методом из середины превышение

$$h = (3 - f_1) - (\text{П} - f_2) = 3 - \text{П} + (f_2 - f_1). \quad (7.10)$$

Если расстояния от нивелира до задней и передней реек равны между собой, то $f_1 = f_2$ и равенство (7.10) будет иметь вид

$$h = 3 - \text{П}.$$

Таким образом, при нивелировании из середины совместное влияние кривизны Земли и рефракции на превышение можно считать равным нулю. При нивелировании вперед влияние кривизны Земли и рефракции следует учитывать по формуле (7.9), особенно при расстояниях от нивелира до рейки более 100 м.

7.4 Понятие о Государственной нивелирной сети.

Нивелирные знаки

Государственная нивелирная сеть создана проложением ходов геометрического нивелирования I, II, III и IV классов.

При нивелировании I класса используют наиболее высокоточные нивелиры и совершенные методы. Протяженность ходов, прокладываемых вдоль дорог, может достигать нескольких сотен километров. Погрешность в определении превышений допускают не более 1 мм на 1 км расстояния.

Нивелирную сеть II класса строят из полигонов, опирающихся на пункты нивелирования I класса. Погрешность в превышениях допускают не более 5 мм на 1 км расстояния.

Нивелирные сети III класса развивают внутри полигонов II класса. Погрешность в превышении на 1 км расстояния допускают не более 10 мм.

Нивелирование IV класса является сгущением нивелирной сети III класса. Каждый нивелирный ход IV класса должен опираться на пункты нивелирования старших классов (I, II, III) или образовывать замкнутые полигоны. Погрешность в определении превышения на 1 км расстояния не должна быть более 20 мм.

Нивелирные линии всех классов закрепляют на местности через каждые 5–7 км хода нивелирными знаками, которые называют *реперами* и *марками*. Стенные реперы и марки изготавливают из чугуна и закладывают в стены водонапорных башен, каменных зданий, устои мостов и т. д. (рисунок 7.6).

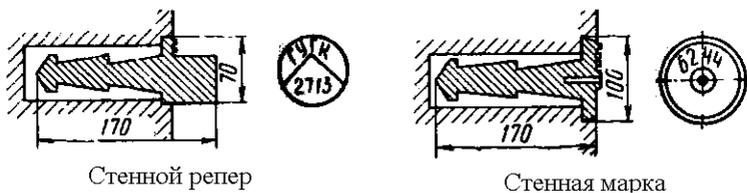


Рисунок 7.6 – Стенные нивелирные знаки

Основное различие их состоит в том, что стенной репер имеет выступ, на который устанавливают рейку, а стенная марка содержит в диске отверстие, в которое вставляют иглу для подвешивания на ней специальной рейки. При

отсутствии сооружений около линий хода, пригодных для закладки стенных реперов и марок, закладывают грунтовые реперы. Грунтовый репер представляет собой металлическую трубу, снизу заделанную в бетонный монолит, а сверху к ней приваривается марка. Глубина заложения репера должна быть больше глубины промерзания грунта (рисунок 7.7). На расстоянии одного метра от репера устанавливается железобетонный опознавательный знак с охранной плитой, обращенной в сторону репера.

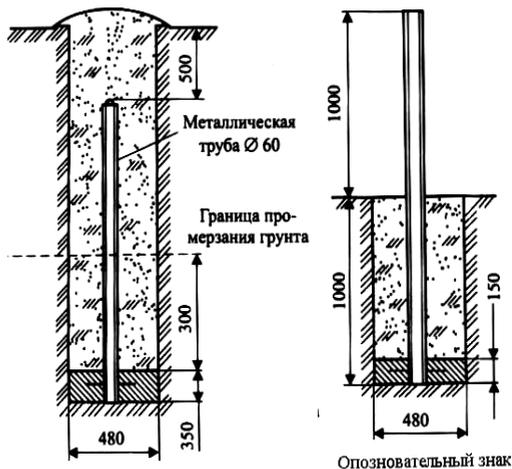


Рисунок 7.7 – Грунтовый репер

Знаки государственной нивелирной сети служат опорой при вертикальной съемке земной поверхности.

7.5 Нивелирные рейки и их поверки

При нивелировании применяют **трехметровые складные двухсторонние или четырехметровые раздвижные рейки** (рисунок 7.8). На двухсторонних рейках на одной стороне черной краской нанесены сантиметровые деления, нуль которых совпадает с пяткой рейки (черная сторона). На обратной стороне деления нанесены красной краской (красная

сторона). На красной стороне с пяткой рейки обычно совмещают отсчет 4687, 4787, 4700 или 4800.

Для нивелиров с обратным изображением трубы цифры подписаны в перевернутом виде. Деления на рейках объединены по пять шашек, одна из них в виде буквы Е, что облегчает снятие отсчета.

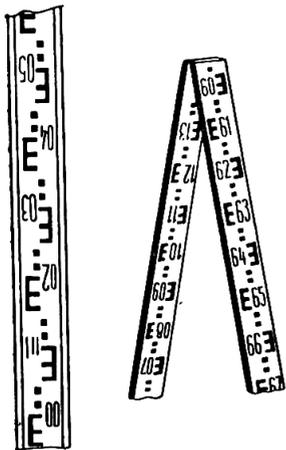


Рисунок 7.8 – Нивелирная рейка

При нивелировании рейку ставят вертикально нулем вниз на забитые в землю колышки, костыли или башмаки.

В отвесное положение рейку приводят с помощью круглого уровня, прикрепленного к ней, а при его отсутствии медленно покачивают рейку вперед и назад и берут наименьший из отсчетов, который и будет соответствовать отвесному положению рейки. Отсчеты по рейке снимают по среднему горизонтальному штриху сетки нитей с точностью до миллиметра. При этом количество дециметров и сантиметров отсчитывают по рейке, а миллиметры оценивают на глаз.

В настоящее время рейки изготавливают из дерева, металла, фиброгласа. Причем на некоторых типах реек используется оцифровка шашечного типа (рисунок 7.8), а с обратной стороны деления нанесены с миллиметровым интервалом для нивелирования коротким лучом (плечо нивелирования – до 20–30 м). Отсчеты по такой шкале можно взять с точностью до 0,1–0,5 мм (при высокоточном нивелировании в строительстве и при наблюдениях за осадками сооружений).

Проверки нивелирных реек.

Проверка 1. Деления рейки должны быть резко очерчены, равны между собой и соответствовать номинальной длине. На рейку накладывают контрольную линейку (метр) или выверенную стальную рулетку с миллиметровыми делениями и дважды, в прямом и обратном направлениях,

измеряют длины отрезков между делениями 1–10, 10–20 и 20–30 дм. Расхождения длины делений рейки с соответствующими делениями рулетки не должны превышать 0,5 мм.

Проверка 2. Разность отсчетов по черным и красным сторонам рабочей пары реек должна равняться нулю. При получении рабочей пары реек необходимо проверить, чтобы оцифровка пятки реек по красной

стороне была одинакова. Для выполнения поверки в 10–20 м от нивелира на колышек поочередно ставят первую и вторую рейки и берут 3–4 отсчета по каждой стороне рейки. Разность одноименных отсчетов не должна отклоняться от нуля более чем на 2 мм. Одновременно определяют разности отсчетов по красной и черной сторонам каждой рейки (разность пяткок). Эти разности во время нивелирования дают возможность выявить грубые ошибки в отсчетах.

7.6 Нивелиры, их классификация, устройство и поверки

Нивелир – это геодезический прибор для определения превышений и высот (отметок) точек с помощью горизонтального луча визирования и вертикально устанавливаемых реек способом геометрического нивелирования.

Согласно действующему стандарту нивелиры по точности выпускают трех типов:

- а) высокоточные (Н-05);
- б) точные (Н-3);
- в) технические (Н-10).

Цифры в шифре нивелира указывают среднюю квадратическую погрешность измерения превышения в миллиметрах на 1 км двойного нивелирного хода. Например, для нивелира Н-3 средняя квадратическая погрешность составляет 3мм на 1км хода.

В зависимости от способа получения горизонтального луча визирования *каждый из трех типов нивелиров изготавливается в двух вариантах:*

- с цилиндрическим уровнем при зрительной трубе;
- с компенсатором, позволяющим автоматически приводить ось визирования зрительной трубы нивелира в горизонтальное положение.

В настоящее время выпускаются нивелиры улучшенной конструкции 2-го и 3-го поколений, например 2Н-10КЛ, 3Н-3ЛП. Первая цифра обозначает поколение. При наличии компенсатора в шифр прибора добавляется буква К. Если нивелир изготовлен с лимбом для измерения горизонтальных углов, то еще добавляется буква Л. Если нивелир имеет зрительную трубу прямого изображения, то в шифр добавляется буква П.

В таблице 7.1 приведены технические характеристики некоторых типов нивелиров используемых в настоящее время.

Т а б л и ц а 7.1 – Технические характеристики нивелиров

Параметр	Марка нивелира					
	Н-05	Н-3	Н-3К	Н-10Л	Н-10КЛ	3Н-5Л

Увеличение зрительной трубы, крат	44	30	30	23	20	20
Наименьшее расстояние визирования, м	3	2	2	1,5	1,5	1,2
Цена деления цилиндрического уровня, секунды дуги	12	15	–	45	–	45
Цена деления круглого уровня, минуты дуги	5	10	8	10	18	10
Чувствительность компенсатора, секунды дуги	–	–	0,4	–	1,0	–
Масса прибора, кг	6	2	2,5	1,7	1,5	1,4

Устройство и поверки нивелира (с цилиндрическим уровнем). Нивелир Н-3 относится к приборам с цилиндрическим уровнем при зрительной трубе (рисунок 7.9). Для установки нивелира в рабочее положение его закрепляют на штативе и, действуя тремя подъемными винтами, приводят пузырек круглого уровня в центр ампулы. При этом ось вращения нивелира занимает отвесное положение. Наведение зрительной трубы на рейку осуществляют вначале вручную с помощью визира, а затем зажимают закрепительный винт зрительной трубы и наводящим винтом выполняют точное визирование на рейку. Резкость изображения сетки нитей достигается вращением окулярного кольца, а резкость изображения рейки – вращением винта кремальеры.

Перед каждым отсчетом по рейке визирную ось нивелира приводят в горизонтальное положение, добиваясь совмещения изображения концов пузырька цилиндрического уровня в поле зрения зрительной трубы путем вращения элевационного винта (рисунок 7.10).

Отсчет по рейке состоит из четырех цифр и выражает величину в миллиметрах. Выполняют отсчет по среднему горизонтальному штриху сетки нитей. Отсчет по рейке берут от меньшего к большему числу. Первые две цифры отсчета, обозначающие метры и дециметры на рейке подписаны (на рисунке 7.10 это цифры 06), третья цифра считается по числу сантиметровых шашек от начала дециметрового деления до среднего горизонтального штриха сетки нитей (на рисунке 7.10 их 5). Следует отметить, что в каждом дециметре первые пять шашек с сантиметровыми делениями объединены в виде буквы Е (см. рисунок 7.10). Четвертая цифра, обозначающая миллиметры, по рейке оценивается на глаз (на рисунке 7.10 это 2 мм). Тогда полный отсчет по рейке составит 0652.

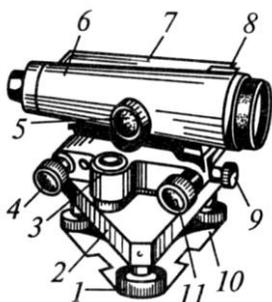


Рисунок 7.9 – Нивелир Н-3:
 1 – подъемный винт; 2 – подставка;
 3 – круглый уровень; 4 – элевационный
 винт; 5 – кремальера; 6 – зрительная труба;
 7 – цилиндрический уровень; 8 – визир;
 9 – закрепительный винт; 10 – пластина;
 11 – наводящий винт

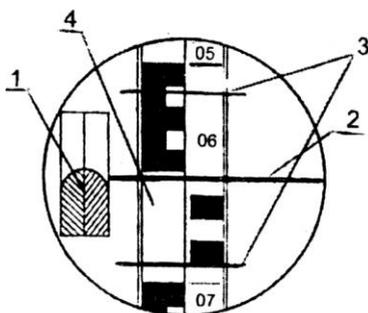


Рисунок 7.10 – Поле зрения зрительной
 трубы нивелира Н-3:
 1 – изображение концов пузырька
 цилиндрического уровня; 2 – средний
 горизонтальный штрих сетки нитей; 3 –
 штрихи нитяного дальномера; 4 –
 изображение рейки
 (отсчет 0652)

П о в е р к и н и в е л и р а Н-3. Прежде чем начать работу с нивелиром, необходимо выполнить его проверки. Под проверками нивелира понимают действия, контролирующие соблюдение условий, которым должен удовлетворять прибор для геометрического нивелирования. При невыполнении условий проверок производят необходимые исправления (юстировки). Нивелир Н-3 должен удовлетворять следующим геометрическим условиям:

Проверка 1. Ось круглого уровня должна быть параллельна оси вращения нивелира. После установки штатива и закрепления на нем нивелира тремя подъемными винтами приводят пузырек круглого уровня в центр ампулы и поворачивают верхнюю часть нивелира на 180° . Если пузырек уровня останется в центре ампулы, то условие выполнено, если нет, то нужно исправительными винтами круглого уровня переместить пузырек к центру на половину дуги отклонения. Проверку повторяют до полного выполнения условия.

Проверка 2. Средний горизонтальный штрих сетки нитей должен быть перпендикулярен оси вращения нивелира. Ось вращения нивелира устанавливают в отвесное положение. Наводят зрительную трубу на неподвижную рейку, установленную в 20–30 м от нивелира. Условие будет выполнено, если при плавном вращении трубы горизонтальный штрих не будет сходиться с точки наведения (то есть отсчет по рейке будет оставаться неизменным). Если условие не выполняется, то отвинчивают и снимают окулярную часть зрительной трубы и поворачивают диафрагму с сеткой нитей, предварительно ослабив крепящие ее винты.

Проверка 3. Ось цилиндрического уровня должна быть параллельна визирной оси зрительной трубы. Это главное условие нивелира проверяется двойным нивелированием концевых точек линии длиной 50–70 м (рисунок 7.11). На концевых точках забивают колышки. Нивелир устанавливают на начальной точке линии, а рейку – на конечной. С помощью элевационного винта нивелира приводят пузырек цилиндрического уровня в нуль-пункт и снимают отсчет по рейке Π_1 . Измеряют высоту нивелира i_1 с точностью до 1 мм. Например: $\Pi_1 = 1426$ мм, $i_1 = 1371$ мм.

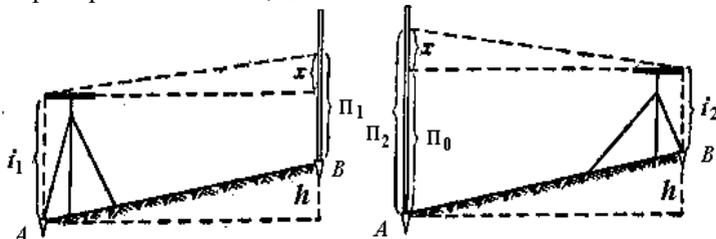


Рисунок 7.11 – Проверка главного условия нивелира Н-3

Затем меняют нивелир и рейку местами и, приведя элевационным винтом пузырек цилиндрического уровня в нуль-пункт, снимают отсчет по рейке Π_2 , измеряют высоту нивелира i_2 . Например: $\Pi_2 = 1260$ мм, $i_2 = 1337$ мм.

Если ось цилиндрического уровня непараллельна визирной оси трубы, то отсчеты по рейке будут ошибочны на величину

$$x = [(\Pi_1 + \Pi_2) - (i_1 + i_2)] / 2.$$

Величина x должна быть не более ± 4 мм. Если x превышает указанную величину, тогда, не снимая нивелира со второй станции, элевационным винтом устанавливают средний горизонтальный штрих сетки нитей на отсчет по рейке равный, $\Pi_2 - x$. При этом произойдет смещение изображений половинок пузырька уровня в поле зрения трубы. Сняв крышку коробки цилиндрического уровня, вертикальными исправительными винтами выполняют точное совмещение концов половинок пузырька уровня в поле зрения трубы. Затем проверку повторяют до соблюдения условия.

Для вышеуказанных отсчетов $x = [(1426 + 1260) - (1371 + 1337)] / 2 = -11$ мм > 4 мм. Поэтому необходимо выполнить юстировку уровня. Для этого устанавливают элевационным винтом по рейке отсчет $\Pi_2 - x = 1260 - (-11) = 1271$ мм и исправительными винтами совмещают концы пузырька уровня.

Устройство и проверки нивелира (с компенсатором). В настоящее время эти нивелиры нашли широкое применение в производстве. С помощью компенсатора линия визирования автоматически устанавливается

в горизонтальное положение при углах наклона оси нивелира в пределах $\pm 15'$. Этот предел достигается предварительной установкой нивелира по круглому уровню вращением подъемных винтов. Время самоустановки визирного луча 1–2 с.

Компенсаторы бывают жидкостными и маятниковыми. *Маятниковые компенсаторы* делятся на механические и оптико-механические. В первых горизонтальность визирного луча достигается посредством перемещения сетки нитей, а во вторых (как, например, в нивелире Н-3К) – изменением пути луча при прохождении оптических узлов, подвешенных на специальных нитях (рисунок 7.12).

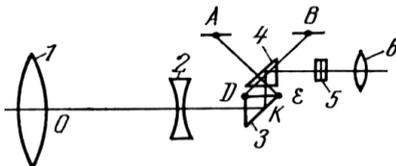


Рисунок 7.12 – Схема оптической системы и подвески компенсатора:
1 – объектив; 2 – фокусирующая линза;
3 – компенсирующая призма; 4 – неподвижная призма; 5 – сетка; 6 – окуляр

Оптико-механический компенсатор расположен между фокусирующей линзой и сеткой нитей трубы нивелира. Компенсатор состоит из двух призм, одна из которых (4) наглухо прикреплена к корпусу трубы, а вторая (3) подвешена на двух парах скрещивающихся стальных нитей, закрепленных в точках A и B и на призме в точках D и E. При наклоне трубы на небольшой угол подвижная призма наклоняется в противоположную сторону на такой же угол, чтобы направить горизонтальный луч, идущий от рейки, точно на центр сетки нитей. Нивелир Н-3К не имеет закрепительного винта зрительной трубы. Ее предварительное наведение на рейку осуществляется от руки преодолением фрикционного сцепления. Точное наведение трубы достигается вращением бесконечного наводящего винта.

П о в е р к и н и в е л и р а Н-3К. *Поверки 1 и 2* выполняются и исправляются аналогично поверкам нивелира Н-3.

Поверка 3. После приведения нивелира в рабочее положение визирная ось должна занимать горизонтальное положение. Это условие является главным для нивелиров с компенсаторами. Для выполнения поверки на местности закрепляют кольшками концевые точки линии длиной 50–70 м. Нивелир устанавливают точно на середине данной линии (рисунок 7.13, а), приводят его в рабочее положение по круглому уровню и снимают отсчеты по рейкам $З_1$ и $П_1$, установленным на концах линии AB. Определяют превышение $h_1 = З_1 - П_1$. Затем нивелир переносят в точку на расстоянии 3–5 м от переднего конца линии (наименьшее расстояние визирования) (рисунок 7.13, б) и определяют превышение $h_2 = З_2 - П_2$. Разность $\Delta = h_2 - h_1$ между превышениями не должна быть больше ± 4 мм. Если эта разность больше указанного допуска, то находят исправленный отсчет на задней

рейке $Z_{исп} = h_1 + \Pi_2$. При этом отсчет Π_2 принимают за безошибочный (ввиду малого расстояния до передней рейки).

Сняв крышку у окулярной части трубы и действуя исправительными винтами сетки, наводят средний горизонтальный штрих сетки нитей на исправленный отсчет $Z_{исп}$. Поверку повторяют до соблюдения условия.

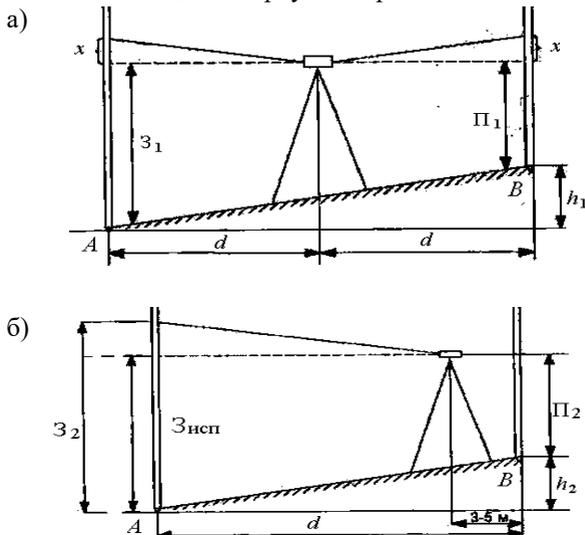


Рисунок 7.13 – Проверка главного условия нивелира Н-3К

Пример. Отсчеты на станции 1: $Z_1 = 1120$ мм; $\Pi_1 = 0908$ мм. Превышение $h_1 = 1120 - 0908 = +212$ мм. Отсчеты на станции 2: $Z_2 = 1346$ мм; $\Pi_2 = 1114$ мм. Превышение $h_2 = 1346 - 1114 = +232$ мм.

$\Delta = h_2 - h_1 = 232 - 212 = +20$ мм. Поскольку $\Delta > 4$ мм, то средний горизонтальный штрих сетки нитей надо установить исправительными винтами на отсчет $Z_{исп} = h_1 + \Pi_2 = 212 + 1114 = 1326$ мм.

7.7 Цифровые и лазерные нивелиры. Штрихкодové рейки

В связи с возрастающими требованиями к качеству и точности инженерно-геодезических работ в настоящее время широкое применение находят цифровые и лазерные нивелиры.

Цифровой нивелир. Цифровой нивелир – это тот же высокоточный оптический нивелир, но с автоматическим сбором, хранением и обработкой полученной информации (рисунок 7.14). Это значит, что все основные условия, необходимые для выполнения высокоточных измерений оптическими нивелирами, должны соблюдаться и для цифровых нивелиров.

Работы по выполнению геодезических измерений выполняются в комплекте с рейкой, имеющей шкалу со штрихкодовым рисунком. На лицевой стороне штрихкодовой рейки нанесена растровая шкала чередующихся черных полос и белых промежутков. Их ширина по высоте кодирована. Световые волны от штрихкодового рисунка воздействуют на декодирующие датчики нивелира. Визирный луч нивелира устанавливается горизонтально с помощью компенсатора. Декодирующее устройство расшифровывает высоту нивелира относительно рейки по соотношению поступивших в объектив световых воздействий от темных и светлых реечных полос. Процессор нивелира осуществляет счет измеренных превышений и их суммы с точностью 0,1 мм, а также определяет расстояние до реек и неравенство плеч нивелирования. Время снятия отсчетов по рейке составляет 2–4 с. Электроникой прибора автоматически вводятся поправки за кривизну Земли, рефракцию и погрешность отклонения визирного луча от горизонта. Результаты измерений с уже введенными поправками отслеживаются на дисплее и по желанию оператора могут направляться в память нивелира. Программа реализует последовательное вычисление и вывод на дисплей получающихся высот точек установки рейки.



Рисунок 7.14 – Цифровой нивелир и штрихкодовая рейка

Процессор нивелира осуществляет счет измеренных превышений и их суммы с точностью 0,1 мм, а также определяет расстояние до реек и неравенство плеч нивелирования. Время снятия отсчетов по рейке составляет 2–4 с. Электроникой прибора автоматически вводятся поправки за кривизну Земли, рефракцию и погрешность отклонения визирного луча от горизонта. Результаты измерений с уже введенными поправками отслеживаются на дисплее и по желанию оператора могут направляться в память нивелира. Программа реализует последовательное вычисление и вывод на дисплей получающихся высот точек установки рейки.

Лазерные нивелиры предназначены для измерения превышений и передачи высотных отметок. Нивелир излучает видимый пучок света, относительно которого производят измерения превышений. В лазерных геодезических приборах в качестве излучателя светового потока используются оптические квантовые генераторы (лазеры), которые бывают твердотельные, жидкостные, газовые и полупроводниковые. В геодезических приборах используют газовые и полупроводниковые лазеры.

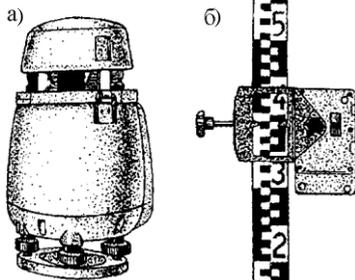


Рисунок 7.15 – Лазерный нивелир: а – общий вид; б – отсчет по рейке

В практике геодезического обеспечения строительства используются газовые гелий-неоновые лазеры непрерывного излучения, работающие в видимой части светового диапазона и излучающие узконаправленный пучок света. В нивелирах с уровнем ось

светового пучка приводят в горизонтальное положение цилиндрическим уровнем, а в нивелирах- автоматах – компенсаторами.

В настоящее время лазерные нивелиры выпускаются в основном с автоматически горизонтируемым пучком излучения, вращающимся лазерным лучом, что дает возможность формировать в пространстве световые линии и плоскости. Положение этой плоскости фиксируется на специальной рейке или стенах зданий. На рисунке 7.15 показан лазерный нивелир фирмы «Вильд». Прибор устанавливается на штативе и с помощью трех подъемных винтов приводится в отвесное положение. Световая плоскость фиксируется визуально или с помощью фотоприемного устройства. Нивелир может быть установлен так, чтобы формировалась вертикальная плоскость. Он снабжен вычислительным устройством, позволяющим выполнять автоматическое вычисление превышений, высот и расстояний.

7.8 Техническое нивелирование и нивелирование IV класса

Для определения высот точек на строительных площадках, а также при изысканиях, строительстве и эксплуатации железных и автомобильных дорог, линий водоснабжения и водоотведения применяют **техническое нивелирование**.

Для производства технического нивелирования используют точные и технические нивелиры (модели Н-3, Н-10 и их модификации), а также нивелирные рейки шашечного типа. Техническое нивелирование выполняют в основном методом из середины с неравенством плеч не более 10 м. Расстояние от нивелира до реек не должно превышать 120–150 м. Работу на станции выполняют в следующей последовательности (см. рисунок 7.3):

- на связующие точки *A* и *B* устанавливают нивелирные рейки, а посередине между ними ставят нивелир и приводят его в рабочее положение с помощью подъемных винтов, устанавливая пузырек круглого уровня в нуль-пункт;

- наводят зрительную трубу нивелира на заднюю рейку (точка *A*) и берут отсчет по черной стороне ($Z_{\text{черн}}$);

- наводят зрительную трубу нивелира на переднюю рейку (точка *B*) и выполняют отсчеты сначала по черной стороне ($\Pi_{\text{черн}}$), а затем – по красной стороне ($\Pi_{\text{кр}}$);

- наводят вновь зрительную трубу нивелира на заднюю рейку и снимают отсчет по красной стороне ($Z_{\text{кр}}$);

- если между связующими точками *A* и *B* имеются промежуточные точки (*C* и *D*), то на них устанавливают последовательно заднюю рейку и берут отсчеты только по черной стороне ($c_{\text{черн}}$ и $d_{\text{черн}}$). Перед каждым отсчетом по рейке необходимо визирную ось зрительной трубы нивелира

приводить в горизонтальное положение с помощью пузырька цилиндрического уровня или компенсатора;

– для контроля измерений вычисляют разности нулей передней и задней реек ($\Pi_{кр} - \Pi_{черн}$) и ($З_{кр} - З_{черн}$). Расхождение разностей нулей реек по

абсолютной величине не должно превышать 5 мм;

– на каждой станции дважды вычисляют превышения по черным и красным сторонам реек: $h_{черн} = З_{черн} - \Pi_{черн}$; $h_{кр} = З_{кр} - \Pi_{кр}$. Расхождение между этими превышениями не должно быть более ± 5 мм;

– высоту передней точки (B) вычисляют через среднее превышение $h_{ср} = (h_{черн} + h_{кр}) / 2$, по формуле $H_B = H_A + h_{ср}$;

– высоты промежуточных точек (C и D) вычисляют по формулам $ГН = H_A + З_{черн}$, $H_C = ГН - c$, $H_D = ГН - d$.

Точность технического нивелирования на станции характеризуется предельной погрешностью ± 10 мм или ± 50 мм на 1 км нивелирного хода.

Н и в е л и р о в а н и е IV к л а с с а. Нивелирование IV класса применяется при создании высотной съемочной сети (съемочного обоснования) для топографических съемок местности. Для нивелирования IV класса используют точные нивелиры (модели Н-3, Н-3К или их модификации) и шашечные рейки. Расстояние на станции от прибора до реек не должно превышать 100 м, а неравенство плеч не должно быть более 5 м.

Порядок работы на станции при нивелировании IV класса такой же, как и при техническом нивелировании, за исключением контроля расстояний до реек, которое определяют нитяным дальномером с помощью отсчетов по верхней дальномерной нити при наблюдениях черных сторон задней и передней реек.

Расхождение между превышениями по черной и красной сторонам реек на станции не должно превышать ± 5 мм.

Точность нивелирования IV класса выше технического нивелирования и составляет ± 20 мм на 1 км нивелирного хода.

7.9 Тригонометрическое нивелирование

Тригонометрическое нивелирование позволяет определять превышения и высоты точек с помощью наклонного луча визирования геодезических приборов, для измерения вертикальных углов (теодолиты, тахеометры, кипрегели).

Например, пусть требуется определить превышение h точки B над точкой A (рисунок 7.16). Для этого над точкой A устанавливают

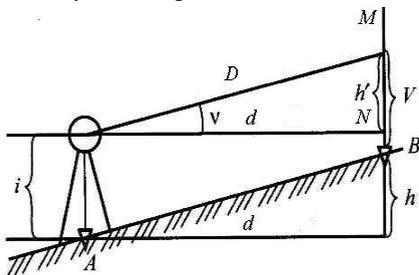


Рисунок 7.16 – Тригонометрическое нивелирование

теодолит с вертикальным кругом и измеряют высоту прибора i , а в точке B – рейку. С помощью теодолита измеряют вертикальный угол ν при высоте наведения V на рейке. Расстояние D определяют по нитяному дальномеру.

Горизонтальное проложение

$$d = D \cos^2 \nu. \quad (7.11)$$

Из треугольника OMN и рисунка 7.16 видно, что

$$i + MN = h + V,$$

где $MN = h' = d \operatorname{tg} \nu$, откуда $h = i + h' - V = d \operatorname{tg} \nu + i - V. \quad (7.12)$

Подставив в формулу (7.12) величину горизонтального проложения (7.11) и заменив $\operatorname{tg} \nu = \sin \nu / \cos \nu$, получим $h = D \cos^2 \nu \sin \nu / \cos \nu + i - V$, или, выполнив преобразования по формулам тригонометрии, находим

$$h = 0,5 D \sin 2\nu + i - V. \quad (7.13)$$

При расстояниях от теодолита до рейки свыше 300 м в указанных формулах следует учитывать поправку за кривизну Земли и рефракцию, которая определяется по формуле

$$f = 0,42 d^2 / R, \quad (7.14)$$

где R – радиус Земли.

С учетом этой поправки полная формула тригонометрического нивелирования будет выглядеть следующим образом:

$$h = d \operatorname{tg} \nu + i - V + f. \quad (7.15)$$

Высоту прибора i и высоту наведения по рейке V обычно измеряют рулеткой с точностью до 1 см, а произведение $d \operatorname{tg} \nu$ определяют на калькуляторе или по специальным тахеометрическим таблицам. Оно может быть со знаком плюс или минус, что зависит от знака угла наклона ν .

Точность тригонометрического нивелирования зависит от точности измерения углов наклона и расстояний. Для получения средней квадратической погрешности тригонометрического нивелирования воспользуемся формулой погрешности функций общего вида (7.15)

$$m_h^2 = (\partial h / \partial d)^2 m_d^2 + (\partial h / \partial \nu)^2 m_\nu^2 + m_i^2 + m_v^2 + m_f^2. \quad (7.16)$$

Погрешности m_i и m_v будут менее 1 см, и ими можно пренебречь. Величина f для расстояний до 300 м меньше 1 см, и ее не учитывают.

Найдем частные производные:

$$(\partial h / \partial d) = \operatorname{tg} \nu; \quad (\partial h / \partial \nu) = d \cos^2 \nu$$

и подставим их в формулу (7.16):

$$m_h^2 = \operatorname{tg}_v^2 m_d^2 + (d^2 / \cos_v^4) (m_v^2 / \rho^2). \quad (7.17)$$

В формуле (7.17) величина ρ – коэффициент для перевода углов из градусной меры в радианную; $\rho = 57,3^\circ = 3438' = 206265''$.

Как видно из формулы (7.17), погрешность в определении превышения возрастает с увеличением расстояния. При измерении вертикальных углов теодолитом Т-30 ($m_v = 0,5'$) для расстояний $d = 100$ метров, измеряемых нитяным дальномером с точностью 1:300 и углах наклона $v \leq 5^\circ$, погрешность в превышении будет составлять 0,04 м на 100 м расстояния. Это справедливо для расстояний до 1–2 км. При больших же расстояниях на погрешность в превышении будет влиять непостоянство земной рефракции, условия видимости рейки и прохождение визирного луча над поверхностью земли. Поэтому тригонометрическое нивелирование следует производить с 9 до 16 ч, когда земная рефракция наиболее устойчивая.

8 ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ СЕТИ

8.1 Общие сведения о плановых геодезических сетях.

Геодезические центры и знаки

Геодезической сетью называется совокупность точек, закрепленных на местности и определенных в единой системе координат и высот.

Геодезические сети подразделяются на плановые и высотные. Плановые сети служат для определения прямоугольных координат точек (X и Y), а высотные – для определения высот точек (H).

Развитие геодезических сетей осуществляется по принципу перехода от общего к частному, т. е. от более крупных по размеру построений к менее крупным и от более точных к менее точным. В соответствие с этим принципом геодезические сети делятся на четыре вида:

1 *Государственная геодезическая сеть*, представляющая собой главную геодезическую основу для всех видов геодезических и топографических работ в стране.

2 *Геодезические сети сгущения* (сети местного значения), развиваемые в отдельных районах при недостаточном числе пунктов государственной геодезической сети.

3 *Съемочные геодезические сети* (съемочное обоснование), на основе которых непосредственно производится съемка ситуации и рельефа местности.

4 *Специальные инженерно-геодезические сети*, развиваемые при строительстве инженерных сооружений, предъявляющих к геодезическим работам специальные требования.

Каждый из указанных видов сетей подразделяется на классы и разряды.

Закрепленные на местности точки плановой геодезической сети называются **г е о д е з и ч е с к и м и п у н к т а м и**. Геодезические пункты государственной сети и сетей сгущения закрепляются на местности таким образом, чтобы на долгие годы была обеспечена их сохранность, постоянство положения и быстрое нахождение. В связи с этим геодезический пункт состоит из двух частей: подземного центра и наружного знака (рисунок 8.1).

Подземный центр (см. рисунок 8.1, б) является носителем координат геодезического пункта. Он состоит из железобетонного пилона, устанавливаемого в нижней части на бетонный якорь. Якорь должен быть заложен ниже глубины промерзания грунта (для территории республики Беларусь – 1,5 м). В верхней части пилона укрепляют чугунную марку, к метке на которой относятся координаты пункта. Подземный центр сверху закапывается землей.

Наружные знаки устанавливают над подземным центром (см. рисунок 8.1, а) для обеспечения взаимной видимости между смежными геодезическими пунктами. В качестве наружных знаков используют деревянные или металлические пирамиды и сигналы. Они вверху заканчиваются визирным цилиндром, ось которого должна находиться на одной отвесной линии с центром чугунной марки подземного центра. Пирамида по высоте не превышает 12 м. Для измерения углов под пирамидами теодолиты устанавливают на штативе.

Сигналы бывают высотой до 50 м (см. рисунок 8.1, а). Они состоят из внутренней и наружной пирамид. Внутренняя пирамида имеет вверху устройство для установки теодолита, которое позволяет вести наблюдения с верхней части сигнала над поверхностью земли, обеспечивая видимость над препятствиями (холмы, лесные массивы и т. д.) Геодезические пункты государственных сетей и сетей сгущения охраняются государством.

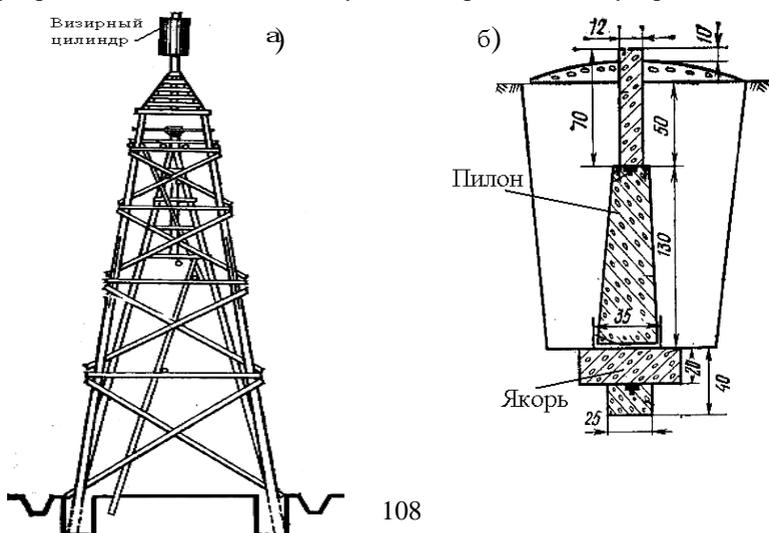


Рисунок 8.1 – Геодезический пункт:
a – наружный знак; *b* – подземный центр

Закрепление пунктов съёмочных геодезических сетей осуществляется в основном временными знаками (деревянными кольшками, металлическими штырями, столбами и т. д.). Это обусловлено тем, что съёмочные сети служат основой для текущих съёмочных и инженерно-геодезических работ, при которых нет необходимости закреплять пункты на постоянное, долговременное хранение.

Геодезические точки высотных сетей называются *реперами* и *марками*, которые бывают грунтовые и стенные (конструкция реперов и марок рассмотрена в разд. 7 «Нивелирование»).

8.2 Методы построения плановых геодезических сетей

Конечной целью построения плановых геодезических сетей является определение координат геодезических пунктов. Для этого на местности осуществляется построение связанных между собой геометрических фигур (обычно треугольников). Выбор положения вершин фигур производят таким образом, чтобы на местности были доступны измерения углов и расстояний между смежными геодезическими пунктами.

В зависимости от формы фигур и непосредственно измеряемых их элементов различают следующие основные **методы построения плановых геодезических сетей**.

1 **Т р и а н г у л я ц и я** – метод построения плановой геодезической сети в виде примыкающих друг к другу треугольников, в которых измеряют все углы и длину базисной стороны *AB* (рисунок 8.2). Для определения координат вершин пунктов триангуляции последовательно решают треугольники по стороне и двум углам с использованием теоремы синусов и находят длины всех сторон в треугольниках, начиная от измеренной базисной стороны

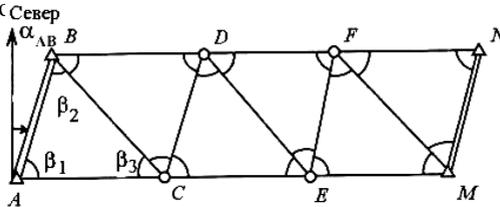


Рисунок 8.2 – Триангуляция

Например, для определения длин сторон *AC* и *BC* из первого треугольника можно написать:

$$AB / \sin \beta_3 = AC / \sin \beta_2 = BC / \sin \beta_1,$$

откуда

$$AC = AB \sin \beta_2 / \sin \beta_3; \quad BC = AB \sin \beta_1 / \sin \beta_3.$$

Затем вычисляют дирекционные углы этих сторон *AC* и *BC* по формулам

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{AC} &= \alpha_{AB} + \beta_1; \\ \alpha_{BC} &= \alpha_{AB} + 180^\circ - \beta_2. \end{aligned} \right\} \quad (8.1)$$

Координаты пункта C (X_C и Y_C) можно получить по формулам прямой геодезической задачи:

$$\left. \begin{aligned} X_C &= X_A + \cos \alpha_{AC} \cdot AC; \\ Y_C &= Y_A + AC \cdot \sin \alpha_{AC}. \end{aligned} \right\} \quad (8.2)$$

Затем аналогично решают следующие треугольники, находят длины сторон, дирекционные углы и координаты геодезических пунктов D, E, F, M и так далее по формулам прямых геодезических задач.

2 Т р и л а т е р а ц и я – метод построения плановой геодезической сети в виде примыкающих друг к другу треугольников, в которых измеряют длины всех сторон (рисунок 8.3). Из решения треугольников по трем сторонам, используя теорему косинусов, находят их углы. Например, из первого треугольника можно написать:

$$\cos \beta_1 = (AB^2 + AC^2 - BC^2) / 2AB \cdot AC,$$

откуда вычисляют угол β_1 . Затем по формуле (8.1) находят дирекционный угол стороны AC и по формулам (8.2) прямой геодезической задачи определяют координаты геодезического пункта C (X_C и Y_C).

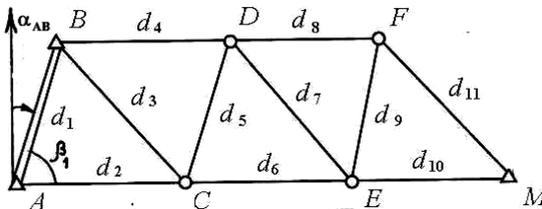


Рисунок 8.3 – Трилатерация

Аналогично решают другие треугольники, из которых вычисляют координаты пунктов D, E, F, M и т. д.

3 П о л и г о н о м е т р и я – метод построения геодезической сети в виде системы замкнутых или разомкнутых ломаных линий, в которых непосредственно измеряют все углы поворота β и длины сторон d (рисунок 8.4). Углы в полигонометрии измеряют точными теодолитами, а стороны – светодальномерами. По измеренным углам, используя формулу (8.1) вычисляют дирекционный угол стороны BC :

$$\alpha_{BC} = \alpha_{AB} + 180^\circ - \beta_1.$$

Затем, используя формулы прямой геодезической задачи определяют координаты пункта C (X_C и Y_C):

$$X_C = X_B + d_1 \cos \alpha_{BC}; \quad Y_C = Y_B + d_1 \sin \alpha_{BC}.$$

Аналогично вычисляют дирекционные углы остальных сторон полигонометрического хода и координаты других вершин хода (D, E, F).

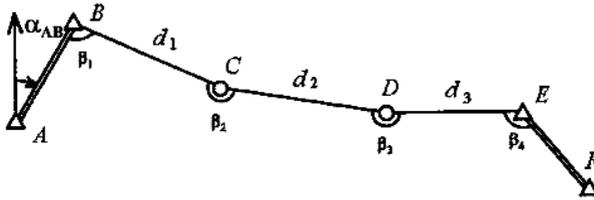


Рисунок 8.4 – Полигонометрия

4 **Л и н е й н о - у г л о в ы х с е т е й** – в этих сетях измеряют угловые и линейные величины в разных сочетаниях. Форма сети при этом может быть различной. Одним из примеров линейно-угловой сети могут быть четырехугольники без диагоналей, в которых измерены все углы и все стороны. Координаты вершин вычисляют, как в методе полигонометрии.

8.3 Государственные геодезические сети

Государственной геодезической сетью называют геодезическую сеть, обеспечивающую определение координат и высот на территории государства. Она является основой для развития геодезических сетей сгущения, съемочных сетей, производства топографических съемок и выполнения инженерно-геодезических работ.

Пункты государственной геодезической сети определены на всей территории страны в **единой системе координат**, что позволяет получить также в единой системе координат результаты съемочных работ в отдельных районах страны, независимо от последовательности работ. Это обеспечивает соединение разрозненных топографических материалов в единую карту государства.

Государственные геодезические сети подразделяются на плановые и высотные. **П л а н о в ы е** сети создаются методами триангуляции, полигонометрии и трилатерации и их сочетаниями. **В ы с о т н ы е** сети создаются методом геометрического нивелирования.

Государственная плановая сеть, в соответствии с принципом перехода от общего к частному, состоит из сетей 1, 2, 3 и 4-го классов, различающихся между собой точностью угловых и линейных измерений и длиной сторон. Более точной и крупной сетью является сеть 1-го класса.

Государственная геодезическая сеть *1-го класса* строится в виде полигонов, образуемых рядами триангуляции или ходами полигонометрии, расположенными вдоль параллелей и меридианов (рисунок 8.5). Периметр полигона составляет около 800 км, а стороны его, называемые звеньями, –

около 200 км. В вершинах полигонов располагают пункты Лапласа, на которых из астрономических наблюдений определяют широту, долготу и азимут, что повышает надежность получения координат.

На концах звеньев триангуляции измеряют базисные стороны. Пункты Лапласа на рисунке 8.5 обозначены звездочками.

Государственная геодезическая сеть 2-го класса строится внутри полигонов 1 класса в виде сплошной сети триангуляции или в виде системы пересекающихся ходов полигонометрии. На нескольких пунктах 2-го класса выполняются астрономические определения широты, долготы и азимуты.

Пункты государственной геодезической сети 3-го и 4-го классов определяются относительно пунктов высших (1-го и 2-го) классов как методами триангуляции и полигонометрии, так и вставкой отдельных пунктов, при которой определяемый пункт связан со всеми ближайшими пунктами высшего и того же класса.

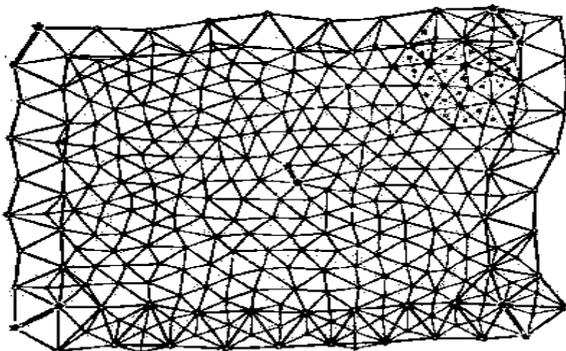


Рисунок 8.5 – Государственная геодезическая сеть

Показатели точности измерения азимутов, углов и сторон в сетях триангуляции и полигонометрии 1–4-го классов, а также допускаемые длины сторон приведены в таблице 8.1.

Т а б л и ц а 8.1 – Характеристики государственной геодезической сети

Класс	Метод измерения	Длина сторон, км	Точности измерений			
			астрономический азимута	угла	базисной стороны	стороны хода
1	Триангуляция	Более 20	0,5"	0,7"	1:400000	–
	Полигонометрия	20 – 25	0,5"	0,4"	–	1:300000
2	Триангуляция	7 – 20	0,5"	1,0"	1:300000	–
	Полигонометрия	–	0,5"	1,0"	–	1:250000
3	Триангуляция	5 – 8	–	1,5"	1:200000	–
	Полигонометрия	3	–	1,5"	–	1:200000
4	Триангуляция	1 – 5	–	2,0"	1:100000	–
	Полигонометрия	0,25 – 2	–	2,0"	–	1:100000

Построение государственной плановой геодезической сети методами трилатерации детально не регламентировано.

Государственная высотная (нивелирная) геодезическая сеть делится так же, как плановая, на четыре класса: I, II, III и IV. Более точным является I класс нивелирования. Подробно государственная высотная сеть рассмотрена в разд. 7 «Нивелирование».

8.4 Геодезические сети сгущения

Геодезические сети сгущения развивают там, где требуется дальнейшее сгущение государственной геодезической сети (в населенных пунктах, на объектах крупного строительства и т. д.). Обычно такие сети сгущения называют **геодезическими сетями местного значения**.

Геодезические сети сгущения, так же, как и государственные сети, могут быть плановыми и высотными. **П л а н о в ы е** сети сгущения подразделяются на сети 1-го и 2-го разрядов, создаваемые методами триангуляции, полигонометрии и трилатерации, а **в ы с о т н ы е** (нивелирные) сети развиваются методом геометрического нивелирования III и IV классов, а также ходами технического нивелирования. Более подробно высотные сети рассмотрены в разд. 7 «Нивелирование».

Геодезические плановые сети сгущения 1-го и 2-го разрядов опираются на пункты государственной геодезической сети 1–4-го классов. В соответствии с принципом перехода от общего к частному геодезические сети сгущения имеют более короткие стороны и меньшую точность, чем государственные сети. Основные показатели, характеризующие размеры и точность геодезических сетей сгущения приведены в таблице 8.2.

Как и пункты государственных геодезических сетей, пункты сетей сгущения закрепляются постоянными знаками, состоящими из подземного центра и наружного знака.

Т а б л и ц а 8.2 – Характеристика сетей сгущения

Разряд	Метод построения	Длины сторон, км	Точность измерений		
			угла	базисной стороны	стороны хода
1	Триангуляция	До 5	5"	1:50000	–
	Трилатерация	“ 5	–	1:50000	–
	Полигонометрия	“ 0,8	5"	–	1:10000
2	Триангуляция	До 3	10"	1:20000	–
	Трилатерация	“ 3	–	1:20000	–
	Полигонометрия	“ 0,35	10"	–	1:5000

8.5 Современная концепция развития плановых государственных геодезических сетей

В настоящее время для построения государственных геодезических сетей применяют **спутниковые методы измерений**. Для этого используются в основном две спутниковые системы: российская система *ГЛОНАСС* (ГЛОбальная Навигационная Спутниковая Система) и система *NAVSTAR GPS* (навигационная система определения расстояния и времени, глобальная система позиционирования), разработанная в США.

В спутниковом методе вместо неподвижных пунктов геодезической сети с известными координатами используются подвижные спутники, координаты которых можно вычислить на любой момент времени.

Концепция государственной спутниковой сети предусматривает построение трех уровней сети:

- 1 – фундаментальная астрономо-геодезическая;
- 2 – высокоточная астрономо-геодезическая;
- 3 – спутниковая геодезическая 1-го класса.

Фундаментальная астрономо-геодезическая сеть должна состоять из геодезических пунктов со средними расстояниями между ними 700–800 км. Часть этих пунктов должна стать астрономическими обсерваториями, оснащенными радиотелескопами и спутниковыми приемниками систем *GPS* – *ГЛОНАСС*. Взаимное положение этих пунктов будет определяться с погрешностью 1–2 см.

Высокоточная астрономо-геодезическая сеть должна заменить звенья триангуляции 1^{го} класса и представлять собой однородные по точности построения с расстояниями между смежными пунктами 150–300 км. Взаимное положение этих пунктов будет определяться спутниковыми методами с погрешностью 2–3 см.

Спутниковая геодезическая сеть 1-го класса должна заменить триангуляцию 1 и 2-го классов со средними расстояниями между пунктами 30–35 км и средней квадратической погрешностью взаимного положения 1–2 см.

Построение такой сети предполагается осуществить в течение десяти ближайших лет.

9 СЪЕМОЧНЫЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ СЕТИ

9.1 Общие сведения

Съемочной геодезической сетью называют геодезическую сеть, создаваемую для производства топографических съемок местности. Поэтому иногда ее называют **съемочным обоснованием**.

Съемочное обоснование создается на основе общего принципа построения геодезических сетей – перехода от общего к частному. Оно

опирается на пункты государственной сети и сетей сгущения и отличается от сетей сгущения меньшей точностью и меньшими размерами между пунктами съемочной сети. Это приводит к тому, что увеличивается число пунктов съемочной сети на 1 км^2 . Например, густота пунктов при масштабе топографической съемки 1:5000 должна быть не менее 4 пунктов на 1 км^2 , а при масштабе 1:2000 – не менее 12, 1:1000 – не менее 16 на 1 км^2 . Пункты съемочного обоснования должны располагаться таким образом, чтобы все измерения при съемке ситуации и рельефа местности производились непосредственно с его точек.

Различают плановые и высотные съемочные сети. *Плановые съемочные сети* создают методами полигонометрии, триангуляции и с помощью геодезических засечек, а *высотные съемочные сети* – нивелирными ходами IV-го класса или технического нивелирования, а также тригонометрическим нивелированием.

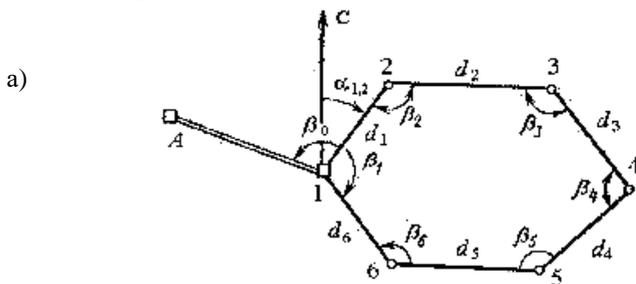
Ходы плановых съемочных сетей, создаваемых методом полигонометрии, называют *теодолитными ходами*, а плановую съемочную сеть, создаваемую методом триангуляции, – *микротриангуляцией* (его используют в основном на открытой местности). Закрепление пунктов съемочных сетей осуществляют в основном временными знаками: колышками, металлическими штырями, трубами и т. д.

9.2 Теодолитные ходы и их виды

Наиболее часто в качестве планового съемочного обоснования используют теодолитные ходы, которые создаются методом полигонометрии. Различают **два вида теодолитных ходов**: замкнутые (полигоны) и разомкнутые, опирающиеся на две исходные стороны (рисунок 9.1).

Для определения координат точек замкнутого теодолитного хода в нем измеряют все внутренние углы (правые по ходу) и длины сторон d_1, d_2, \dots, d_n . В разомкнутом ходе измеряют или правые по ходу $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ (показаны на рисунке 9.1, б) или левые по ходу углы поворота, которые по возрастанию номеров хода лежат с левой стороны. Как видно из рисунка, $\beta_{лев} = 360^\circ - \beta_{пр}$.

Для привязки теодолитных ходов к пунктам государственной сети и сетям сгущения измеряются примычные углы (на рисунке 9.1 эти углы обозначены через β_0 и β_n).



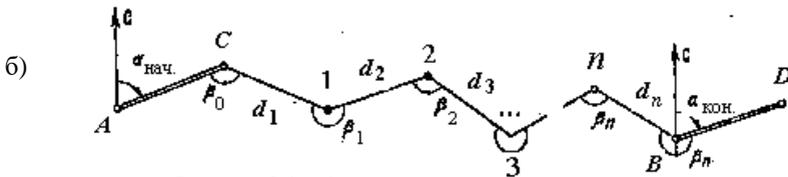


Рисунок 9.1 – Схемы теодолитных ходов:
 a – замкнутый ход; b – разомкнутый ход

Геодезические работы по проложению теодолитных ходов, выполняемые на местности, называют полевыми, а обработку результатов в помещении – камеральными работами.

9.3 Полевые работы при проложении теодолитных ходов

Полевые работы по проложению теодолитного хода выполняют в такой последовательности:

1 Рекогносцировка участка местности и закрепление точек теодолитного хода. Рекогносцировкой называется изучение местности с целью окончательного выбора положения точек теодолитного хода и привязки его к пунктам опорной геодезической сети. При рекогносцировке руководствуются следующими **т е х н и ч е с к и м и у с л о в и я м и**:

- точки теодолитного хода выбирают на возвышенных местах, так чтобы с них хорошо просматривалась местность, подлежащая съемке. При этом между смежными точками должна быть взаимная видимость для измерения углов и длин сторон хода;

- длины сторон хода не должны превышать 350 м и быть не менее 40 м на незастроенной территории и 20 м в застроенной части участка;

- длины ходов для различных масштабов съемки не должны превышать следующих значений:

Масштаб	1:5000	1:2000	1:1000	1:500
Незастроенная территория, км	6	3	1,8	1,2
Застроенная территория, км	4	2	1,2	0,8

- точки хода должны быть выбраны так, чтобы обеспечить их сохранность на весь период съемки местности.

После выбора местоположения точки теодолитного хода закрепляются на местности, обычно временными знаками. Наиболее часто используют для закрепления точек металлические штыри, трубы или деревянные

колышки, вбиваемые вровень с землей. Для облегчения поиска колышка рядом с ним забивают деревянный кол, выступающий над поверхностью земли на 20–30 см, который называют сторожок. На сторожке подписывают номер точки и другие необходимые данные.

2 Измерение углов хода. Его обычно выполняют точными или техническими теодолитами (моделей Т-30; 2Т-30; 2Т-30П; 2Т5К; 3Т5К) способом приемов. Для этого устанавливают теодолит над точкой и приводят его в рабочее положение (центрируют и горизонтируют). В соседних точках теодолитного хода устанавливают вешки. После этого, при круге лево, наводят зрительную трубу теодолита на правую точку хода и снимают отсчет по горизонтальному кругу (лимбу), затем, вращая алидаду, наводят трубу на левую точку и снимают отсчет по лимбу. Отсчеты записывают в журнал теодолитной съемки.

Величина угла получается как разность отсчетов по лимбу на правую и левую точки хода, при этом, если отсчет на правую точку меньше чем на левую, то к отсчету на правую точку надо прибавить 360° . На этом заканчивается первый полуприем измерения угла при круге лево.

Измерение угла одним полуприемом полностью не освобождает результат измерения от влияния инструментальных ошибок, а также не гарантирует от возможных просчетов. Поэтому угол измеряют вторично, но уже при круге право. Для этого переводят трубу через зенит, делают перестановку лимба теодолита и измеряют угол при круге право так же, как и при круге лево. Расхождение величин углов между полуприемами не должно превышать двойной точности отсчетного устройства теодолита. За окончательный результат принимают среднее из двух значений углов.

Аналогичные измерения выполняют на остальных точках теодолитного хода. Результаты измерений записывают на левую часть страницы журнала теодолитной съемки. В замкнутом теодолитном ходе обходят полигон, начиная с 1-й точки, по направлению движения часовой стрелки, при этом измеренные углы будут правые по направлению движения.

3 Измерение длин сторон теодолитного хода. Длину каждой стороны теодолитного хода измеряют дважды – в прямом и обратном направлениях. Измерения производят землемерной лентой или дальномерами, обеспечивающими заданную точность. Относительная погрешность двух измерений длины сторон хода не должна превышать 1:2000 для благоприятных условий местности и 1:1000 – для неблагоприятных (пашня, болото, пересеченная местность, высокая трава и т. д.).

Для исключения систематических погрешностей в результаты измерений вводят поправки за компарирование прибора, его температуру и наклон линии. При этом, если разность температур измерения и компарирования не превышает 8° , то поправку за температуру не учитывают.

Перед измерением стороны теодолитного хода провешивают способом на себя. Если измеряемая сторона теодолитного хода имеет угол наклона к горизонту более 2° , его измеряют по вертикальному кругу теодолита или эклиметром. Зная угол наклона и длину наклонной линии, определяют поправку за наклон и вычисляют горизонтальное проложение стороны хода.

Если линия теодолитного хода пересекает реку, овраг, озеро, болото или другое препятствие, то длину этой линии определяют как неприступное расстояние или измеряют дальномерами.

Методика измерения расстояний и формулы для вычисления поправок и длин сторон подробно рассмотрены в разд. 6. Результаты измерения сторон теодолитного хода заносят в журнал теодолитной съемки.

9.4 Привязка теодолитных ходов к пунктам опорной геодезической сети

Теодолитные ходы обычно прокладывают между исходными (опорными) пунктами государственной геодезической сети или сетей сгущения. Координаты опорных пунктов (X и Y) определены в общегосударственной системе координат. Поэтому привязка теодолитного хода производится для определения координат точек хода и дирекционных углов его сторон в единой общегосударственной системе.

Плановая привязка теодолитного хода заключается в измерении горизонтальных углов и длин сторон от исходных пунктов к точкам теодолитного хода. Рассмотрим способы привязки замкнутого и разомкнутого теодолитных ходов.

1 **Привязка замкнутого теодолитного хода.** Она может быть выполнена от двух пунктов (A и B) опорной геодезической сети или от одного пункта (A). Для привязки к двум пунктам от ближайшей точки замкнутого теодолитного хода прокладывают дополнительный (привязочный) теодолитный ход ($1 - 7 - A$) (рисунок 9.2), в котором измеряют правые по ходу углы $\beta_0, \beta_7, \beta_A$ и длины сторон $1 - 7$ и $7 - A$. Углы β_0 и β_A в привязочном ходе называют **п р и м ы ч н ы м и**. По дирекционному углу опорной стороны AB вычисляют дирекционные углы привязочного хода (см. рисунок 9.2):

$$\alpha_{A,7} = \alpha_{AB} + \beta_A; \quad \alpha_{7,1} = \alpha_{A,7} - 180^\circ + \beta_7; \quad \alpha_{1,2} = \alpha_{7,1} - 180^\circ + \beta_0.$$

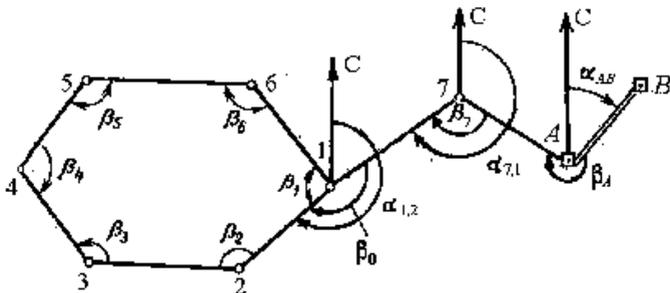


Рисунок 9.2 – Привязка теодолитного хода

Зная координаты опорного пункта A , по длинам сторон привязочного хода и дирекционным углам вычисляют координаты начальной точки основного теодолитного хода (точка 1), используя формулы прямой геодезической задачи. Для рисунка 9.2 будем иметь:

$$X_7 = X_A + d_{A,7} \cdot \cos \alpha_{A,7}; \quad Y_7 = Y_A + d_{A,7} \cdot \sin \alpha_{A,7}.$$

Аналогично:

$$X_1 = X_7 + d_{1,7} \cdot \cos \alpha_{7,1}; \quad Y_1 = Y_7 + d_{1,7} \cdot \sin \alpha_{7,1}.$$

Таким образом, координаты начальной точки (X_1, Y_1) будут получены в общегосударственной системе координат. Если известен только один опорный пункт, например пункт A на рисунке 9.2, на нем измеряют магнитный азимут стороны $A - 7$. По магнитному азимуту вычисляют дирекционный угол стороны $A - 7$:

$$\alpha_{A,7} = A_M + \delta - \gamma,$$

где A_M – магнитный азимут стороны $A - 7$, измеряемый теодолитом с помощью ориентир-буссоли;

δ – магнитное склонение;

γ – сближение меридианов.

Значения величин магнитного склонения и сближения меридианов узнают на ближайшей метеостанции.

Дальнейшие действия по привязке к одному исходному пункту A ведут аналогично привязке замкнутого хода к двум исходным пунктам, описанным выше.

2 Привязка разомкнутого теодолитного хода. Разомкнутый теодолитный ход привязывают к опорным пунктам в начале и в конце хода. На рисунке 9.3 начальная A и конечная B точки являются опорными пунктами геодезической сети. Дирекционные углы $\alpha_{нач}$ и $\alpha_{кон}$ называются и с х о д н ы м и. Углы β_0 и β_n , измеренные в точках A и B , называют п р и м ы ч н ы м и.

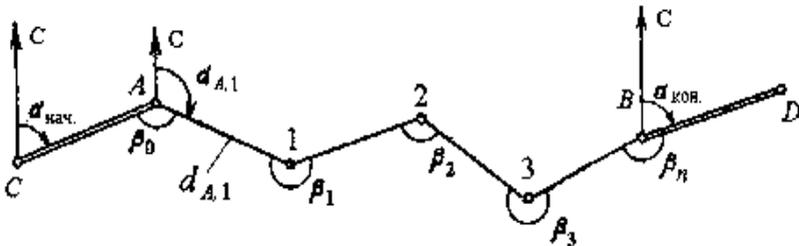


Рисунок 9.3 – Привязка разомкнутого теодолитного хода

Для определения координат точки 1 разомкнутого хода вычисляют вначале дирекционный угол $\alpha_{A,1}$ (см. рисунок 9.3):

$$\alpha_{A,1} = \alpha_{нач} + 180^\circ - \beta_0.$$

Затем, используя формулы прямой геодезической задачи, определяют координаты точки 1:

$$X_1 = X_A + d_{A,1} \cdot \cos \alpha_{A,1}; \quad Y_1 = Y_A + d_{A,1} \cdot \sin \alpha_{A,1}.$$

Таким образом, координаты точки 1 разомкнутого теодолитного хода будут определены в общегосударственной системе координат. Разомкнутый теодолитный ход при изысканиях называют **магистральным ходом**.

Иногда опорные пункты государственной геодезической сети могут быть удалены от точек теодолитного хода на 3–10 км. В этом случае используют способы привязки хода к отдаленным пунктам опорной сети, которые называют прямой и обратной угловой засечкой. Формулы для привязки точек теодолитного хода этими способами рассмотрены в п. 9.6.

9.5 Построение съемочной сети методом микротриангуляции

Съемочные сети на открытой местности могут развиваться методом триангуляции (**микротриангуляции**). Для этого на местности разбивают сеть треугольников, проложенных в виде цепи между двумя исходными сторонами (**б а з и с а м и**) (рисунок 9.4).

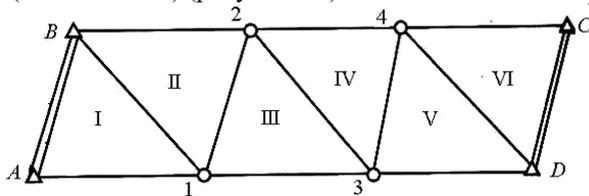


Рисунок 9.4 – Микротриангуляция

Число треугольников между базами не должно превышать, в зависимости от масштаба съемки, следующих величин: 1:5000 – 20; 1:2000 – 17; 1:1000 – 15; 1:500 – 10.

Базисы измеряют дважды в прямом и обратном направлениях с относительной погрешностью не более 1:5000.

Стороны в треугольниках микротриангуляции должны быть не менее 150 м, а углы – не менее 20° . Углы на точке микротриангуляции измеряют так же, как и в теодолитных ходах, способом приемов. При этом угловая невязка в треугольниках не должна превышать $1,5'$.

Если угловая невязка допустима, то ее распределяют поровну на все три угла с обратным знаком. Затем вычисляют исправленные значения углов в треугольниках с учетом введенных поправок. По исправленным углам, используя теорему синусов, вычисляют длины сторон треугольников.

В результате последовательного решения цепи треугольников, проложенных между двумя базисами (AB и CD), в последнем треугольнике в длине стороны базиса CD получится невязка, которая не должна превышать относительной погрешности:

$$f/b \leq 0,0003 \sqrt{n},$$

где f – невязка;

b – длина базисной линии;

n – число треугольников.

Если невязка допустима, ее распределяют между сторонами треугольников пропорционально номеру треугольника. По исправленным сторонам вычисляют координаты точек сети микротриангуляции, используя формулы прямой геодезической задачи, предварительно вычислив дирекционные углы сторон треугольников. Формулы для определения координат точек в способе триангуляции рассмотрены в разд. 8.

Кроме цепи треугольников в способе микротриангуляции могут использоваться схемы построения в виде центральной системы и геодезического четырехугольника (рисунок 9.5).

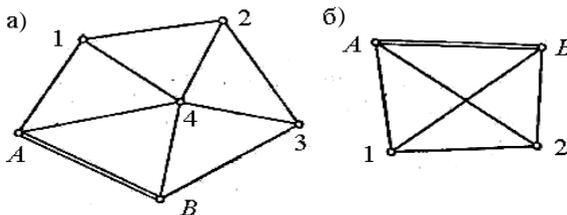


Рисунок 9.5 – Съёмочная геодезическая сеть
а – центральная система; б – геодезический четырехугольник

Вычисление координат точек треугольников в этих схемах ведется аналогично рассмотренному выше способу.

9.6 Определение координат точек съёмочной сети методом геодезических засечек

Геодезической засечкой называется метод определения координат отдельных точек, при котором на опорных пунктах или определяемой точке измеряют

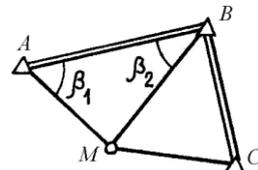


Рисунок 9.6 – Прямая угловая засечка

углы и расстояния, связывающие эту точку с опорными пунктами. Различают следующие в и ды геодезических засечек:

1 *Прямая угловая засечка.* В этом способе на опорных пунктах A и B измеряют углы β_1 и β_2 между исходной стороной AB и направлением на определяемую точку M (рисунок 9.6). Зная координаты исходных пунктов A и B (X_A, Y_A, X_B, Y_B) можно определить координаты точки M :

$$X_M = (X_A \operatorname{ctg} \beta_2 + X_B \operatorname{ctg} \beta_1 - Y_A + Y_B) / (\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2);$$

$$Y_M = (Y_A \operatorname{ctg} \beta_2 + Y_B \operatorname{ctg} \beta_1 + X_A - X_B) / (\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2).$$

Для контроля измерений и вычислений координаты точки M можно вычислить аналогично из треугольника, опирающегося на сторону BC . За окончательные значения координат определяемой точки принимают среднее арифметическое.

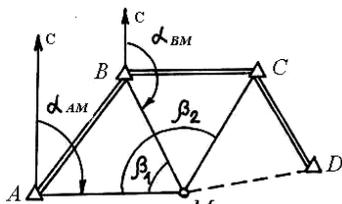


Рисунок 9.7 – Обратная угловая засечка

2 *Обратная угловая засечка.* В этом способе для вычисления координат определяемой точки M на ней измеряют углы β_1 и β_2 между направлениями на опорные пункты A, B, C . (рисунок 9.7). При этом опорные пункты выбирают так, чтобы точки A, B, C, M не оказались на одной окружности или вблизи ее.

Для определения координат точки M вначале вычисляют дирекционные углы линий AM и BM , используя следующие формулы:

$$\operatorname{tg} \alpha_{AM} = \frac{Y_A (\operatorname{ctg} \beta_2 - \operatorname{ctg} \beta_1) + Y_B \operatorname{ctg} \beta_1 - Y_C \operatorname{ctg} \beta_2 + X_C - X_B}{X_A (\operatorname{ctg} \beta_2 - \operatorname{ctg} \beta_1) + X_B \operatorname{ctg} \beta_1 - X_C \operatorname{ctg} \beta_2 - Y_C + Y_B};$$

$$\alpha_{BM} = \alpha_{AM} + \beta_1.$$

Зная дирекционные углы α_{AM} и α_{BM} , а также координаты опорных пунктов A, B, C , можно вычислить координаты определяемой точки M :

$$X_M = (X_A \operatorname{tg} \alpha_{AM} - X_B \operatorname{tg} \alpha_{BM} + Y_B - Y_A) / \operatorname{tg} \alpha_{AM} - \operatorname{tg} \alpha_{BM};$$

$$Y_M = (X_M - X_A) \operatorname{tg} \alpha_{AM} + Y_A.$$

Для контроля измерений и вычислений координаты точки M можно определить от других опорных пунктов, например B, C, D (см. рисунок 9.7). При этом необходимо измерить другую пару углов и вычислить координаты точки M по формулам, аналогично приведенным выше. За окончательное значение координат принимают среднее арифметическое из двух определений.

3 *Комбинированная засечка.* Она представляет собой сочетание элементов прямой и обратной засечек. Например, в треугольнике ABM (рисунок 9.8) измерены углы при точках A и M (β_1 и β_2) соответственно. Это позволяет вычислить угол при точке B :

$$\sphericalangle B = 180^\circ - (\beta_1 + \beta_2),$$

а затем определить координаты точки M по формулам прямой угловой засечки.

Для контроля измерений и вычислений на определяемой точке M можно измерить угол $AMC = \beta_3$ (рисунок 9.8), что позволит вычислить координаты точки M по формулам обратной угловой засечки. За окончательные значения координаты берут среднее арифметическое из координат, полученных из прямой и обратной засечек.

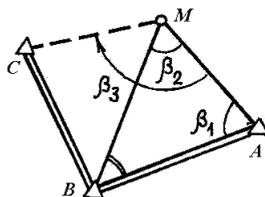


Рисунок 9.8 – Комбинированная засечка

10 ТОПОГРАФИЧЕСКИЕ СЪЕМКИ

10.1 Виды топографических съемок. Выбор масштаба съемки и высоты сечения рельефа

Топографической съемкой называется совокупность геодезических работ, выполняемых на земной поверхности для получения плана или карты местности. Съемки могут быть **горизонтальными**, если по их результатам на плане получают положение только ситуации местности, без изображения рельефа. Если же на плане изображают только рельеф местности без ситуации, то такие съемки называют **вертикальными**, а съемки, в результате которых на плане получают и ситуацию, и рельеф местности, – **топографическими**.

По названию основных приборов, которыми выполняются геодезические работы на местности, различают следующие **виды съемок**:

теодолитная – производится с помощью теодолита и мерного прибора (землемерной ленты или рулетки);

тахеометрическая – выполняется оптическими или электронными тахеометрами;

мензуральная – производится с помощью мензулы и кипрегеля;

нивелирование поверхности – выполняется с помощью нивелира и рулетки;

аэрофотосъемка – производится фотоаппаратом, устанавливаемым на самолете;

фототеодолитная – выполняют фототеодолитом, прибором у которого вместо зрительной трубы установлен фотоаппарат.

Все топографические съемки производят согласно общему принципу геодезических работ – перехода от общего к частному. Это означает, что вначале на участке съемки создают съемочную геодезическую сеть (съемочное обоснование), состоящую из ряда точек, закрепленных на местности и полученных в единой системе координат, а затем, опираясь на эти точки, определяют плановое и высотное положение контуров и предметов местности (то есть снимают ситуацию и рельеф).

Основными характеристиками любой съемки является масштаб и высота сечения рельефа. Масштаб съемки зависит от назначения съемки, размеров снимаемого участка, точности изображения элементов местности. Так, точность плана масштаба 1:500 характеризуется величиной $t = 0,1 \text{ мм} \cdot 500 = 5 \text{ см}$, а точность масштаба карты 1:10000 $t = 0,1 \text{ мм} \cdot 10000 = 1 \text{ м}$. Таким образом, чем точнее необходимо снять местность, тем масштаб съемки должен быть крупнее (то есть знаменатель численного масштаба должен быть меньше). В соответствии с этим выбирается точность выполнения измерений на местности.

Высота сечения рельефа зависит от масштаба съемки и от характера рельефа местности. Для стандартного масштабного ряда высота сечения рельефа может быть рассчитана по приближенной формуле

$$h \approx 0,2 \text{ мм} \cdot M,$$

где M – знаменатель численного масштаба. Например, для масштаба плана 1:5000

$$h = 0,2 \text{ мм} \cdot 5000 = 1000 \text{ мм} = 1 \text{ м}$$

По характеру рельефа местность делится на равнинную (с углом наклона $\nu < 4^\circ$), пересеченную ($4^\circ < \nu \leq 10^\circ$) и горную ($10^\circ < \nu < 30^\circ$). Чем более гористая местность, тем высота сечения рельефа должна быть больше, чтобы смежные горизонталы не сливались друг с другом, и наоборот, чем равниннее местность, тем высота сечения рельефа должна быть меньше. Поэтому для одного и того же масштаба, в зависимости от рельефа местности, предусмотрены различные значения высоты сечения рельефа (таблица 10.1).

Т а б л и ц а 10.1 – Соотношение масштаба и высоты сечения рельефа

Масштаб	Высота сечения рельефа $h, \text{ м}$
1:10000	5; 2,5; 2; 1
1:5000	5; 2; 1; 0,5
1:2000	2; 1; 0,5
1:1000	1; 0,5
1:500	1; 0,5; 0,25

В отдельных случаях допускается использование высоты сечения рельефа $h = 0,10$ м.

10.2 Теодолитная съемка

Теодолитная съемка является горизонтальным видом съемки, при которой снимается ситуация местности без рельефа. В результате **теодолитной съемки** получают контурный план участка или узкой полосы местности с изображением на нем подробностей в условных топографических знаках. Геодезические работы, выполняемые на местности, называются *полевыми*, а обработка результатов в помещении – *камеральными* работами.

В теодолитной съемке для измерения углов и расстояний на местности используют теодолит и землемерную ленту или рулетку.

В соответствии с принципом перехода от общего к частному теодолитная съемка выполняется в два этапа. На *первом* этапе на участке местности создается съемочная сеть, состоящая из нескольких опорных точек, взаимное расположение которых определяют, возможно, точнее, а на *втором* этапе с этих точек опорной сети производится непосредственная съемка ситуации местности.

Распространенным способом создания опорной съемочной сети является проложение на местности замкнутых и разомкнутых теодолитных ходов. Часто *замкнутые* теодолитные хода прокладывают по границе участка съемки, а *разомкнутые* – внутри участка. Теодолитный ход состоит из ряда точек на местности, расстояние между которыми, а также углы, образованные горизонтальными проекциями линий, измеряют. Проложение теодолитных ходов на местности рассмотрено подробно в разд. 9.

На втором этапе съемки внутри теодолитного хода, проложенного для съемки участка местности, определяют различные по форме элементы ситуации: кустарник, лес, дороги, овраги, постройки, пашни и другие объекты. Для изображения на плане этих подробностей на местности намечают характерные точки, лежащие на границах и переломах контуров ситуации (например, углы зданий, точки поворотов дорог, земельных угодий, леса, луга и т. д.). Для съемки этих характерных точек ситуации местности применяют различные способы теодолитной съемки, рассмотренные ниже.

10.3 Способы съемки ситуации местности. Абрис

Различают следующие основные способы теодолитной съемки ситуации местности: перпендикуляров (прямоугольных координат), створов, полярный, угловых засечек и линейных засечек. Рассмотрим сущность этих способов съемки на основе точек и сторон опорного теодолитного хода.

1 Способ перпендикуляров (прямоугольных координат). Он применяется для съемки контуров, лежащих вблизи теодолитных ходов, например, для съемки угла здания (точка A) (рисунок 10.1).

Из точки A с помощью экера опускают перпендикуляр на сторону теодолитного хода $1 - 2$ и рулеткой или землемерной лентой измеряют два расстояния: x_A до основания перпендикуляра (точка M) и y_A – длину перпендикуляра.

В условиях местной системы прямоугольных координат отрезок x_A , вдоль стороны теодолитного хода, называют абсциссой, а отрезок y_A – ординатой. А сам способ перпендикуляров называют способом прямоугольных координат.

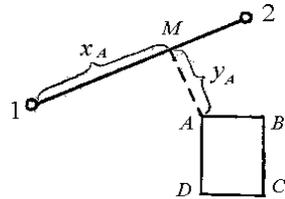


Рисунок 10.1 – Способ перпендикуляров

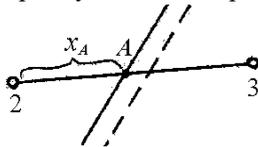


Рисунок 10.2 – Способ створов

2 Способ створов. Данный способ является частным случаем способа перпендикуляров, когда точка ситуации попадает непосредственно в створ линии. Это значит, что длина перпендикуляра $y_A = 0$. Например, на рисунке 10.2 дорога пересекает сторону $2 - 3$ теодолитного хода в точке A , которая находится в створе линии $2 - 3$. При этом для съемки точки A дороги достаточно измерить расстояние x_A вдоль стороны теодолитного хода, а $y_A = 0$.

3 Способ полярных координат (полярный способ). Его удобно применять при съемке открытых контуров (луг, озеро, болото и т. д.). Для съемки контура луга ($ABCDE$) устанавливают теодолит в точке 3 теодолитного хода и измеряют на каждую точку контура луга горизонтальный угол β и горизонтальное расстояние d (рисунок 10.3). При этом углы измеряют теодолитом при круге лево от линии $3 - 4$, на которую устанавливают отсчет по лимбу $0^\circ 00'$, до направления на характерную точку луга (на рисунке 10.3 это точка A). Расстояние d обычно измеряют нитяным дальномером теодолита или рулеткой от точки теодолитного хода до каждой характерной точки ситуации.

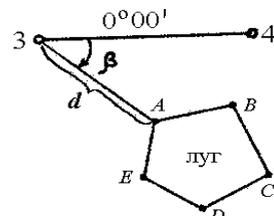


Рисунок 10.3 – Способ полярных координат

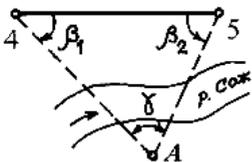


Рисунок 10.4 – Способ угловых засечек

4 Способ угловых засечек. Обычно этим способом выполняют съемку труднодоступных точек, например, на противоположном берегу реки (рисунок 10.4). Для съемки точки A за рекой Сож из вершин 4 и 5 теодолитного хода измеряют теодолитом горизонтальные углы β_1 и β_2 между опорной линией 4 – 5 и направлением на точку A . Более высокую точность данный

способ дает в том случае, когда угол засечки γ на определяемой точке A находится в пределах $30^\circ < \gamma < 150^\circ$. Наилучшим считается значение $\gamma \approx 90^\circ$.

5 Способ линейных засечек. Данный способ применяется при отсутствии теодолита для измерения углов и если характерная точка ситуации находится в пределах длины мерного прибора (рулетки, ленты). Положение точки A (рисунок 10.5) определяется измерением двух расстояний d_1 и d_2 от точек 5 и 6 теодолитного хода до определяемой точки. Наилучшей считается засечка, когда d_1 равно d_2 , а угол $\gamma \approx 90^\circ$.

Абрис и журнал теодолитной съемки. Все результаты измерений углов и расстояний при съемке ситуации заносят на схематический чертеж, который называют а б р и с о м. Абрис выполняют в произвольном масштабе и заносят обычно на правую сторону полевой ж у р н а л а теодолитной съемки или в отдельную тетрадь. Все записи в абрисе делают четко и разборчиво, чтобы при дальнейшей обработке не возникали погрешности, которые приводят к снижению точности составляемого плана.

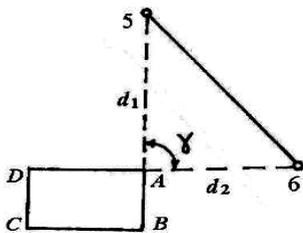


Рисунок 10.5 – Способ линейных засечек

Левая страница журнала теодолитной съемки является журналом измерений, в котором записывают отсчеты по лимбу теодолита, сделанные во время измерения углов в теодолитном ходе, а также указывают магнитные азимуты или румбы линий, длины сторон и углы наклона.

Журнал теодолитной съемки и абрис являются основными полевыми документами для составления плана теодолитной съемки.

11 КАМЕРАЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПРИ ТЕОДОЛИТНОЙ СЪЕМКЕ

11.1 Обработка полевых журналов теодолитной съемки

Целью теодолитной съемки является получение плана участка местности по результатам полевых измерений. Вычисление данных для

составления плана и построение самих планов входят в состав камеральных работ. **Обработка полевых материалов теодолитной съемки** выполняется в следующей последовательности:

1 Проверяют все записи и вычисления в полевых журналах и абрисах, при этом повторно вычисляют средние значения всех измеренных углов.

2 По результатам двойных измерений линий теодолитных ходов вычисляют средние значения длин. Для тех линий, где углы наклона более 2° , определяют горизонтальные проложения. Затем вычисляют длины линий, которые определялись как неприступные расстояния.

3 Составляют схематические чертежи теодолитных ходов с указанием средних значений углов и горизонтальных проложений сторон.

4 Составляют схемы привязок теодолитных ходов к опорным пунктам геодезических сетей.

Все последующие вычисления по определению координат замкнутого и разомкнутого теодолитных ходов производят в специальной ведомости.

11.2 Вычисление координат точек замкнутого теодолитного хода

Исходными данными для обработки замкнутого теодолитного хода являются координаты начальной точки X_1, Y_1 и дирекционный угол начальной линии хода $\alpha_{1,2}$ (рисунок 11.1). Эти исходные данные определяются по результатам привязки теодолитного хода к пунктам государственной геодезической сети или выбираются независимо в условной системе координат.

В соответствии с исходными данными и результатами полевых измерений углов β и длин сторон d необходимо вычислить координаты других точек замкнутого теодолитного хода (2–6). **Обработка результатов полевых измерений** ведется в следующей последовательности:

1 Уравнивание углов замкнутого теодолитного хода.

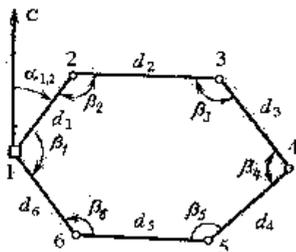


Рисунок 11.1 – Замкнутый теодолитный ход

Из геометрии известно, что сумма внутренних углов замкнутого многоугольника

$$\Sigma\beta_{\text{теор}} = 180^\circ(n - 2), \quad (11.1)$$

где n – число вершин многоугольника.

Например, в шестиугольнике ($n = 6$)

$$\Sigma\beta_{\text{теор}} = 180^\circ(6 - 2) = 180^\circ \cdot 4 = 720^\circ.$$

Эту сумму углов называют теоретической. Определяют практическую сумму измеренных горизонтальных углов хода и для контроля

сравнивают ее с теоретической. Вследствие неизбежных погрешностей, которые возникают при измерении углов, сумма измеренных углов замкнутого теодолитного хода не будет точно равна теоретической.

Разность между практической и теоретической суммами углов называют угловой невязкой хода и обозначают f_{β} :

$$f_{\beta} = \Sigma\beta_{\text{пр}} - \Sigma\beta_{\text{теор.}} \quad (11.2)$$

В теории погрешностей доказывается, что угловая невязка не должна быть больше предельной величины, которую называют допустимой невязкой, т. е.

$$f_{\beta \text{ доп}} = \pm 1,5t \sqrt{n}, \quad (11.3)$$

где t – точность отсчетного устройства теодолита;

n – число углов в теодолитном ходе.

Например, в теодолите Т-30 $t = 1'$ и формула (11.3) примет вид

$$f_{\beta \text{ доп}} = \pm 1,5' \sqrt{n}. \quad (11.4)$$

Для точных теодолитов (2Т5К, 3Т5К) допустимую угловую невязку вычисляют по более жесткой формуле

$$f_{\beta \text{ доп}} = 1' \sqrt{n}. \quad (11.5)$$

Невязка в углах может получиться недопустимой только в результате грубых просчетов при измерении углов или при вычислении их в журнале. Если невязка допустима, то ее распределяют с обратным знаком поровну на все углы теодолитного хода, т. е. вводят поправки в измеренные углы:

$$V_{\beta} = -(f_{\beta} / n). \quad (11.6)$$

С учетом поправок вычисляют исправленные углы:

$$\beta_{\text{испр}} = \beta + V_{\beta}. \quad (11.7)$$

Сумма исправленных углов должна быть равна теоретической сумме углов:

$$\Sigma\beta_{\text{испр}} = \Sigma\beta_{\text{теор.}} \quad (11.8)$$

Эти действия по распределению невязки в углах, вычислению поправок и исправлению углов называются уравниванием углов теодолитного хода.

2 Вычисление дирекционных углов сторон замкнутого теодолитного хода.

После уравнивания углов приступают к вычислению дирекционных углов

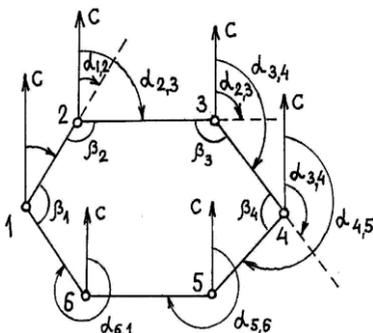


Рисунок 11.2 – Определение дирекционных углов

сторон теодолитного хода. В замкнутом теодолитном ходе измеряют обычно внутренние углы $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_6$, лежащие вправо по ходу, их называют правыми углами (см. рисунок 11.1). Если начальный дирекционный угол $\alpha_{1,2}$ из данных привязки неизвестен, то за него можно принять магнитный азимут, измеренный при помощи буссоли теодолита. Затем определяют дирекционные углы остальных линий теодолитного хода. Согласно рисунку 11.2

$$\alpha_{2,3} = \alpha_{1,2} + 180^\circ - \beta_2;$$

$$\alpha_{3,4} = \alpha_{2,3} + 180^\circ - \beta_3$$

и т. д., т. е. дирекционный угол последующей линии равен дирекционному углу предыдущей линии плюс 180° , минус правый угол, лежащий между этими линиями:

$$\alpha_{\text{посл}} = \alpha_{\text{пред}} + 180^\circ - \beta_{\text{пр}}. \quad (11.9)$$

Из рисунка 11.3 вытекает связь между левыми и правыми по ходу углами:

$$\beta_{\text{пр}} = 360^\circ - \beta_{\text{лев}}. \quad (11.10)$$

Подставив (11.10) в формулу (11.9) получим:

$$\alpha_{\text{посл}} = \alpha_{\text{пред}} + 180^\circ - (360^\circ - \beta_{\text{лев}})$$

или

$$\alpha_{\text{посл}} = \alpha_{\text{пред}} - 180^\circ + \beta_{\text{лев}}. \quad (11.11)$$

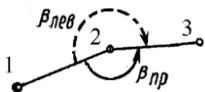


Рисунок 11.3 – Левые и правые по ходу углы

То есть по формуле (11.11) можно определить дирекционные углы, если известны левые по ходу углы $\beta_{\text{лев}}$. При получении по формулам (11.10) и (11.11) дирекционных углов больше 360° из них вычитают 360° .

Контролем правильности вычисления дирекционных углов в замкнутом теодолитном ходе является получение исходного (начального) дирекционного угла в конце вычислений (см. рисунок 11.2).

$$\alpha_{1,2} = \alpha_{6,1} + 180^\circ - \beta_1.$$

По вычисленным дирекционным углам определяют румбы сторон замкнутого теодолитного хода, используя формулы связи между дирекционными углами и румбами по четвертям.

3 Уравнивание приращений координат и вычисление координат замкнутого теодолитного хода.

Как известно из прямой геодезической задачи, приращения координат есть проекции стороны теодолитного хода на оси X и Y , которые определяются по формулам (рисунок 11.4):

$$\left. \begin{aligned} \Delta X &= d \cos \alpha; \\ \Delta Y &= d \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (11.12)$$

Из аналитической геометрии известно, что сумма проекций сторон замкнутого многоугольника на его любую ось равна нулю, то есть можно записать:

$$\Sigma \Delta X_{\text{теор}} = 0;$$

$$\Sigma \Delta Y_{\text{теор}} = 0.$$

Следовательно, для замкнутого теодолитного хода сумма всех приращений координат по осям OX и OY должна равняться нулю. Однако вследствие неизбежных погрешностей, которыми сопровождаются линейные и угловые измерения, практические суммы вычисленных приращений координат будут не равны нулю, т. е.

$$\Sigma \Delta X_{\text{пр}} = f_x;$$

$$\Sigma \Delta Y_{\text{пр}} = f_y.$$

Величины f_x и f_y называются невязками в приращениях координат: f_x – по оси OX , а f_y – по оси OY . Невязки f_x и f_y являются следствием незамыкания теодолитного хода на величину $11' = f d$, которую называют невязкой в периметре хода или линейной невязкой (рисунок 11.5).

Из прямоугольного треугольника $1, 1', 1''$ следует:

$$f_d = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}.$$

Относительная невязка не должна превышать в замкнутом ходе для благоприятной местности 1:2000, при неблагоприятных условиях измерений (высокая трава, пашня, пересеченная и холмистая территория) – 1:1000, которая, вычисляется по формуле

$$f_{\text{отн}} = f_d / \Sigma d = 1 / (\Sigma d / f_d),$$

где Σd – периметр хода, м.

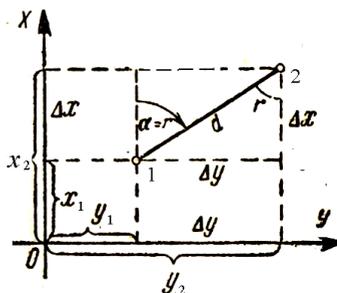


Рисунок 11.4 – Прямая геодезическая задача

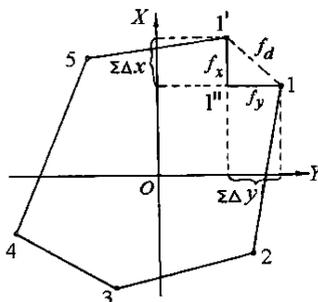


Рисунок 11.5 – Линейная невязка теодолитного хода

Если это условие выполнено, невязки f_x и f_y распределяют с обратным знаком на приращения координат пропорционально длинам сторон, вычисляя их по формулам

$$V_{X_i} = -f_x d_i / \Sigma d; \quad V_{Y_i} = -f_y d_i / \Sigma d.$$

Значения поправок округляют до сантиметров. Контролем правильности вычисления поправок будет выполнение равенств

$$\Sigma V_{X_i} = -f_x; \quad \Sigma V_{Y_i} = -f_y$$

С учетом найденных поправок определяют исправленные приращения координат

$$\Delta X_{\text{испр}} = \Delta X + V_X; \quad \Delta Y_{\text{испр}} = \Delta Y + V_Y.$$

Сумма исправленных приращений координат в замкнутом теодолитном ходе должна быть равна нулю, т. е.

$$\Sigma \Delta X_{\text{испр}} = 0; \quad \Sigma \Delta Y_{\text{испр}} = 0.$$

Эти действия по распределению невязок, вычислению поправок и исправленных приращений координат называют уравниванием приращений координат. По исправленным приращениям координат от точки с известными координатами последовательно вычисляют координаты вершин теодолитного хода, используя формулы прямой геодезической задачи:

$$\left. \begin{aligned} X_{\text{посл}} &= X_{\text{пред}} + \Delta X_{\text{испр}}; \\ Y_{\text{посл}} &= Y_{\text{пред}} + \Delta Y_{\text{испр}} \end{aligned} \right\} \quad (11.13)$$

Контролем правильности вычислений является получение координат исходной (начальной) точки (X_1, Y_1) замкнутого теодолитного хода.

11.3 Уравнивание углов и приращений координат в разомкнутом теодолитном ходе

Камеральная обработка разомкнутого теодолитного хода проводится в той же последовательности, что и для замкнутого теодолитного хода, за исключением вычислений по определению теоретической суммы углов и теоретической суммы приращений координат в разомкнутом теодолитном ходе. Рассмотрим эти вопросы более подробно. Пусть между исходными сторонами CA и BD проложен разомкнутый теодолитный ход (рисунок 11.6) в котором измерены правые по ходу углы $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_n$ и длины сторон d_1, d_2, d_3, d_4 .

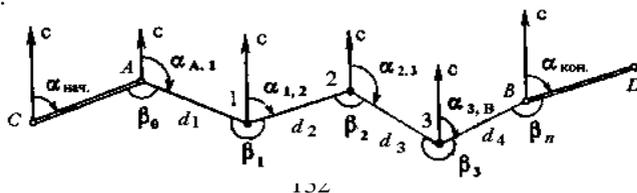


Рисунок 11.6 – Разомкнутый теодолитный ход

Обозначим дирекционные углы исходных сторон CA и BD соответственно $\alpha_{нач}$ и $\alpha_{кон}$, тогда согласно рисунку 11.6 и формуле вычисления дирекционных углов (11.9) получим:

$$\begin{aligned}\alpha_{A,1} &= \alpha_{нач} + 180^\circ - \beta_0; \\ \alpha_{1,2} &= \alpha_{A,1} + 180^\circ - \beta_1; \\ \alpha_{2,3} &= \alpha_{1,2} + 180^\circ - \beta_2; \\ \alpha_{3,B} &= \alpha_{2,3} + 180^\circ - \beta_3; \\ \alpha_{кон} &= \alpha_{3,B} + 180^\circ - \beta_n.\end{aligned}$$

Складывая по столбцу данные равенства, будем иметь:

$$\alpha_{кон} = \alpha_{нач} + 180^\circ n - \Sigma\beta.$$

Тогда теоретическая сумма углов в разомкнутом теодолитном ходе

$$\Sigma\beta_{теор} = \alpha_{нач} + 180^\circ n - \alpha_{кон}.$$

Если сумму измеренных углов хода обозначить $\Sigma\beta_{пр.}$, то угловую невязку в разомкнутом теодолитном ходе можно вычислить по формуле

$$f_\beta = \Sigma\beta_{пр} - \Sigma\beta_{теор} = \Sigma\beta_{пр} - (\alpha_{нач} + 180^\circ n - \alpha_{кон}).$$

Если эта невязка допустима, то ее распределяют с обратным знаком поровну на все углы с соответствующим округлением, то есть вычисляют поправку в углы по формуле (11.6). С учетом полученных поправок определяют исправленные углы по формуле (11.7) и проверяют выполнение контрольного равенства по формуле (11.8).

После уравнивания углов разомкнутого теодолитного хода приступают к вычислению дирекционных углов всех линий хода, которые выполняют по формуле (11.9). В конце этих вычислений необходимо точно получить дирекционный угол конечной стороны $\alpha_{кон.}$, что покажет правильность выполненного расчета.

Вычисление теоретической суммы приращений координат в разомкнутом теодолитном ходе. Разомкнутый теодолитный ход проложен между опорными точками A и B с известными координатами X_A, Y_A и X_B, Y_B (см. рисунок 11.6). На основании формулы вычисления координат точек (11.13) можно записать:

$$\begin{array}{ll} X_1 = X_A + \Delta X_{A,1}; & Y_1 = Y_A + \Delta Y_{A,1}; \\ X_2 = X_1 + \Delta X_{1,2}; & Y_2 = Y_1 + \Delta Y_{1,2}; \\ X_3 = X_2 + \Delta X_{2,3}; & Y_3 = Y_2 + \Delta Y_{2,3}; \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ X_B = X_3 + \Delta X_{3,B}; & Y_B = Y_3 + \Delta Y_{3,B}.\end{array}$$

Складывая по столбцу левые и правые части равенств соответственно найдем, что теоретически

$$\begin{aligned} X_B &= X_A + \Sigma \Delta X; \\ Y_B &= Y_A + \Sigma \Delta Y, \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} \Sigma \Delta X_{\text{теор}} &= X_B - X_A; \\ \Sigma \Delta Y_{\text{теор}} &= Y_B - Y_A. \end{aligned}$$

Однако ввиду неизбежных случайных погрешностей, которые возникают при угловых и линейных измерениях, практическая сумма приращений координат не будет точно равна теоретической сумме приращений координат. В результате этого получатся невязки в приращениях координат f_x и f_y :

$$\begin{aligned} f_x &= \Sigma \Delta X_{\text{пр}} - \Sigma \Delta X_{\text{теор}} = \Sigma \Delta X_{\text{пр}} - (X_B - X_A); \\ f_y &= \Sigma \Delta Y_{\text{пр}} - \Sigma \Delta Y_{\text{теор}} = \Sigma \Delta Y_{\text{пр}} - (Y_B - Y_A). \end{aligned}$$

Определение линейной невязки в периметре разомкнутого теодолитного хода f_d и относительной невязки $f_{\text{отн}}$, а также уравнивание приращений координат и вычисление координат выполняются также, как и в замкнутом ходе. Контролем вычисления координат в разомкнутом теодолитном ходе будет получение в конце вычислений по формуле (11.13) координат конечной точки (X_B и Y_B).

Все вычисления по обработке замкнутого и разомкнутого теодолитных ходов ведут по соответствующим графам специальной ведомости, образец которой приведен в методических указаниях для выполнения лабораторных и расчетно-графических работ.

11.4 Составление планов теодолитной съемки

Основными документами для составления планов теодолитной съемки являются журнал полевых измерений и абрис. Существует несколько способов построения планов теодолитной съемки.

1 Построение планов по измеренным углам и длинам сторон. Для построения плана этим способом необходимо иметь все внутренние углы и длины сторон теодолитного хода, а также дирекционный угол исходной стороны.

Посередине листа чертежной бумаги прочерчивают тонкую линию

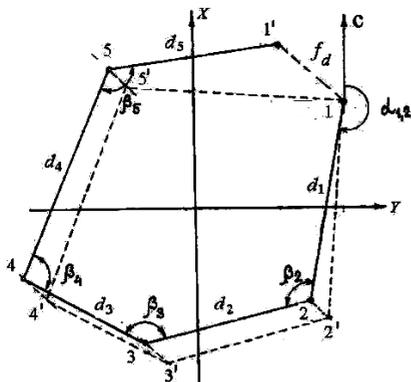


Рисунок 11.7 – Построение плана по измеренным углам и длинам сторон

– направление меридиана (рисунок 11.7). Затем намечают первую точку замкнутого хода с таким расчетом, чтобы он разместился примерно в середине листа. После этого при помощи транспортира проводят из точки 1 линию 1 – 2 под заданным дирекционным углом и откладывают ее длину в масштабе плана. При точке 2 строят транспортиром угол β_2 , вправо по ходу лежащий, и прочерчивают направление линии 2 – 3 и откладывают в масштабе длину этой линии, получая точку 3, и т. д. В конечном результате, прочертив направление последней линии (на рисунке 11.7 это линия 5 – 1) и отложив ее длину, из-за неизбежных погрешностей, которые накапливаются при построении плана, полигон не замкнется. Величина отрезка 1 – 1' будет характеризовать невязку в периметре полигона. Эта невязка не должна превышать 1:200 периметра. Если невязка допустима, то полигон необходимо графически уравнивать методом параллельных линий.

Для графического определения поправок прочерчивают прямую (рисунок 11.8), намечают на ней точку 1 и последовательно откладывают все линии полигона. Получают точки 1, 2, 3, 4, 5, 1'. В точке 1' строят перпендикуляр, откладывают на нем величину невязки 1' – 1 в масштабе плана и вершину его соединяют с точкой 1. Прочертив в точках 2, 3, 4, 5 перпендикуляры к прямой, получим отрезки V_2, V_3, V_4, V_5 , являющиеся графическими поправками, на величину которых надо сместить соответствующие точки полигона. Затем прочерчиваем на плане через вершины 2, 3, 4, 5 короткие линии параллельные невязке в направлении 1' – 1 и откладываем отрезки V_2, V_3, V_4, V_5 . Получаем исправленное положение точек 2', 3', 4', 5'. Соединив их между собой, получим уравненный полигон (на рисунке 11.7 он показан пунктирной линией).

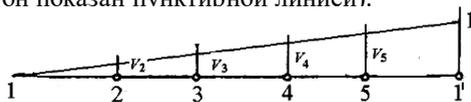


Рисунок 11.8 – Графический способ определения поправок

2 Построение плана по дирекционным углам. Этот способ несколько точнее предыдущего, так как здесь погрешности графического построения направления предыдущих линий не будут влиять на точность построения направлений последующих линий. Каждая линия в этом способе строится на плане по заранее вычисленным дирекционным углам или румбам. Внутренние углы используются здесь только для контроля в процессе работы.

Для построения плана берут лист чертежной бумаги, намечают первую точку хода и от направления меридиана

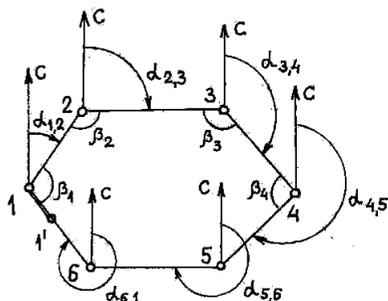


Рисунок 11.9 – Построение плана по дирекционным углам

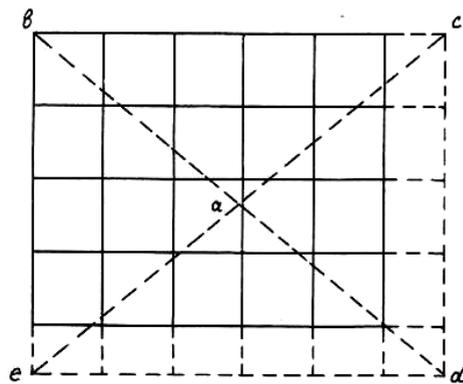
откладывают дирекционный угол $\alpha_{1,2}$ и по полученному направлению в масштабе плана откладывают длину линии 1 – 2 (рисунок 11.9). Затем при точке 2 проводят направление осевого меридиана, от которого откладывают дирекционный угол и длину линии 2 – 3 и т. д. В конце построения из-за неизбежных графических погрешностей получится невязка в периметре хода (величина 1 – 1'), которая не должна быть больше 1:300. Уравнивание невязки теодолитного хода производится также методом параллельных линий, как и в предыдущем способе.

Основным недостатком описанных способов составления планов является то, что погрешность нанесения предыдущей точки влияет на все последующие точки, т. е. получается накопление графических погрешностей. Поэтому рассмотрим способ, где каждая точка хода наносится на план независимо от других точек.

3 Составление плана по координатам. Данный способ можно применять после вычисления координат точек теодолитного хода. Основным преимуществом его является то, что здесь нет возрастающего накопления погрешностей в положении точек.

Для удобства нанесения точек на план и для повышения точности его, на листе чертежной бумаги строят сетку квадратов, которая называется **к о о р д и н а т н о й с е т к о й**. Построение сетки квадратов можно выполнять с помощью измерителя и масштабной линейки или с помощью линейки Дробышева.

Проводим на листе чертежной бумаги с его углов две диагонали (рисунок 11.10). Затем с помощью циркуля-измерителя откладываем из



точки пересечения диагоналей (точка *a*) произвольные, но равные отрезки на диагоналях (*ab*, *ac*, *ad*, *ae*). Соединим концы отрезков и получаем прямоугольник, на сторонах которого откладываем равные отрезки по 10 или 5 см. Соединив соответствующие противоположные точки на сторонах прямоугольника получаем, сетку квадратов. В сетке квадратов проверяют равенство сторон квадратов и

Рисунок 11.10 – Построение сетки квадратов диагоналей в каждом квадрате. После построения и проверки сетки квадратов производят ее оцифровку, которую выполняют с таким расчетом, чтобы все точки хода разместить в пределах сетки квадратов.

На рисунке 11.11 показана роспись сетки квадратов для масштаба 1:2000 и нанесение на план точек 1 и 2. Точка 1 имеет координаты $X_1 = 0$; $Y_1 = 0$, т. е. она лежит в начале координат. Для нанесения точки 2, координаты которой $X_2 = 632$ м; $Y_2 = 247$ м, предварительно был определен квадрат, в котором она должна находиться, а затем согласно абсциссе точки 2 по вертикальным сторонам квадрата отложены отрезки, равные 32 м. Полученные точки соединены горизонтальной прямой, на которой от координатной линии 200 м отложен отрезок 47 м. Нанесение точек контролируется измерением расстояния между двумя соседними точками. Расхождение в расстояниях с данными ведомости координат не должно превышать 0,2–0,3 мм.

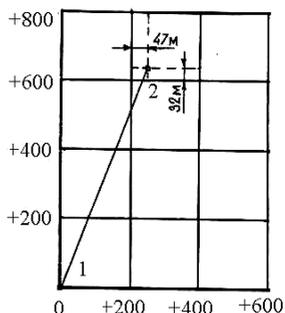


Рисунок 11.11 – Нанесение точек по координатам

После нанесения точек теодолитных ходов на план приступают к нанесению ситуации местности в строгом соответствии с данными абриса. При этом процесс и способы построения точек ситуации на плане будут аналогичны соответствующим полевым действиям при съемке этих точек на местности, с той только разницей, что при построении плана роль землемерной ленты выполняет измеритель с масштабной линейкой, роль теодолита – транспортир, а роль экера – прямоугольный треугольник. Обычно вначале строят ситуацию, заснятую по сторонам основного замкнутого хода, а затем – по сторонам внутреннего разомкнутого хода. После нанесения ситуации план оформляют в соответствии с общепринятыми условными знаками.

11.5 Применение современных программных комплексов для обработки теодолитного хода и построения планов съемки на ЭВМ

В настоящее время для обработки геодезических измерений на ЭВМ используют различные системы математического обеспечения. Наиболее широкое применение для этого находит **программный комплекс «CREDO»**. Геодезические модули этого комплекса позволяют решать задачи, связанные с построением и уравниванием геодезических сетей, составлению планов топографической съемки. В частности, обработку теодолитного хода выполняет *система CREDO DAT*, при этом сбор геодезической информации может осуществляться как традиционными

приборами (теодолитами и рулетками) с записью в журнал, так и электронными тахеометрами и спутниковыми системами.

Обработка измерений по теодолитному ходу начинается с введения исходных данных: координат пунктов, дирекционных углов. Затем вводят измеренные величины: горизонтальные углы, длины сторон. После этого на мониторе появляется изображение теодолитного хода, которое можно сравнить со схематическим чертежом. Затем система приступает к процессу уравнивания теодолитного хода. Для этого используется приближенный способ с раздельным уравниванием углов и приращений координат. Заканчивается обработка теодолитного хода просмотром ведомости координат с контролем всех вычислительных действий по угловым и линейным невязкам. Результаты обработки можно экспортировать в другие системы *CREDO*.

В системах *CREDO* второго поколения для построения топографических планов заложена идеология цифрового моделирования местности. **Цифровые модели** – это математические модели, которые хранятся и обрабатываются в компьютере. При этом любая информация преобразуется в цифровую форму. Функции создания цифровой модели местности (ЦММ) предусмотрены в системах комплекса *CREDO TEX* и *CREDO MIX*. В этих системах ЦММ создается на основе массива съемочных точек ситуации и рельефа местности. По цифровой модели местности можно оформлять планы съемки любых масштабов. Для перевода информации, обработанной в программном комплексе *CREDO* второго поколения разработан конвертер, который позволяет переводить цифровые модели в удобный формат, который требует заказчик.

В настоящее время готовится к выходу программный комплекс третьего поколения *CREDO III*, который существенно расширит понятие структурной линии, что позволит создавать модели поверхностей местности и их проектные варианты едиными методами.

Таким образом, программный комплекс *CREDO* является наиболее эффективным средством для обработки геодезических измерений и построения планов местности в электронном виде, что делает возможным безбумажную технологию при создании топографических материалов.

11.6 Применение геодезических работ и топографических съемок при создании земельного кадастра

Кадастром называется систематизированный свод сведений, составляемый периодически или путем непрерывных наблюдений над соответствующим объектом. В з е м е л ь н о м к а д а с т р е таким объектом является земля и все, что находится на ней.

Ведение государственного земельного кадастра включает в себя сбор, учет, обработку и анализ земельно-кадастровой информации, ее хранение,

разработку рекомендаций по изменению характера правового состояния земель и выдачу информации пользователям.

Базовой единицей в кадастре является земельный участок, который ограничивается площадью с определенным видом использования земли. О каждом участке в кадастре записана информация о его местоположении, площади, стоимости, наличии объектов недвижимости (дома, строения, коммуникации, дороги и т. д.), экологической обстановке, кому этот участок принадлежит или сдан в аренду и другие сведения природного и юридического характера. Информация, содержащаяся в кадастре, используется при проведении государственной земельной политики, в таких вопросах, как перераспределение земель, их объединение и продажа, а также для целей налогообложения.

Кадастровая информация может быть представлена в виде картотеки или компьютерной базы данных. *Геодезические работы* и *топографические съемки* занимают в земельном кадастре значительное место. Обычно они *ведутся по следующей схеме*:

1 Подготовительные работы, в процессе которых собирают и анализируют следующие материалы:

- проект землеустройства;
- топографический план земельного участка;
- схемы и списки координат пунктов государственной и местной геодезической сетей.

2 Полевое обследование пунктов опорной геодезической сети для проверки сохранности пунктов.

3 Кадастровые съемки, представляющие собой топографические съемки, по результатам которых дополнительно изображают границы земельных участков, владений, земельные угодья и их экспликацию (описание) категорий использования земель, а также кадастровые номера земельных участков.

Базовым масштабом кадастровых съемок является масштаб 1:500, а наиболее используемым – 1:1000 или 1:2000. Кадастровые планы и карты могут не содержать информацию о рельефе местности, т. е. являться горизонтальными съемками, обычно выполняемыми методами теодолитной съемки.

4 Определение границ землепользования. Границы земельных участков выносят на местность по координатам характерных точек от пунктов геодезического обоснования и закрепляют специальными межевыми знаками. Точки границ определяют с погрешностью 2–10 см.

5 Определение площадей земельных участков. Площади земельных участков вычисляют в основном аналитическим способом по координатам межевых знаков, а также могут использоваться графический и механический способы определения площадей. В графическом способе площадь вычисляют по результатам измерения линий на плане либо карте

или используют прозрачные палетки. В механическом способе площадь определяют по плану с помощью механических или электронных планиметров

Иногда используют комбинированные способы, где часть линий для вычисления площади определяют по плану, а часть измеряют на местности.

Площади можно также определять на ЭВМ по цифровой модели местности с помощью специальной программы. Погрешность определения площадей в земельном кадастре составляет 1 м².

6 Регистрация результатов кадастровых работ. Полученная в результате работ информация переносится в специальные реестры и отображается на кадастровых картах и планах. Для систематизации текстовой и графической кадастровой информации создается и ведется база данных, которая предусматривает не только хранение, но и оперативную выдачу информации потребителю.

Кроме указанных работ геодезист участвует в планировании землепользования и оценке стоимости земель.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Инженерная геодезия (с основами геоинформатики) : учеб. для студ. вузов ж.-д. трансп. / С. И. Матвеев [и др.] ; под общ. ред. проф. С. И. Матвеева. – М. : ГОУ «УМЦ ЖД», 2007. – 554 с.

2 Инженерная геодезия : учеб. для студ. негеодезических вузов / Д. Ш. Михелев [и др.] ; под ред. проф. Д. Ш. Михелева. – М.: АСАДЕМА, 2004. – 456 с.

3 Инженерная геодезия / А. А. Визгин [и др.]. – М. : Высшая школа, 1985. – 351 с.

4 Электронные геодезические приборы и работа с ними : учеб.-метод. пособие для вузов / Е. К. Атрошко [и др.]. – Гомель : БелГУТ, 2008. – 36 с.

5 Практикум по инженерной геодезии / Е. К. Атрошко [и др.]. – Гомель : БелГУТ, 2005. – 55 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ.....	4
1.1 Предмет и содержание геодезии.....	4
1.2 Инженерная геодезия и ее задачи при изысканиях, строительстве и эксплуатации сооружений.....	5
1.3 Краткие сведения о возникновении и развитии геодезии.....	6

2	СИСТЕМЫ КООРДИНАТ И ОРИЕНТИРОВАНИЕ.....	8
2.1	Понятие о форме и размерах Земли.....	8
2.2	Системы координат и высот применяемые в геодезии.....	9
2.3	Ориентирование линий.....	14
2.4	Прямая и обратная геодезические задачи.....	18
3	ТОПОГРАФИЧЕСКИЕ ПЛАНЫ И КАРТЫ.....	20
3.1	Изображение земной поверхности на плоскости. Влияние кривизны Земли на горизонтальные и вертикальные расстояния.....	20
3.2	Топографические материалы: план, карта, профиль.....	22
3.3	Масштабы планов и карт. Точность масштаба.....	23
3.4	Понятие о разграфке и номенклатуре топографических планов и карт.....	26
3.5	Условные знаки топографических планов и карт.....	28
3.6	Рельеф местности и его изображение на планах и картах. Горизонтали их свойства. Способы построения горизонталей по отметкам точек.....	29
3.7	Решение инженерных задач по планам и картам.....	33
3.8	Определение площадей по картам и планам.....	37
3.9	Понятие об электронных картах и цифровых моделях местности.....	41
4	ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ.....	42
4.1	Происхождение и классификация погрешностей геодезических измерений. Свойства случайных погрешностей.....	42
4.2	Принцип арифметической середины.....	43
4.3	Средняя квадратическая погрешность одного измерения. Формулы Гаусса и Бесселя.....	44
4.4	Закон нормального распределения погрешностей. Предельная погрешность.....	46
4.5	Средняя квадратическая погрешность функции измерения величин.....	49
4.6	Двойные измерения и оценка их точности.....	51
4.7	Неравноточные измерения.....	52
4.8	Понятие об уравнивании геодезических измерений.....	55
5	ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ.....	56
5.1	Принцип измерения горизонтальных и вертикальных углов. Устройство теодолита.....	56
5.2	Основные части теодолита.....	57
5.3	Классификация теодолитов.....	62
5.4	Поверки и юстировки теодолитов.....	64
5.5	Измерение горизонтальных углов. Точность измерений.....	67
5.6	Измерение вертикальных углов. Место нуля и его поверка.....	69
5.7	Простейшие угломерные приборы: экер и эклиметр.....	72
5.8	Электронные теодолиты и тахеометры.....	74
6	ИЗМЕРЕНИЕ РАССТОЯНИЙ.....	75
6.1	Общие сведения о линейных измерениях.....	75
6.2	Обозначение точек на местности.....	76
6.3	Вешение линий.....	76
6.4	Землемерные ленты и рулетки. Их устройство и компарирование.....	79
6.5	Измерение линий мерными приборами. Введение поправок. Точность измерений.....	81

6.6	Горизонтальное проложение наклонной линии.....	82
6.7	Измерение линий дальномерами. Нитяной дальномер, его устройство и точность.....	83
6.8	Измерение расстояний светодальномерами и лазерными рулетками.....	85
6.9	Определение недоступных расстояний.....	86
7	НИВЕЛИРОВАНИЕ.....	87
7.1	Сущность, значение и виды нивелирования.....	87
7.2	Способы геометрического нивелирования.....	88
7.3	Влияние кривизны Земли и рефракции на результаты геометрического нивелирования.....	91
7.4	Понятие о Государственной нивелирной сети. Нивелирные знаки.....	92
7.5	Нивелирные рейки и их поверки.....	94
7.6	Нивелиры, их классификация, устройство и поверки.....	95
7.7	Цифровые и лазерные нивелиры. Штрихкодové рейки.....	100
7.8	Техническое нивелирование и нивелирование IV класса.....	102
7.9	Тригонометрическое нивелирование.....	103
8	ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ СЕТИ.....	105
8.1	Общие сведения о плановых геодезических сетях. Геодезические знаки и центры.....	105
8.2	Методы построения плановых геодезических сетей.....	107
8.3	Государственные геодезические сети.....	109
8.4	Геодезические сети сгущения.....	110
8.5	Современная концепция развития плановых государственных геодезических сетей.....	111
9	СЪЕМОЧНЫЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ СЕТИ.....	112
9.1	Общие сведения.....	112
9.2	Теодолитные ходы и их виды.....	113
9.3	Полевые работы при проложении теодолитных ходов.....	114
9.4	Привязка теодолитных ходов к пунктам опорной геодезической сети.....	116
9.5	Построение съемочной сети методом микротриангуляции.....	118
9.6	Определение координат точек съемочной сети методом геодезических засечек.....	119
10	ТОПОГРАФИЧЕСКИЕ СЪЕМКИ.....	121
10.1	Виды топографических съемок. Выбор масштаба съемки и высоты сечения рельефа.....	121
10.2	Теодолитная съемка.....	122
10.3	Способы съемки ситуации местности. Абрис.....	123
11	КАМЕРАЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПРИ ТЕОДОЛИТНОЙ СЪЕМКЕ.....	125
11.1	Обработка полевых журналов теодолитной съемки.....	125
11.2	Вычисление координат точек замкнутого теодолитного хода.....	126
11.3	Уравнивание углов и приращений координат в разомкнутом теодолитном ходе.....	130
11.4	Составление планов теодолитной съемки.....	132
11.5	Применение современных программных комплексов для обработки теодолитного хода и построение планов съемки на ЭВМ.....	135
11.6	Применение геодезических работ и топографических съемок при	

создании земельного кадастра.....	136
СОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	137

Учебное издание

АТРОШКО Евгений Кузьмич,
ИВАНОВА Мария Мироновна,
МАРЕНДИЧ Валентин Борисович
КУРС ИНЖЕНЕРНОЙ ГЕОДЕЗИИ

Учебно-методическое пособие
для строительных специальностей БелГУТа
Часть I

Редактор И. И. Э в е н т о в
Технический редактор В. Н. К у ч е р о в а

Подписано в печать 06.08.2010 г. Формат 60x84 $\frac{1}{6}$
Бумага офсетная. Гарнитура Times. Печать на ризографе.
Усл. печ. л. 8,37. Уч.-изд. л. 8,20. Тираж 700 экз.
Зак. № . Изд. № 35

Издатель и полиграфическое исполнение
Белорусский государственный университет транспорта:
ЛИ № 02330/0552508 от 09.07.2009 г.
ЛП № 02330/0494150 от 03.04.2009 г.
246653, г. Гомель, ул. Кирова, 34.

а)

б)