Abstract: Over the past centuries, mathematics has repeatedly proved that it is not for nothing that it is called the queen of sciences. Higher mathematics, mathematical modeling, special chapters of mathematics, and mathematical statistics are studied in each direction of the bachelor's degree and in almost every direction of the master's degree in Russian universities. It is proved that even in such professions, which from the outside seem to be humanitarian, there is always a place for mathematics. The role of mathematics and mathematical calculation skills in the profession of pastry chef will be covered in this article.

Keywords: technologist, pastry chef, mathematics, higher mathematics, calculations, temperature.

Dobizha Vladislava Andreevna
Student of the 1st year of the Agrotechnological Faculty in the direction of training 19.03.01 - Biotechnology
FSBEI HE Omsk SAU
Kharitonova Natalia Dmitrievna
Senior lecturer
FSBEI HE Omsk SAU

УДК 517.926:517.938

Дудко С.А., Прокопенко А.И., Дергачева И.М.

Операционный метод в задачах прикладной математики и теории колебаний. Интегрирование систем линейных дифференциальных уравнений с гармонической и периодической правой частью

Аннотация: в статье рассматривается применение операционного метода к интегрированию систем обыкновенных дифференциальных уравнений, связанных с задачами теории колебаний. Показана эффективность применения операционного метода для описания переходных процессов в динамических системах.

Ключевые слова: лаплас-образ, операционный метод, вынужденные колебания, колебательная система.

В различных задачах теоретической механики (прежде всего теории колебаний), теории линейных электрических цепей (цепи с распределенными и сосредоточенными параметрами), теории систем автоматического регулирования приходится сталкиваться с необходимостью описания переходных процессов в системах, на которые действуют периодические внешние силы, т.е. необходимо уметь решать системы дифференциальных уравнений, в которых присутствуют периодические функции, зависящие от времени. Эффективным методом решения таких задач является операционное исчисление (метод преобразования Лапласа).

Рассмотрим классическую задачу демпфирования (гашения) колебаний (рис. 1). На тело массы m_2 действует возмущающая сила $f(t)$. Для уменьшения амплитуды колебаний тела $f(t)$ к нему на пружине прикрепляется другое тело массы m_1. Жесткости пружины соответственно k_1 и k_2.

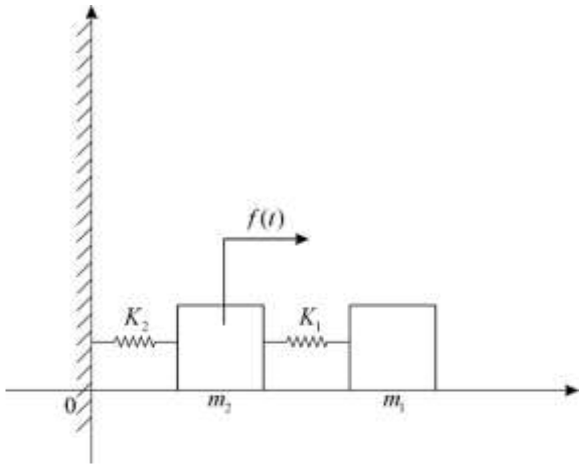

Рисунок 1 – Схема простейшего демпфированного осциллятора

Смещение тел отсчитываем от положений равновесия, $y(t)$ – смещение тела m_2, $x(t)$ – смещение тела m_1. Тела находятся на гладкой поверхности, поэтому трением пренебрегаем. Начальные условия считаем нулевыми, т.е. $y(0)=\dot{y}(0)=x(0)=\dot{x}(0)=0$. Система уравнений движения тел имеет вид

$$\begin{cases} m_1 \dfrac{d^2x}{dt^2} = k_1(y-x), \\ m_2 \dfrac{d^2y}{dt^2} = -k_2 y + k_1(x-y) + f(t) \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} m_1 \dfrac{d^2x}{dt^2} = k_1(y-x), \\ m_2 \dfrac{d^2y}{dt^2} = k_1 x - (k_1+k_2) y + f(t). \end{cases} \tag{1}$$

Систему дифференциальных уравнений (1) будем решать операционным методом. Вводим все требуемые лаплас-образы $x(t) \doteqdot X(p)$, $y(t) \doteqdot Y(p)$ и $f(t) \doteqdot F(p)$. С учетом нулевых начальных условий система (1) в лаплас-образах принимает вид

$$\begin{cases} (m_1 p^2 + k_1) X(p) - k_1 Y(p) = 0, \\ -k_1 X(p) + (m_2 p^2 + k_1 + k_2) Y(p) = F(p). \end{cases} \tag{2}$$

Сначала рассмотрим более простую ситуацию, когда на систему действует гармоническая сила $f(t) = F_0 \cos \omega t$. Как следствие, подставив лаплас-образ $F(p) = \dfrac{F_0 p}{p^2+\omega^2}$ в систему (2), окончательно получаем требуемую систему уравнений для лаплас-образов

$$\begin{cases} (m_1 p^2 + k_1) X(p) - k_1 Y(p) = 0, \\ -k_1 X(p) + (m_2 p^2 + k_1 + k_2) Y(p) = \dfrac{F_0 p}{p^2+\omega^2}. \end{cases}$$

Определитель системы (3) имеет вид

$$\Delta(p) = m_1 m_2 p^4 + \left(m_1(k_1+k_2) + k_1 m_2\right) p^2 + k_1 k_2.$$

Корни уравнения

$$p^4+\left(\frac{k_1+k_2}{m_2}+\frac{k_1}{m_1}\right)p^2+\frac{k_1k_2}{m_1m_2}=0$$

дают нам частоты собственных колебаний системы тел

$$\omega_1{}^2=\frac{1}{2}\left(\frac{k_1+k_2}{m_2}+\frac{k_1}{m_1}\right)-\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{k_1+k_2}{m_2}+\frac{k_1}{m_1}\right)^2-\frac{k_1k_2}{m_1m_2}}\,,$$

$$\omega_2{}^2=\frac{1}{2}\left(\frac{k_1+k_2}{m_2}+\frac{k_1}{m_1}\right)+\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{k_1+k_2}{m_2}+\frac{k_1}{m_1}\right)^2-\frac{k_1k_2}{m_1m_2}}\,.$$

Представив определитель системы (3) в виде

$$\Delta(p)=m_1m_2\left(p^2+\omega_1{}^2\right)\left(p^2+\omega_2{}^2\right),$$

по формулам Крамера находим решения системы уравнений (3), т.е. требуемые лаплас-образы

$$X(p)=\frac{F_0k_1}{m_1m_2}\frac{p}{\left(p^2+\omega^2\right)\left(p^2+\omega_1{}^2\right)\left(p^2+\omega_2{}^2\right)}$$

и

$$Y(p)=\frac{F_0}{m_1m_2}\frac{p\left(m_1p^2+k_1\right)}{\left(p^2+\omega^2\right)\left(p^2+\omega_1{}^2\right)\left(p^2+\omega_2{}^2\right)}.$$

Найдем функцию-оригинал $x(t)$, отвечающую лаплас-образу $X(p)$. Для этого используем основную теорему обращения лаплас-образа [1, 2]. Так как все нули знаменателя функции $X(p)$ – комплексные, то в нашем случае для функции-оригинала $x(t)$ получаем следующее соотношение

$$x(t)=\sum 2\,\mathrm{Re}\,\mathrm{Res}\left(X(p)e^{pt}\right), \tag{4}$$

где сумма вычетов в равенстве (4) берется по всем комплексным нулям знаменателя функции $X(p)$, лежащим в верхней полуплоскости.

Представив лаплас-образ $X(p)$ в виде

$$X(p)=\frac{F_0k_1}{m_1m_2}\frac{p}{(p-i\omega)(p+i\omega)\left(p^2+\omega_1{}^2\right)\left(p^2+\omega_2{}^2\right)},$$

находим вычет функции $X(p)e^{pt}$ в простом полюсе $p=i\omega$, получаем

$$\underset{p=i\omega}{\mathrm{Res}}\left(X(p)e^{pt}\right)=\frac{F_0k_1}{m_1m_2}\left[(p-i\omega)\frac{pe^{pt}}{(p-i\omega)(p+i\omega)\left(p^2+\omega_1{}^2\right)\left(p^2+\omega_2{}^2\right)}\right]_{p=i\omega}=$$

$$=\frac{F_0k_1}{2m_1m_2}\frac{e^{i\omega t}}{\left(\omega^2-\omega_1{}^2\right)\left(\omega^2-\omega_2{}^2\right)}=\frac{F_0k_1}{2m_1m_2}\frac{\cos\omega t+i\sin\omega t}{\left(\omega^2-\omega_1{}^2\right)\left(\omega^2-\omega_2{}^2\right)}.$$

Перезаписав лаплас-образ $X(p)$ в виде

$$X\left(p\right)=\frac{F_0k_1}{m_1m_2}\frac{p}{\left(p^2+\omega^2\right)\left(p-i\omega_1\right)\left(p+i\omega_1\right)\left(p^2+\omega_2{}^2\right)},$$

находим вычет функции $X\left(p\right)e^{pt}$ в полюсе $p=i\omega_1$

$$\underset{p=i\omega_1}{\mathrm{Res}}\left(X\left(p\right)e^{pt}\right)=\frac{F_0k_1}{2m_1m_2}\frac{\cos\omega_1t+i\sin\omega_1t}{\left(\omega^2-\omega_1{}^2\right)\left(\omega_2{}^2-\omega_1{}^2\right)}.$$

Аналогичным образом находится вычет функции $X\left(p\right)e^{pt}$ в последнем полюсе $p=i\omega_2$

$$\underset{p=i\omega_2}{\mathrm{Res}}\left(X\left(p\right)e^{pt}\right)=\frac{F_0k_1}{2m_1m_2}\frac{\cos\omega_2t+i\sin\omega_2t}{\left(\omega^2-\omega_2{}^2\right)\left(\omega_1{}^2-\omega_2{}^2\right)}.$$

Подставляем все полученные соотношения для вычетов в полюсах функции $X\left(p\right)$ в равенство (4) и находим требуемую функцию $x\left(t\right)$, определяющую смещение тела с массой m_1 из положения равновесия

$$x\left(t\right)=2\,\mathrm{Re}\underset{p=i\omega}{\mathrm{Res}}\left(X\left(p\right)e^{pt}\right)+2\,\mathrm{Re}\underset{p=i\omega_1}{\mathrm{Res}}\left(X\left(p\right)e^{pt}\right)+2\,\mathrm{Re}\underset{p=i\omega_2}{\mathrm{Res}}\left(X\left(p\right)e^{pt}\right)=$$

$$=\frac{F_0k_1}{m_1m_2}\frac{\cos\omega t}{\left(\omega^2-\omega_1{}^2\right)\left(\omega^2-\omega_2{}^2\right)}+\frac{F_0k_1}{m_1m_2}\frac{\cos\omega_1t}{\left(\omega^2-\omega_1{}^2\right)\left(\omega_2{}^2-\omega_1{}^2\right)}+$$

$$+\frac{F_0k_1}{m_1m_2}\frac{\cos\omega_2t}{\left(\omega^2-\omega_2{}^2\right)\left(\omega_1{}^2-\omega_2{}^2\right)}=\frac{F_0k_1}{m_1m_2}\frac{\cos\omega t}{\left(\omega^2-\omega_1{}^2\right)\left(\omega^2-\omega_2{}^2\right)}+$$

$$+\frac{F_0k_1}{m_1m_2\left(\omega_2{}^2-\omega_1{}^2\right)}\left(\frac{\cos\omega_1t}{\omega^2-\omega_1{}^2}-\frac{\cos\omega_2t}{\omega^2-\omega_2{}^2}\right).$$

Все вычисления с лаплас-образом $Y(p)$ совершенно аналогичны, поэтому сразу приведем результат

$$y(t)=\frac{F_0}{m_1m_2}\frac{(k_1-m_1\omega^2)\cos\omega t}{(\omega^2-\omega_1{}^2)(\omega^2-\omega_2{}^2)}+\frac{F_0}{m_1m_2(\omega_2{}^2-\omega_1{}^2)}\times$$

$$\times\left(\frac{(k_1-m_1\omega_1{}^2)\cos\omega_1t}{\omega^2-\omega_1{}^2}-\frac{(k_1-m_1\omega_2{}^2)\cos\omega_2t}{\omega^2-\omega_2{}^2}\right).$$

Первое слагаемое в полученном равенстве для функции $y(t)$ описывает вынужденные колебания (колебания, происходящие с частотой вынуждающей силы $f(t)$). При выполнении равенства $k_1-m_1\omega^2=0$ амплитуда вынужденных колебаний зануляется, и тело с массой m_1 будет совершать только колебания с собственными частотами ω_1 и ω_2 нашей колебательной системы.

При описании переходных процессов в различных колебательных системах (особенно в задачах теории линейных электрических цепей) чаще всего приходится сталкиваться с ситуацией, когда на систему действует периодическая сила.

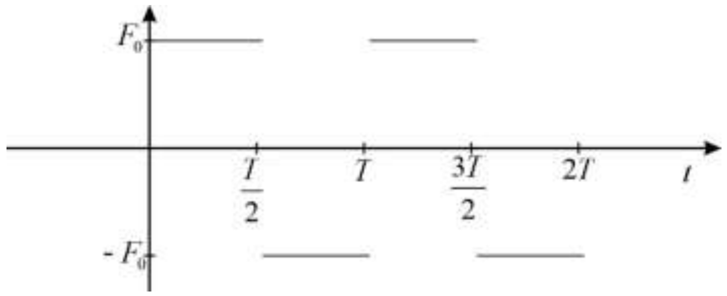

Рисунок 2 – График периодической функции

Найдем зависимость смещений тел из положений равновесия, когда на тело массой m_2 действует периодическая сила с периодом T (рис. 2.), т. е. зависимость внешней силы $f(t)$, действующей на нашу колебательную систему, от времени имеет вид

$$f(t)=\begin{cases} F_0,\ 0\le t<\dfrac{T}{2}, \\ -F_0,\ \dfrac{T}{2}\le t<T. \end{cases}$$

Лаплас-образ периодической силы с периодом T находим по формуле из [1]

$$F(p)=\frac{F_0(p)}{1-e^{-pT}},$$

где "укороченный" лаплас-образ

$$F_0(p)=\int_0^T f(t)e^{-pt}dt=F_0\left(\int_0^{\frac{T}{2}} e^{-pt}dt-\int_{\frac{T}{2}}^{T} e^{-pt}dt\right)=$$

$$=\frac{F_0}{p}\left(1-2e^{-\frac{pT}{2}}+e^{-pT}\right)=\frac{F_0}{p}\left(1-e^{-\frac{pT}{2}}\right)^2.$$

Как следствие, лаплас-образ силы $f(t)$ будет иметь вид

$$F(p)=\frac{F_0}{p}\frac{\left(1-e^{-\frac{pT}{2}}\right)^2}{1-e^{-pT}}=\frac{F_0}{p}\frac{1-e^{-\frac{pT}{2}}}{1+e^{-\frac{pT}{2}}}=\frac{F_0}{p}\frac{e^{\frac{pT}{4}}-e^{-\frac{pT}{4}}}{e^{\frac{pT}{4}}+e^{-\frac{pT}{4}}}=F_0\frac{\operatorname{sh}\frac{pT}{4}}{p\operatorname{ch}\frac{pT}{4}}.$$

Подставляем полученный лаплас-образ $F(p)$ в систему (2) и по формулам Крамера находим требуемые лаплас-образы

$$X(p)=\frac{F_0k_1}{m_1m_2}\frac{\operatorname{sh}\frac{pT}{4}}{p\operatorname{ch}\frac{pT}{4}\left(p^2+\omega_1^2\right)\left(p^2+\omega_2^2\right)}=\frac{F_0k_1}{m_1m_2}\frac{\operatorname{sh}\frac{pT}{4}}{B(p)},$$

$$Y(p)=\frac{F_0}{m_1m_2}\frac{\left(m_1p^2+k_1\right)\operatorname{sh}\frac{pT}{4}}{B(p)}.$$

Функция $B(p)=p\operatorname{ch}\frac{pT}{4}\left(p^2+\omega_1^2\right)\left(p^2+\omega_2^2\right)$ имеет бесконечно много нулей в точках $p=p_n$, являющихся корнями уравнения $\operatorname{ch}\frac{pT}{4}=0,$ $\frac{p_nT}{4}=i\frac{\pi}{2}\left(2n+1\right),$

$p_n = i\frac{2\pi}{T}\left(2n+1\right) = i\omega\left(2n+1\right)$ (при записи корня p_n мы ввели циклическую частоту $\omega = \frac{2\pi}{T}$), $n = 0, 1, \ldots$ (мы вновь рассматриваем полюса функции $X(p)$, лежащие в верхней полуплоскости). Нулю функции $B(p)$ в точке $p = p_n$ отвечает простой полюс функции $X(p)$. Вычет функции $X(p)e^{pt}$ в простом полюсе p_n находим по формуле из [1]

$$\operatorname*{Res}_{p=p_n}\left(X(p)e^{pt}\right) = \frac{F_0 k_1}{m_1 m_2}\frac{\operatorname{sh}\frac{p_n T}{4}e^{p_n t}}{B'(p_n)}. \tag{5}$$

Находим производную $B(p)$:

$$B'(p) = \frac{T}{4}p\operatorname{sh}\frac{pT}{4}\left(p^2+\omega_1^2\right)\left(p^2+\omega_2^2\right) + \operatorname{ch}\frac{pT}{4}\left(p\left(p^2+\omega_1^2\right)\left(p^2+\omega_2^2\right)\right)'_p,$$

поэтому

$$B'(p_n) = \frac{T}{4}p_n\operatorname{sh}\frac{p_n T}{4}\left(p_n^2+\omega_1^2\right)\left(p_n^2+\omega_2^2\right).$$

Подставляя полученное соотношение для производной $B'(p_n)$ в равенство (5), получаем

$$\operatorname*{Res}_{p=p_n}\left(X(p)e^{pt}\right) = \frac{4F_0 k_1}{m_1 m_2}\frac{\operatorname{sh}\frac{p_n T}{4}e^{p_n t}}{T\,p_n\operatorname{sh}\frac{p_n T}{4}\left(p_n^2+\omega_1^2\right)\left(p_n^2+\omega_2^2\right)} = (\text{подставляем } p_n = i\omega\left(2n+1\right)) =$$

$$= \frac{2F_0 k_1}{\pi m_1 m_2}\frac{e^{i\omega(2n+1)t}}{i(2n+1)\left(\omega^2(2n+1)^2-\omega_1^2\right)\left(\omega^2(2n+1)^2-\omega_2^2\right)} =$$

$$= \frac{2F_0 k_1}{\pi m_1 m_2}\frac{\sin\omega(2n+1)t - i\cos\omega(2n+1)t}{(2n+1)\left(\omega^2(2n+1)^2-\omega_1^2\right)\left(\omega^2(2n+1)^2-\omega_2^2\right)}. \tag{6}$$

Перезаписав лаплас-образ $X(p)$ в виде

$$X(p) = \frac{F_0 k_1}{m_1 m_2}\frac{\operatorname{sh}\frac{pT}{4}}{p\operatorname{ch}\frac{pT}{4}\left(p-i\omega_1\right)\left(p+i\omega_1\right)\left(p^2+\omega_2^2\right)},$$

находим вычет $X(p)e^{pt}$ в простом полюсе $p = i\omega_1$:

$$\operatorname*{Res}_{p=i\omega_1}\left(X(p)e^{pt}\right) = \frac{F_0 k_1}{2m_1 m_2}\frac{\operatorname{sh}\frac{i\omega_1 T}{4}e^{i\omega_1 t}}{\left(i\omega_1\right)^2\operatorname{ch}\frac{i\omega_1 T}{4}\left(\omega_2^2-\omega_1^2\right)} =$$

$$= \frac{F_0 k_1}{2m_1 m_2}\frac{i\sin\frac{\omega_1 T}{4}\left(\cos\omega_1 t + i\sin\omega_1 t\right)}{\left(i\omega_1\right)^2\cos\frac{\omega_1 T}{4}\left(\omega_2^2-\omega_1^2\right)} = \frac{F_0 k_1\operatorname{tg}\frac{\omega_1 T}{4}}{2m_1 m_2}\frac{\sin\omega_1 T - i\cos\omega_1 t}{\omega_1^2\left(\omega_2^2-\omega_1^2\right)}. \tag{7}$$

Аналогичным образом находим вычет в полюсе $p = i\omega_2$:

$$\operatorname*{Res}_{p=i\omega_2}\left(X(p)e^{pt}\right) = -\frac{F_0 k_1\operatorname{tg}\frac{\omega_2 T}{4}}{2m_1 m_2}\frac{\sin\omega_2 t - i\cos\omega_2 t}{\omega_2^2\left(\omega_2^2-\omega_1^2\right)}. \tag{8}$$

Используя все полученные соотношения (6) – (8) для вычетов функции $X(p)e^{pt}$, по формуле (4) находим функцию-оригинал $x(t)$, получаем

$$x(t)=2\operatorname{Re}\operatorname*{Res}_{p=i\omega_1}\left(X(p)e^{pt}\right)+2\operatorname{Re}\operatorname*{Res}_{p=i\omega_2}\left(X(p)e^{pt}\right)+\sum_{n=0}^{\infty}2\operatorname{Re}\operatorname*{Res}_{p=p_n}\left(X(p)e^{pt}\right)=$$

$$=\frac{F_0k_1}{m_1m_2\left(\omega_2{}^2-\omega_1{}^2\right)}\left(\operatorname{tg}\frac{\omega_1T}{4}\frac{\sin\omega_1t}{\omega_1{}^2}-\operatorname{tg}\frac{\omega_2T}{4}\frac{\sin\omega_2t}{\omega_2{}^2}\right)+$$

$$+\frac{4F_0k_1}{m_1m_2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\sin\omega(2n+1)t}{(2n+1)\left(\omega^2(2n+1)^2-\omega_1{}^2\right)\left(\omega^2(2n+1)^2-\omega_2{}^2\right)}.$$

Замечание: уравнение $B(p)=0$ имеет действительный корень $p=0,$ однако точка $p=0$ не является полюсом функции $X(p).$ Действительно, разлагая гиперболический синус в ряд Маклорена

$$\operatorname{sh}\frac{pT}{4}=\frac{pT}{4}+\frac{1}{3!}\left(\frac{pT}{4}\right)^3+\ldots=\frac{pT}{4}\left(1+\frac{1}{3!}\left(\frac{pT}{4}\right)^2+\ldots\right),$$

находим

$$\lim_{p\to0}X(p)=\frac{F_0k_1}{m_1m_2}\lim_{p\to0}\frac{\frac{pT}{4}\left(1+\frac{1}{3!}\left(\frac{pT}{4}\right)^2+\ldots\right)}{p\operatorname{ch}\frac{pT}{4}\left(p^2+\omega_1{}^2\right)\left(p^2+\omega_2{}^2\right)}=$$

$$=\frac{F_0k_1T}{4m_1m_2}\lim_{p\to0}\frac{1+\frac{1}{3!}\left(\frac{pT}{4}\right)^2+\ldots}{\operatorname{ch}\frac{pT}{4}\left(p^2+\omega_1{}^2\right)\left(p^2+\omega_2{}^2\right)}=\frac{F_0k_1T}{4m_1m_2\omega_1{}^2\omega_2{}^2}.$$

Вычисление вычетов функции $Y(p)e^{pt}$ в полюсах $p=p_n,\ i\omega_1,\ \ i\omega_2$ производится совершенно аналогичным образом, поэтому сразу приведем результат для требуемой функции-оригинала

$$y(t)=\frac{F_0}{m_1m_2\left(\omega_2{}^2-\omega_1{}^2\right)}\left(\operatorname{tg}\frac{\omega_1T}{4}\frac{k_1-m_1\omega_1{}^2}{\omega_1{}^2}\sin\omega_1t-\operatorname{tg}\frac{\omega_2T}{4}\frac{k_1-m_1\omega_2{}^2}{\omega_2{}^2}\sin\omega_2t\right)+$$

$$+\frac{4F_0}{\pi m_1m_2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(k_1-m_1\omega^2(2n+1)^2\right)\sin\omega(2n+1)t}{(2n+1)\left(\omega^2(2n+1)^2-\omega_1{}^2\right)\left(\omega^2(2n+1)^2-\omega_2{}^2\right)}.$$

Таким образом, уже на примере разобранной нами достаточно простой задачи проявляется эффективность операционного метода для описания переходных процессов в колебательных системах. В особенности знакомство с более глубокими разделами операционного исчисления необходимо студентам-электротехникам, студентам-электромеханикам, а также студентам всех специальностей, в базовой подготовке которых есть такие разделы, как ТОЭ (теоретические основы электротехники), ТЛЭЦ (теория линейных электрических цепей), какие-либо из разделов теории автоматического регулирования.

Ссылки на источники:

1. Пчелин Б.К. Специальные разделы высшей математики. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление / Б.К. Пчелин // М.: Высш. шк. – 1973 – 464 с.

2. Свешников А.Г. Теория функций комплексной переменной / А.Г. Свешников // М.: Наука. – 1974 – 320 с.

Дудко Сергей Алексеевич

Кандидат физико-математических наук, доцент
Белорусский государственный университет транспорта
Прокопенко Алла Ивановна
Кандидат физико-математических наук, доцент
Белорусский государственный университет транспорта
prokopenko605@mail.ru
Дергачева Ирина Михайловна
Кандидат физико-математических наук, доцент
Белорусский государственный университет транспорта
irina.dergacheva.76@mail.ru

Operational method in problems of applied mathematics and oscillation theory. Integration of systems of linear differential equations with harmonic and periodic right-hand side

Annotation: the article discusses the application of the operational method to the integration of systems of ordinary differential equations related to oscillation theory problems. The efficiency of using the operational method for describing transient processes in dynamic systems is demonstrated.
Keywords: laplace transform, operational method, forced oscillations, oscillatory system

Dudko Sergey Alekseevich
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Belarusian State University of Transport
Prokopenko Alla Ivanovna
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Belarusian State University of Transport
Dergacheva Irina Mikhailovna
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Belarusian State University of Transport

УДК 631.171:004.89

Епихина В.А., Ламонина Л.В., Смирнова О.Б.

О технологиях и средствах механизации и цифровизации в АПК

Аннотация: В данной статье рассмотрены примеры современной сельскохозяйственной техники, оборудования и некоторые инновационные технологии, которое интенсивно внедряют в сельское хозяйство с целью сокращения труда человека, а также эффективного получения продукции животноводства и растениеводства.
Ключевые слова: спецтехника, беспилотные аппараты, цифровые двойники, роботы, агрегаты.

Введение

Технологии и средства механизации и цифровизации - это область науки по применению и внедрению современных технологий в сельском хозяйстве, а также применения информационных технологий систем и средств их реализации направленные на увеличение урожайности, прибыли и качества производства продуктов животноводства и растениеводства. Главная цель данного мероприятия состоит в повышении качества и количество урожайности, а также сокращении потерь продукции и материальных затрат, улучшении условий труда рабочего класса. Стремительное развитием информационных и цифровых технологий характеризует современное общество, что в свою очередь кардинально влияет на социальную и экономическую составляющую общества [1]. На сегодняшний день в сельском хозяйстве Российской Федерации идёт интенсивное внедрение информационных