

Математическое моделирование сезонной динамики почвенной микрофлоры

М.Я. ОСТРИКОВА¹, О.М. ОСТРИКОВ²

Показаны способы математического моделирования сезонной динамики микроорганизмов в почве сосняка мшистого. Предложены модели микробной динамики, основанные на методах теории вероятности и математической статистики. Установлено, что сезонная динамика микроорганизмов в почве хорошо описывается суперпозицией нормальных распределений или распределений Пуассона.

Ключевые слова: вероятностно-статистическая модель, сезонная динамика, почвенная микрофлора, математическое моделирование.

The methods for mathematical modeling of the seasonal dynamics of microorganisms in the soil of a mossy pine forest are shown. The models of microbial dynamics based on methods of probability theory and mathematical statistics are proposed. It has been established that the seasonal dynamics of microorganisms in the soil is well described by a superposition of normal distributions or Poisson distributions.

Keywords: probabilistical-statistical model, seasonal dynamics, soil microflora, mathematical modeling.

Почвенная микрофлора оказывает заметное влияние на процессы роста растений, выполняя комплекс функций, полезных для растения-хозяина, важнейшей из которых является улучшение корневого питания растения, повышение интенсивности ассимиляции корнями питательных веществ, содержащих азот и фосфор [1].

В работах [2]–[5] установлено, что численность групп микроорганизмов почвы может варьироваться в одном насаждении в зависимости от времени взятия образца почвы. Широкая амплитуда колебаний численности характерна как для бактерий, так и для актиномицетов. Причем, на различных пробных площадках выявленная сезонная динамика микроорганизмов в ряде случаев отличалась друг от друга.

В разные поры года условия обитания микроорганизмов в почвах не остаются одинаковыми. Весной и осенью, в периоды таяния снега и выпадения наибольшего количества осадков, в почвах избыточное количество влаги, причем максимальное содержание воды в них обычно совпадает во времени с преобладанием невысоких температур. В жаркую и сухую летнюю погоду в некоторых почвах обнаруживается дефицит влаги, что особенно характерно для почв легкого механического состава, расположенных на возвышенностях [5].

От степени увлажнения почвы в значительной мере зависит и снабжение ее кислородом. Сильное временное переувлажнение приводит к созданию анаэробных условий, что отрицательно сказывается на общей биологической активности почвы. Наибольшее количество доступных для микроорганизмов питательных веществ накапливается осенью при поступлении в почву свежих органических остатков. Благодаря господству в это время сравнительно невысоких температур и медленным темпам минерализации значительная часть доступной пищи, по-видимому, не успевает использоваться микроорганизмами до наступления зимних холодов и частично вымывается, а частично сохраняется в почве до весны. Во время весеннего снеготаяния происходит энергичное выщелачивание растворимых соединений из почв и вымываемое органическое вещество в больших количествах поступает в воды ручьев и рек, окрашивая их в интенсивно бурый цвет [6].

Таким образом, изученные в [4] биологические процессы в почве показывают, что их связь с сезонной динамикой носит вероятностно-статистический характер, так как трудно предугадать, какими будут природные условия в конкретный момент времени. Поэтому представляется актуальной разработка основанной на теории вероятности математической модели, позволяющей прогнозировать сезонную динамику почвенной микрофлоры.

Целью работы стала разработка математической модели сезонной динамики почвенной микрофлоры.

На рисунке 1 в качестве примера показана сезонная динамика численности N (в единицах КОЕ) микроорганизмов в почве сосняка мшистого в возрасте 40 лет [4]. Видно, что в сезонной динамике микроорганизмов присутствуют два максимума. Это указывает на наличие как минимум двух конкурирующих процессов, стимулирующих и тормозящих процесс развития почвенной микрофлоры. Из представленных на рисунке 1 данных следует, что биологическая активность микроорганизмов в почве высока летом и зимой, и минимальна весной и осенью.

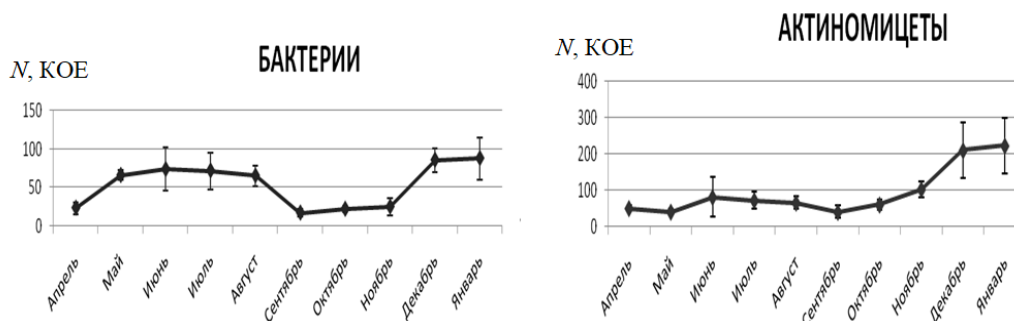


Рисунок 1 – Сезонная динамика численности (в единицах КОЕ) микроорганизмов в почве 40-летнего сосняка мшистого [7]

В качестве одного из вариантов математического моделирования такого сезонного поведения почвенной микрофлоры можно использовать суперпозицию двух нормальных распределений в летнем и зимнем временном промежутке [7]. В результате, плотность распределения $N(t)$ рассматриваемого вероятностного процесса можно принять

$$N(t) = A_{\text{лето}} N_{\text{лето}}(t) + A_{\text{зима}} N_{\text{зима}}(t), \tag{1}$$

где $A_{\text{лето}}$ и $A_{\text{зима}}$ – корректировочные множители; $N_{\text{лето}}(t)$ и $N_{\text{зима}}(t)$ – плотности нормального распределения численности микроорганизмов с максимумами в летнем и зимнем периоде, соответственно.

Функции $N_{\text{лето}}(t)$ и $N_{\text{зима}}(t)$ представим в виде:

$$N_{\text{лето}}(t) = \frac{1}{D_{\text{лето}} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m_{\text{лето}})^2}{2D_{\text{лето}}^2}}; \tag{2}$$

$$N_{\text{зима}}(t) = \frac{1}{D_{\text{зима}} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m_{\text{зима}})^2}{2D_{\text{зима}}^2}}, \tag{3}$$

где $D_{\text{лето}}$ и $D_{\text{зима}}$ – дисперсии; $m_{\text{лето}}$ и $m_{\text{зима}}$ – математические ожидания. В рассматриваемой задаче данные параметры приобретают смысл эмпирических коэффициентов.

Функция (1), с учетом (2) и (3), может быть представлена в виде:

$$N(t) = \frac{A_{\text{лето}}}{D_{\text{лето}} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m_{\text{лето}})^2}{2D_{\text{лето}}^2}} + \frac{A_{\text{зима}}}{D_{\text{зима}} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m_{\text{зима}})^2}{2D_{\text{зима}}^2}}. \tag{4}$$

На рисунке 2 схематически представлен вид этой функции.

Пример расчета приведен на рисунке 3. Принималось: $A_{\text{лето}} = 500$; $A_{\text{зима}} = 350$; $D_{\text{лето}} = 3$; $D_{\text{зима}} = 2$; $m_{\text{лето}} = 4$ и $m_{\text{зима}} = 12$.

Таким образом, показана возможность использования предложенного в [7] метода суперпозиции экстремальных функций для математического описания сезонной динамики почвенных микроорганизмов. Для повышения возможностей математического описания более сложных кривых сезонной динамики микроорганизмов предлагается использовать дополнительно еще две экстремальные функции нормального распределения. Тогда (1) запишем в виде:

$$N(t) = A_{\text{весна}} N_{\text{весна}}(t) + A_{\text{лето}} N_{\text{лето}}(t) + A_{\text{осень}} N_{\text{осень}}(t) + A_{\text{зима}} N_{\text{зима}}(t), \tag{5}$$

где $A_{\text{весна}}$ и $A_{\text{осень}}$ – корректировочные множители; $N_{\text{весна}}(t)$ и $N_{\text{осень}}(t)$ – плотности нормального распределения численности микроорганизмов с максимумами в весеннем и осеннем периоде, соответственно, которые представим в виде:

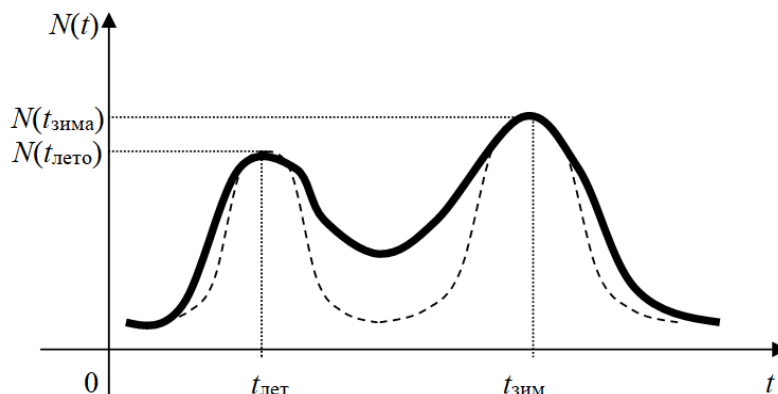


Рисунок 2 – Схематическое изображение сезонной динамики микроорганизмов в виде суперпозиции двух нормальных распределений (штриховая линия – функции плотностей нормальных распределений; сплошная линия – результирующая кривая)

$$N_{\text{весна}}(t) = \frac{1}{D_{\text{весна}} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m_{\text{весна}})^2}{2D_{\text{весна}}^2}}; \quad (6)$$

$$N_{\text{осень}}(t) = \frac{1}{D_{\text{осень}} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m_{\text{осень}})^2}{2D_{\text{осень}}^2}}, \quad (7)$$

где $D_{\text{весна}}$; $D_{\text{осень}}$; $m_{\text{весна}}$ и $m_{\text{осень}}$ – эмпирические коэффициенты.

На рисунке 4 схематически представлен вид функции $N(t)$ для случая задания ее суперпозицией четырех нормальных распределений.

На рисунке 5 приведен пример расчета, в котором принималось: $A_{\text{весна}} = 10$; $A_{\text{лето}} = 500$; $A_{\text{осень}} = 200$; $A_{\text{зима}} = 200$; $D_{\text{весна}} = 0,6$; $D_{\text{лето}} = 3,5$; $D_{\text{осень}} = 11$; $D_{\text{зима}} = 2,1$; $m_{\text{весна}} = 1$; $m_{\text{лето}} = 4$; $m_{\text{осень}} = 9$ и $m_{\text{зима}} = 11$.

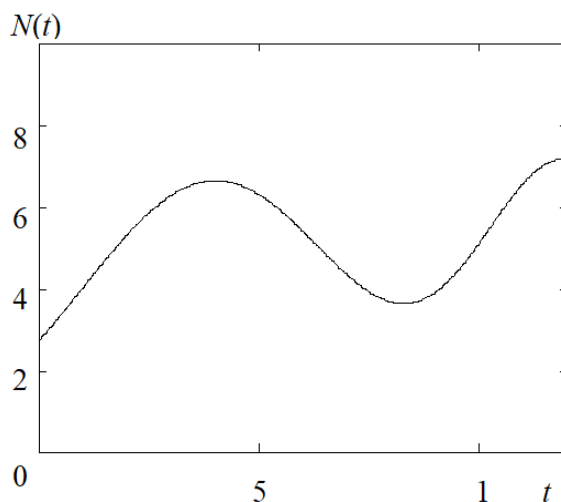


Рисунок 3 – Пример расчета сезонной динамики микроорганизмов почвы, проведенный на основании суперпозиции двух нормальных распределений

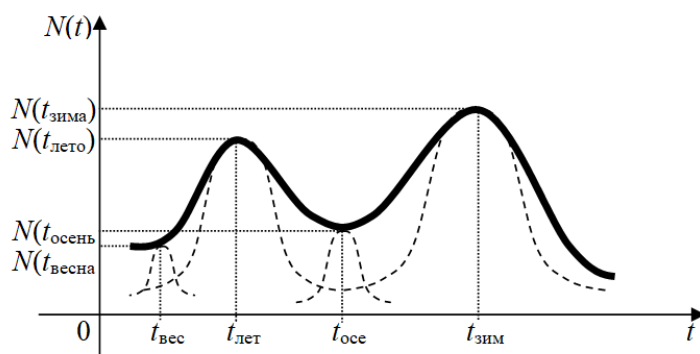


Рисунок 4 – Схематическое изображение сезонной динамики микроорганизмов в виде суперпозиции четырех нормальных распределений (штриховая линия – функции плотностей нормальных распределений; сплошная линия – результирующая кривая)

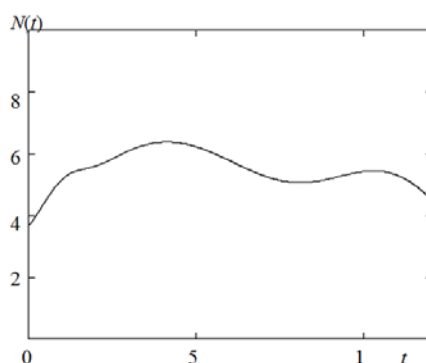


Рисунок 5 – Пример расчета сезонной динамики микроорганизмов почвы, проведенный на основании суперпозиции четырех нормальных распределений

Как видно из сравнения рисунков 3 и 5, суперпозиция четырех нормальных распределений позволяет описывать сезонную динамику почвенных микроорганизмов при отсутствии выраженных экстремумов у функции $N(t)$.

В работе [7] в качестве функции, описывающей вероятностно-статистические процессы, было предложено использовать суперпозицию параболических функций. Применительно к задаче о сезонной динамике микроорганизмов в почвенной микрофлоре по аналогии с [7] можно записать:

$$N(t) = a_i t^2 + b_i t + c_i, \tag{8}$$

где a_i, b_i, c_i – эмпирические коэффициенты (индекс i принимает значения «весна», «лето», «осень» или «зима»).

Соотношение (8) представимо в виде:

$$N(x) = \begin{cases} a_{\text{весна}} t^2 + b_{\text{весна}} t + c_{\text{весна}} & \text{при } t_{\text{весна}} < t < t_{\text{лето}} \\ a_{\text{лето}} t^2 + b_{\text{лето}} t + c_{\text{лето}} & \text{при } t_{\text{лето}} < t < t_{\text{осень}} \\ a_{\text{осень}} t^2 + b_{\text{осень}} t + c_{\text{осень}} & \text{при } t_{\text{осень}} < t < t_{\text{зима}} \\ a_{\text{зима}} t^2 + b_{\text{зима}} t + c_{\text{зима}} & \text{при } t_{\text{зима}} < t < t_{\text{весна}} \end{cases}, \tag{9}$$

где $a_{\text{весна}}, a_{\text{лето}}, a_{\text{осень}}, a_{\text{зима}}, b_{\text{весна}}, b_{\text{лето}}, b_{\text{осень}}, b_{\text{зима}}, c_{\text{весна}}, c_{\text{лето}}, c_{\text{осень}}$ и $c_{\text{зима}}$ – коэффициенты. Причем,

$$N_{\text{весна}}(t) = a_{\text{весна}} t^2 + b_{\text{весна}} t + c_{\text{весна}}, \tag{10}$$

$$N_{\text{лето}}(t) = a_{\text{лето}} t^2 + b_{\text{лето}} t + c_{\text{лето}}, \tag{11}$$

$$N_{\text{осень}}(t) = a_{\text{осень}} t^2 + b_{\text{осень}} t + c_{\text{осень}}, \quad (12)$$

$$N_{\text{зима}}(t) = a_{\text{зима}} t^2 + b_{\text{зима}} t + c_{\text{зима}}. \quad (13)$$

Функция (9) схематически представлена на рисунке 6.

При построении зависимостей, представленных на рисунке 1, предполагалось, что значения N на промежутках между двумя последовательными измерениями могут быть описаны гладкой функцией, что позволяло принять функцию $N(t)$ непрерывной. Однако представляет интерес описание представленных на рисунке 1 результатов с позиции дискретности величины N . Как видно из рисунка 1, величина N принимает только положительные значения. Это позволяет правомерно использовать для описания сезонной динамики почвенной микрофлоры, например, распределение Пуассона [8].

В этом случае вероятность P_{N_j} того, что в j -ой пробе количество микроорганизмов будет N_j , определится по формуле [8], [9]

$$P_{N_j} = \frac{a^{N_j}}{(N_j)!} e^{-a}, \quad (14)$$

где a – константа Пуассона ($a > 0$) [8]; j – индекс, принимающий значения от 1 до 12, соответствующие номеру месяца.

При наличии на гистограмме четырех экстремумов целесообразно использование суперпозиции такого же количества распределений типа (14), преобразовав их к виду:

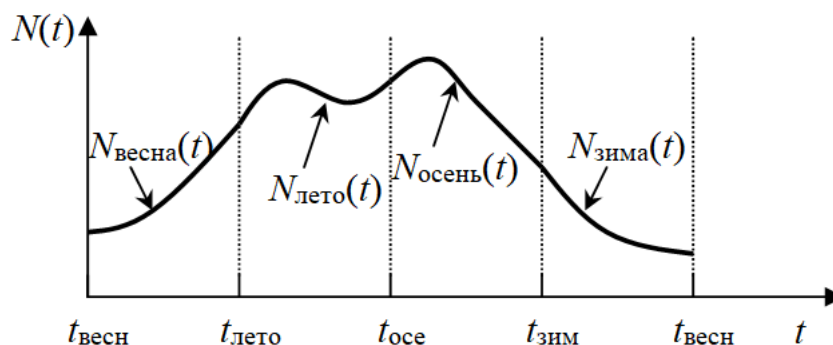


Рисунок 6 – Схематическое изображение сезонной динамики микроорганизмов в виде суперпозиции четырех параболических распределений

$$P_{N_j}^{\text{весна}} = \frac{a_{\text{весна}}^{(N_j - N_{\text{весна}})}}{(N_j - N_{\text{весна}})!} e^{-a_{\text{весна}}}, \quad (15)$$

$$P_{N_j}^{\text{лето}} = \frac{a_{\text{лето}}^{(N_j - N_{\text{лето}})}}{(N_j - N_{\text{лето}})!} e^{-a_{\text{лето}}}, \quad (16)$$

$$P_{N_j}^{\text{осень}} = \frac{a_{\text{осень}}^{(N_j - N_{\text{осень}})}}{(N_j - N_{\text{осень}})!} e^{-a_{\text{осень}}}, \quad (17)$$

$$P_{N_j}^{\text{зима}} = \frac{a_{\text{зима}}^{(N_j - N_{\text{зима}})}}{(N_j - N_{\text{зима}})!} e^{-a_{\text{зима}}}. \quad (18)$$

Здесь $N_{\text{весна}}$, $N_{\text{лето}}$, $N_{\text{осень}}$ и $N_{\text{зима}}$ – корректирующие положение экстремумов коэффициенты.

Пример расчета представлен на рисунке 7. В расчете принималось: $N_{\text{весна}} = 1$, $N_{\text{лето}} = 3$, $N_{\text{осень}} = 5$, $N_{\text{зима}} = 9$, $a_{\text{весна}} = 0,3$, $a_{\text{лето}} = 1,0$, $a_{\text{осень}} = 0,7$ и $a_{\text{зима}} = 0,2$.

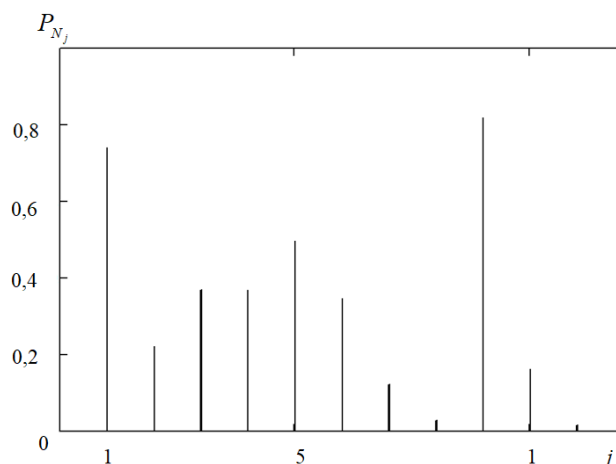


Рисунок 7 – Пример гистограммы сезонной динамики микроорганизмов, полученной путем суперпозиции четырех распределений Пуассона

Таким образом, на основании методов теории вероятности и математической статистики предложены методы математического моделирования поведения почвенной микрофлоры в зависимости от времени года. Показана целесообразность использования для этих целей суперпозиции нормальных распределений или распределений Пуассона. Результаты имеют важное значение для развития доказательной микробиологии.

Литература

1. Лугтенберг, Б. Ризосферные псевдомонады, полезные для растений / Б. Лугтенберг, Ф. Камилова // Экологическая генетика. – 2008. – Т. VI, № 2. – С. 4–12.
2. Баландина, И. М. Почвенная микрофлора сосновых культур / И. М. Баландина, М. Я. Острикова // Проблемы лесоведения и лесоводства на радиоактивно загрязненных землях : сб. науч. тр. Ин-та леса НАН Беларуси. – Гомель, 2004. – Вып. 60. – С. 79–83.
3. Баландина, И. М. О микробиологической активности почв под сосновыми культурами / И. М. Баландина, М. Я. Острикова, Ю. А. Марковская // Труды БГТУ. Сер. 1 : Лесное хозяйство. – 2004. – Вып. XII. – С. 254–256.
4. Почвенная микрофлора 40-летних сосновых культур : сезонная динамика / И. М. Баландина, В. Е. Падутов, М. Я. Острикова, А. А. Балаклеевская // Проблемы лесоведения и лесоводства : сб. науч. тр. Ин-та леса НАН Беларуси. – Гомель, 2005. – Вып. 63. – С. 261–264.
5. Острикова, М. Я. Сезонная динамика изменения состава почвенной микрофлоры / М. Я. Острикова, И. М. Баландина, Ю. А. Марковская // Труды БГТУ. Сер. 1 : Лесное хоз-во. – 2005. – Вып. XIII. – С. 119–220.
6. Барановская, А. В. О сезонной изменчивости химических свойств почв лесной зоны / А. В. Барановская // Сборник работ ЦМП АН СССР. – 1957. – Вып. 3. – С. 5–12.
7. Остриков, О. М. Вероятностно-статистическая модель формирования ансамблей клиновидных двойников у отпечатка индентора при локальном дозированном деформировании поверхности двойнивающегося монокристалла / О. М. Остриков // Вестник ГГТУ им. П.О. Сухого. – 2013. – № 2 (53). – С. 53–60.
8. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М. : «Академия», 2003. – 576 с.
9. Корн, Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1974. – 832 с.

¹Институт леса НАН Беларуси

²Белорусский государственный университет транспорта