

$$w = \sum_{n,m=1}^{\infty} W_{mn} \sin \frac{\pi n x}{a} \sin \frac{\pi m y}{b}, \quad u_x = \sum_{n,m=1}^{\infty} U_{1mn} \cos \frac{\pi n x}{a} \sin \frac{\pi m y}{b}, \quad u_y = \sum_{n,m=1}^{\infty} U_{2mn} \sin \frac{\pi n x}{a} \cos \frac{\pi m y}{b},$$

$$\psi_x = \sum_{n,m=1}^{\infty} \Psi_{1mn} \cos \frac{\pi n x}{a} \sin \frac{\pi m y}{b}, \quad \psi_y = \sum_{n,m=1}^{\infty} \Psi_{2mn} \sin \frac{\pi n x}{a} \cos \frac{\pi m y}{b}, \quad (4)$$

где U_{1mn} , U_{2mn} , Ψ_{1mn} , Ψ_{2mn} , W_{mn} – неизвестные амплитуды перемещений.

Положим продольную нагрузку $p_x \equiv 0$, $p_y \equiv 0$. Поперечную нагрузку q представим в виде разложений в следующий ряд:

$$q = \sum_{n,m=1}^{\infty} q_{mn} \sin \frac{\pi n x}{a} \sin \frac{\pi m y}{b}, \quad q_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b q(x, y) \sin \frac{\pi n x}{a} \sin \frac{\pi m y}{b} dx dy. \quad (5)$$

После подстановки перемещений (4) и нагрузки (5) в уравнения (2) получим систему линейных алгебраических уравнений для определения искомых амплитуд перемещений:

$$\begin{aligned} b_6 U_{1mn} + b_7 U_{2mn} + b_8 \Psi_{1mn} + b_9 \Psi_{2mn} + b_1 W_{mn} &= 0, \\ b_7 U_{1mn} + b_{11} U_{2mn} + b_9 \Psi_{1mn} + b_{12} \Psi_{2mn} + b_2 W_{mn} &= 0, \\ b_8 U_{1mn} + b_9 U_{2mn} + b_{13} \Psi_{1mn} + b_{14} \Psi_{2mn} + b_3 W_{mn} &= 0, \\ b_9 U_{1mn} + b_{12} U_{2mn} + b_{14} \Psi_{1mn} + b_{10} \Psi_{2mn} + b_4 W_{mn} &= 0, \\ b_1 U_{1mn} + b_2 U_{2mn} + b_3 \Psi_{1mn} + b_4 \Psi_{2mn} + b_5 W_{mn} &= q_{mn}, \end{aligned} \quad (6)$$

где коэффициенты b_j выражаются через величины a_i и зависят от параметра m и n .

Решение системы (6) можно выписать в определителях или получать численно с помощью обратной матрицы. После определения амплитуд U_{1mn} , U_{2mn} , Ψ_{1mn} , Ψ_{2mn} , W_{mn} искомые функции вычисляются по формулам (4).

Численный счёт производился для трехслойной пластины, пакет которой составлен из материалов Д16Т–фторопласт–Д16Т. Относительные толщины слоев принимались $h_1 = 0,02$, $h_2 = 0,04$, $c = 0,09$. Интенсивность поверхностной нагрузки $q = 1$ МПа.

Таким образом, приведенная в работе методика теоретического исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных элементов транспортных систем может быть применена в дальнейшем при различных видах внешнего воздействия, включая термосиловое.

УДК 624.012.46

АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПО РАСКРЫТИЮ НОРМАЛЬНЫХ ТРЕЩИН ПРИ ОСЕВОМ РАСТЯЖЕНИИ

А. В. ДРАГАН

Брестский государственный технический университет

В настоящее время железобетон остается одним из наиболее востребованных строительных материалов. Вместе с тем наличие трещин в эксплуатируемых железобетонных конструкциях является весьма распространенным явлением. Образование трещины в железобетонном элементе может произойти еще задолго до начала его эксплуатации, на стадии формирования структуры материала. Причиной возникновения такого рода трещин являются физико-химические процессы, протекающие при твердении цементного камня. Исключение или же уменьшение влияния трещин, обусловленных условиями твердения, осуществляется технологическими мероприятиями на стадии проектирования составов бетонной смеси и выбора рациональных методов укладки и формирования конструкций. Наиболее опасными являются так называемые силовые трещины, возникновение которых является причиной перегрузки элементов конструкций. Их образование и чрезмерное раскрытие приводит к снижению жесткости конструкции (увеличению прогибов), уменьшению долговечности (сколы защитного слоя бетона, коррозия стальной арматуры), ухудшению эстетического восприятия конструкции, что в целом снижает эксплуатационную пригодность конструкции. Помимо всего этого, образование трещины приводит к качественному изменению напряженно-деформированного состояния не только непосредственно вблизи берегов трещины, но всего элемента в целом. Сложность процесса трещинообразования, обусловленная влиянием на него большого числа факторов, приводит к неоднозначности, а в отдельных

случаях и к противоречивости предложений, выдвигаемых различными авторами для оценки ширины раскрытия трещин.

Расчет ширины раскрытия трещин, положенный в основу предлагаемой аналитической модели, строится на анализе, изменяемого по длине железобетонного элемента, напряженно-деформированного состояния арматуры и бетона. Неоднородность напряженно-деформированного состояния определяется различными условиями взаимодействия между компонентами на разных участках по длине железобетонного элемента. В торцевых сечениях все прикладываемое к элементу растягивающее усилие воспринимается исключительно арматурой ($\epsilon_s = \epsilon_{s\max} = N/(A_s E_s)$; $\epsilon_{cl} = 0$). По мере приближения к центру элемента часть усилия, посредством возникающих в контактном слое сил сцепления передается от арматуры на бетон, тем самым последний также включается в работу на растяжение и на соответствующую величину разгружает арматурный стержень.

Описанный выше механизм взаимодействия между арматурным стержнем и бетоном характерен для так называемых *зон перераспределения усилий*. Протяженность указанных зон зависит от параметров железобетонного элемента, прочностных и деформативных характеристик материалов (арматурной стали и бетона), а также условий сцепления между арматурой и бетоном. В некотором сечении по длине элемента деформации арматуры и бетона выравниваются ($\epsilon_s = \epsilon_{cl}$), и каждый из компонентов сечения (бетон и арматура) воспринимает часть внешнего усилия, пропорциональную его жесткости – *зоны совместного деформирования*. В пределах зоны совместного деформирования относительных деформаций бетона принимают максимальные значения, следовательно, образование трещин следует ожидать в одном из сечений по длине данной зоны.

Таким образом, при действии на железобетонный элемент внешней нагрузки, величина которой соответствует усилию трещинообразования, необходимым условием, при котором произойдет образования трещины, является наличие по длине элемента зоны совместного деформирования арматуры и бетона.

В предлагаемой аналитической модели трещинообразование рассматривается как прогрессирующий процесс, т. е. увеличение внешнего растягивающего усилия до соответствующего уровня сопровождается появлением новых трещин. Образование новых трещин происходит до тех пор, пока трещинами не выделится такой блок, в пределах которого нет зоны совместного деформирования арматуры с бетоном. Ширину раскрытия трещин предлагается определять интегрированием по длине участка между соседними трещинами разности функций, описывающих распределение относительных деформаций арматуры $\epsilon_s(x)$ и растянутого бетона $\epsilon_{cl}(x)$.

В соответствии с изложенными выше положениями, параметрами, характеризующими развитие процесса трещинообразования (т. е. возможно или нет появление очередной трещины) и определяющими ширину раскрытия трещин являются длина зоны перераспределения усилий между арматурой и бетоном, и функции распределения относительных деформаций арматуры $\epsilon_s(x)$ и растянутого бетона $\epsilon_{cl}(x)$. В предлагаемой аналитической модели разработан расчетный алгоритм, позволяющий определить данные параметры, а на их основе вычислить значения ширины раскрытия трещин (w_k) и среднего расстояния между трещинами (s_{rm}) для различных уровней нагружения железобетонного элемента.

В результате выполнения всех процедур расчетного алгоритма помимо указанных выше параметров для каждого из рассматриваемых уровней нагружения могут быть получены эпюры, описывающие распределения по длине железобетонного элемента, следующих параметров:

- внутренних усилий в арматуре и бетоне, вызванных действием внешней нагрузки;
- напряжений в арматуре и бетоне;
- касательных напряжений сцепления;
- взаимных смещений арматуры и бетона (проскальзывания).

Следует также отметить, что расчетный алгоритм достаточно хорошо реализуется по средствам универсальных программных комплексов (Microsoft Excel, MathCad, MathLab и др.).

Достоверность результатов, получаемых на основании предлагаемого аналитического подхода, проверялась проведением соответствующих экспериментальных исследований, а также расчетами по альтернативным методикам. И в первом, и во втором случаях правомерность применения предлагаемого подхода подтвердилась.

УДК 624.072.21.7

НЕЛИНЕЙНЫЙ РАСЧЕТ СЛОИСТЫХ УПРУГИХ ОСНОВАНИЙ

О. В. КОЗУНОВА

Белорусский государственный университет транспорта

Существующие методы расчетов оснований и фундаментов базируются на использовании теории линейно деформируемых тел. В реальных условиях для большинства грунтов зависимость между нагрузкой и осад-