случаях и к противоречивости предложений, выдвигаемых различными авторами для оценки ширины раскрытия трещин.

Расчет ширины раскрытия трещин, положенный в основу предлагаемой аналитической модели, строится на анализе, изменяемого по длине железобетонного элемента, напряженно-деформированного состояния арматуры и бетона. Неоднородность напряженно-деформированного состояния определяется различными условиями взаимодействиями между компонентами на разных участках по длине железобетонного элемента. В торцевых сечениях все прикладываемое к элементу растягивающее усилие воспринимается исключительно арматурой ($\varepsilon_s = \varepsilon_{s\max} = N/(A_s E_s)$; $\varepsilon_{ct} = 0$). По мере приближения к центру элемента часть усилия, посредством возникающих в контактном слое сил сцепления передается от арматуры на бетон, тем самым последний также включается в работу на растяжение и на соответствующую величину разгружает арматурный стержень.

Описанный выше механизм взаимодействия между арматурным стержнем и бетоном характерен для так называемых *зон перераспределения усилий*. Протяженность указанных зон зависит от параметров железобетонного элемента, прочностных и деформативных характеристик материалов (арматурной стали и бетона), а также условий сцепления между арматурой и бетоном. В некотором сечении по длине элемента деформации арматуры и бетона выравниваются ($\varepsilon_s = \varepsilon_{ct}$), и каждый из компонентов сечения (бетон и арматура) воспринимает часть внешнего усилия, пропорциональную его жесткости – *зоны совместного деформирования*. В пределах зоны совместного деформирования относительных деформаций бетона принимают максимальные значения, следовательно, образование трещин следует ожидать в одном из сечений по длине данной зоны.

Таким образом, при действии на железобетонный элемент внешней нагрузки, величина которой соответствует усилию трещинообразования, необходимым условием, при котором произойдет образования трещины, является наличие по длине элемента зоны совместного деформирования арматуры и бетона.

В предлагаемой аналитической модели трещинообразование рассматривается как прогрессирующий процесс, т. е. увеличение внешнего растягивающего усилия до соответствующего уровня сопровождается появлением новых трещин. Образование новых трещин происходит до тех пор, пока трещинами не выделится такой блок, в пределах которого нет зоны совместного деформирования арматуры с бетоном. Ширину раскрытия трещин предлагается определять интегрированием по длине участка между соседними трещинами разности функций, описывающих распределение относительных деформаций арматуры $\varepsilon_s(x)$ и растянутого бетона $\varepsilon_{ct}(x)$.

В соответствии с изложенными выше положениями, параметрами, характеризующими развитие процесса трещинообразования (т. е. возможно или нет появление очередной трещины) и определяющими ширину раскрытия трещин являются длина зоны перераспределения усилий между арматурой и бетоном, и функции распределения относительных деформаций арматуры $\varepsilon_s(x)$ и растянутого бетона $\varepsilon_{ct}(x)$. В предлагаемой аналитической модели разработан расчетный алгоритм, позволяющий определить данные параметры, а на их основе вычислить значения ширины раскрытия трещин (w_k) и среднего расстояния между трещинами (s_{rm}) для различных уровней нагружения железобетонного элемента.

В результате выполнения всех процедур расчетного алгоритма помимо указанных выше параметров для каждого из рассматриваемых уровней нагружения могут быть получены эпюры, описывающие распределения по длине железобетонного элемента, следующих параметров:

- внутренних усилий в арматуре и бетоне, вызванных действием внешней нагрузки;
- напряжений в арматуре и бетоне;
- касательных напряжений сцепления;
- взаимных смещений арматуры и бетона (проскальзывания).

Следует также отметить, что расчетный алгоритм достаточно хорошо реализуется по средствам универсальных программных комплексов (Microsoft Excel, MathCad, MathLab и др.).

Достоверность результатов, получаемых на основании предлагаемого аналитического подхода, проверялась проведением соответствующих экспериментальных исследованием, а также расчетами по альтернативным методикам. И в первом, и во втором случаях правомерность применения предлагаемого подхода подтвердилась.

УДК 624.072.21.7

НЕЛИНЕЙНЫЙ РАСЧЕТ СЛОИСТЫХ УПРУГИХ ОСНОВАНИЙ

О. В. КОЗУНОВА
Белорусский государственный университет транспорта

Существующие методы расчетов оснований и фундаментов базируются на использовании теории линейно деформируемых тел. В реальных условиях для большинства грунтов зависимость между нагрузкой и осадкой имеет явно нелинейный характер. Кроме того, встречаются основания, обладающие ярко выраженными неоднородными свойствами. Таковыми являются слоистые основания, имеющие для каждого слоя различные характеристики прочности.

Часто неоднородность грунтов усиливается наличием в них биогенных включений в виде линз или слабых полостей, которые имеют прочностные свойства на порядок выше или ниже свойств основного грунта. Поэтому эти включения или ослабляют сплошную среду (например, заторфованные полости) или ее укрепляют (например, каменистые линзы). Однако и те, и другие увеличивают неоднородность упругого основания.

В силу природных особенностей грунтов, как сплошных сред с возможными ослаблениями, при расчете конструкций, размещенных на упругом основании, актуальным вопросом является выбор такой модели основания, которая достаточно точно описывала бы НДС этого основания и приближала его к реальным условиям. Поэтому грунты следует рассматривать как нелинейно деформируемую неоднородную среду, подчиняющуюся при нагружении и активной деформации общим закономерностям теории малых упругопластических деформаций, разработанную А. А. Ильюшиным, В. В. Соколовским, Г. М. Смирновым-Аляевым и др.

В настоящей работе математически аргументирован и физически обоснован выбор модели упругого основания. Предлагается модель упругого слоя конечной толщины с модулем, изменяющимся по нелинейному закону. Модуль деформации E и коэффициент Пуассона ν основания не постоянны, изменяются функционально в неявном виде, и для каждого слоя основания имеют свои значения.

Закон нелинейного деформирования основания предлагается в виде гиперболического тангенса, и эта функциональная зависимость отождествляется, как это принято в теории малых упругопластических деформаций, с зависимостью $\sigma_i = \Phi(\varepsilon_i)$ при простом сжатии.

При постановке краевой задачи рассматривается упругая балка конечной длины $2l$, на упругом физически нелинейном двухслойном основании под действием произвольной нагрузки $q(x)$, P. Балка симметрична относительно вертикальной оси, глубина расчетной области упругого слоя $h = 4l$, ширина $b = 9l$. Между балкой и основанием возникают только реактивные давления. Силами трения и сцепления на контакте слоев пренебрегают. Для балки справедливы гипотезы теории изгиба.

Искомые функции: $u_i(x)$, $v_i(y)$ – проекции перемещения i-й узловой точки основания на координатные оси; $W_{ik}(x, y)$ – вертикальное перемещение k-го сечения балки в зоне контакта балки с i-й узловой точкой основания.

Решение плоской задачи строится в перемещениях и реализуется методом конечных разностей (МКР) через вариационно-разностный подход. Основание аппроксимируется симметричной решетчатой областью конечных размеров с постоянным шагом по осям (10 × 4). В результате разбиения получено 50 i-х узловых точек и 36 j-х сеточных ячеек. Первые 18 ячеек (1–18) принадлежат верхнему упругому слою (первому), вторые 18 ячеек (19–36) – нижнему (второму).

Для решения задачи в нелинейной постановке используются две группы уравнений, записанных в конечно-разностной форме: уравнения функционала полной энергии, записанные отдельно для каждого слоя и балки; физические уравнения теории упругости и пластичности. При составлении функционала полной энергии не учитывается работа сил собственного веса упругого основания. В связи с этим при поиске полного напряженного состояния рассматриваемой задачи необходимо на полученное решение наложить напряженное состояние от сил собственного веса грунта. При каждой итерации по вычисленным значениям проекции перемещения i-й узловой точке решетки $u_i(x)$, $v_i(y)$, используя физические уравнения теории упругости, определяется интенсивность напряжений в центрах ячеек. Имея значения напряжений и перемещений, полученных в результате решения задачи в первом приближении, определяется касательный модуль, и задача решается во втором и последующих приближениях. Итерационный процесс заканчивается, как только разница между последующим и предыдущим приближениями будет соответствовать точности решения задачи.

Для численной реализации указанного подхода составлена программа на языке *Mathematica*.6, проведена ее апробация для слоистых оснований без учета и с учетом нелинейности. Для численного счета использовались следующие параметры упругих сред: 1-й упругий слой – $\sigma_{y1} = 0{,}2$ МПа; $\nu_{01} = 0{,}3$; $E_{01} = 25$ МПа; 2-й упругий слой – $\sigma_{y2} = 0{,}25$ МПа, $\nu_{02} = 0{,}33$, $E_{02} = 30$ МПа, изгибная жесткость упругой балки – $EJ_б = 1{,}8 \cdot 10^7$ Н·м^2.

В результате расчета была получена хорошая сходимость итерационного процесса (на четвертом приближении совпадение до четырех цифр), что численно подтверждает правильность выбора закона нелинейного деформирования основания. А также установлено, что результаты нелинейного расчета неоднородных грунтов (перемещения, деформации, напряжения, осадки) в 1,5–1,8 раза больше аналогичных упругих решений. Следовательно, учет нелинейности в расчетах слоистых упругих оснований численно обоснован.