

цемента превышает марочную, возможна его экономия, составляющая по расчетам и опыту внедрения до 8 % массы используемого цемента. Если же фактическая активность ниже марочной (лежалый, загрязненный цемент, ошибочное назначение марки), своевременная корректировка состава бетона позволяет предотвратить брак в изделии по недобору прочности и сократить простои форм перед распалубкой. Метод можно использовать в АСУ технологическим процессом изготовления изделий.

УДК 539.374

НАПРЯЖЕНИЯ В ТРЕХСЛОЙНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ, СВЯЗАННЫХ С УПРУГИМ ОСНОВАНИЕМ

Е. П. ДОРОВСКАЯ

Белорусский государственный университет транспорта

Слоистые элементы конструкций широко используются в транспортном машиностроении: в качестве обшивки вагонов, корпусных элементов авиационных аппаратов, космических объектов, строительных панелей, и т. д.

Рассматривается трехслойная прямоугольная пластина с жестким заполнителем, на внешние слои которой действуют внешняя нагрузка и реакция упругого основания Винклера $q(x)$. Для описания кинематики пакета приняты гипотезы ломаной нормали: в несущих слоях справедливы гипотезы Кирхгофа, в несжимаемом по толщине заполнителе нормаль остается прямолинейной, не изменяет своей длины, но поворачивается на некоторый дополнительный угол, составляющий с координатными осями величины $\psi_x(x, y)$, $\psi_y(x, y)$. Деформации — малые.

Система координат x, y, z связывается со срединной плоскостью заполнителя. На пластину действуют внешние распределенные поверхностные нагрузки $q(x, y)$, $p_x(x, y)$, $p_y(x, y)$ и реакция основания. Через $w(x, y)$ и $u_x(x, y)$, $u_y(x, y)$ обозначены прогиб и продольные перемещения срединной поверхности заполнителя; a, b — размеры пластины вдоль осей x, y , соответственно. На контуре пластины предполагается наличие жесткой диафрагмы, препятствующей относительному сдвигу слоев.

Уравнения равновесия следуют из вариационного принципа Лагранжа:

$$\delta A + \delta W = 0, \quad (1)$$

где δA — вариация работы внешних поверхностных сил; δW — вариация работы внутренних напряжений.

Выразив вариации деформаций и напряжений через перемещения и подставив в (1), получим систему пяти линейных дифференциальных уравнений равновесия относительно искомых перемещений:

$$\begin{aligned} a_1(u_{x,xx} + u_{y,yx}) + a_2(\psi_{x,xx} + \psi_{y,yx}) - a_3(w_{,xxx} + w_{,yyx}) + a_8 u_{x,yy} + a_9 \psi_{x,yy} &= -p_x, \\ a_1(u_{y,yy} + u_{x,xy}) + a_2(\psi_{y,yy} + \psi_{x,xy}) - a_3(w_{,yyy} + w_{,xxy}) + a_8 u_{x,yy} + a_9 \psi_{y,xx} &= -p_y, \\ a_2(u_{x,xx} + u_{y,yx}) + a_4(\psi_{x,xx} + \psi_{y,yx}) - a_5(w_{,xxx} + w_{,yyx}) + a_9 u_{x,yy} + a_{10} \psi_{x,yy} - a_7 \psi_x &= 0, \\ a_2(u_{y,yy} + u_{x,xy}) + a_4(\psi_{y,yy} + \psi_{x,xy}) - a_5(w_{,yyy} + w_{,xxy}) + a_9 u_{y,xx} + a_{10} \psi_{y,xx} - a_7 \psi_y &= 0, \\ a_3(u_{x,xxx} + u_{y,yxx} + u_{x,xyy} + u_{y,yyy}) + a_5(\psi_{x,xxx} + \psi_{y,yxx} + \psi_{x,xyy} + \psi_{y,yyy}) - a_6(w_{,xxx} + w_{,yyy} + 2w_{,xyx}) - & \\ -kw &= -q, \end{aligned} \quad (2)$$

где a_i ($i = 1, \dots, 10$) — коэффициенты, выражающиеся через объемный и сдвиговой модули упругости материалов G_k, K_k и геометрические параметры слоев пластины.

Принимаем граничные условия, соответствующие свободному опиранию пластины по краям на неподвижные в пространстве жесткие опоры. Тогда для искомых перемещений должны выполняться следующие требования:

$$\begin{aligned} \text{— при } x = 0, a \quad u_{x,xx} = \psi_{x,xx} = u_y = \psi_y = w = 0; \\ \text{— при } y = 0, b \quad u_{y,yy} = \psi_{y,yy} = u_x = \psi_x = w = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Для автоматического удовлетворения условиям (3) решение системы дифференциальных уравнений (4) принимается в виде разложения в двойные тригонометрические ряды:

$$w = \sum_{n,m=1}^{\infty} W_{mn} \sin \frac{\pi n x}{a} \sin \frac{\pi m y}{b}, \quad u_x = \sum_{n,m=1}^{\infty} U_{1mn} \cos \frac{\pi n x}{a} \sin \frac{\pi m y}{b}, \quad u_y = \sum_{n,m=1}^{\infty} U_{2mn} \sin \frac{\pi n x}{a} \cos \frac{\pi m y}{b},$$

$$\psi_x = \sum_{n,m=1}^{\infty} \Psi_{1mn} \cos \frac{\pi n x}{a} \sin \frac{\pi m y}{b}, \quad \psi_y = \sum_{n,m=1}^{\infty} \Psi_{2mn} \sin \frac{\pi n x}{a} \cos \frac{\pi m y}{b}, \quad (4)$$

где U_{1mn} , U_{2mn} , Ψ_{1mn} , Ψ_{2mn} , W_{mn} – неизвестные амплитуды перемещений.

Положим продольную нагрузку $p_x \equiv 0$, $p_y \equiv 0$. Поперечную нагрузку q представим в виде разложений в следующий ряд:

$$q = \sum_{n,m=1}^{\infty} q_{mn} \sin \frac{\pi n x}{a} \sin \frac{\pi m y}{b}, \quad q_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b q(x, y) \sin \frac{\pi n x}{a} \sin \frac{\pi m y}{b} dx dy. \quad (5)$$

После подстановки перемещений (4) и нагрузки (5) в уравнения (2) получим систему линейных алгебраических уравнений для определения искомых амплитуд перемещений:

$$\begin{aligned} b_6 U_{1mn} + b_7 U_{2mn} + b_8 \Psi_{1mn} + b_9 \Psi_{2mn} + b_1 W_{mn} &= 0, \\ b_7 U_{1mn} + b_{11} U_{2mn} + b_9 \Psi_{1mn} + b_{12} \Psi_{2mn} + b_2 W_{mn} &= 0, \\ b_8 U_{1mn} + b_9 U_{2mn} + b_{13} \Psi_{1mn} + b_{14} \Psi_{2mn} + b_3 W_{mn} &= 0, \\ b_9 U_{1mn} + b_{12} U_{2mn} + b_{14} \Psi_{1mn} + b_{10} \Psi_{2mn} + b_4 W_{mn} &= 0, \\ b_1 U_{1mn} + b_2 U_{2mn} + b_3 \Psi_{1mn} + b_4 \Psi_{2mn} + b_5 W_{mn} &= q_{mn}, \end{aligned} \quad (6)$$

где коэффициенты b_j выражаются через величины a_i и зависят от параметра m и n .

Решение системы (6) можно выписать в определителях или получать численно с помощью обратной матрицы. После определения амплитуд U_{1mn} , U_{2mn} , Ψ_{1mn} , Ψ_{2mn} , W_{mn} искомые функции вычисляются по формулам (4).

Численный счёт производился для трехслойной пластины, пакет которой составлен из материалов Д16Т–фторопласт–Д16Т. Относительные толщины слоев принимались $h_1 = 0,02$, $h_2 = 0,04$, $c = 0,09$. Интенсивность поверхностной нагрузки $q = 1$ МПа.

Таким образом, приведенная в работе методика теоретического исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных элементов транспортных систем может быть применена в дальнейшем при различных видах внешнего воздействия, включая термосиловое.

УДК 624.012.46

АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПО РАСКРЫТИЮ НОРМАЛЬНЫХ ТРЕЩИН ПРИ ОСЕВОМ РАСТЯЖЕНИИ

А. В. ДРАГАН

Брестский государственный технический университет

В настоящее время железобетон остается одним из наиболее востребованных строительных материалов. Вместе с тем наличие трещин в эксплуатируемых железобетонных конструкциях является весьма распространенным явлением. Образование трещины в железобетонном элементе может произойти еще задолго до начала его эксплуатации, на стадии формирования структуры материала. Причиной возникновения такого рода трещин являются физико-химические процессы, протекающие при твердении цементного камня. Исключение или же уменьшение влияния трещин, обусловленных условиями твердения, осуществляется технологическими мероприятиями на стадии проектирования составов бетонной смеси и выбора рациональных методов укладки и формирования конструкций. Наиболее опасными являются так называемые силовые трещины, возникновение которых является причиной перегрузки элементов конструкций. Их образование и чрезмерное раскрытие приводит к снижению жесткости конструкции (увеличению прогибов), уменьшению долговечности (сколы защитного слоя бетона, коррозия стальной арматуры), ухудшению эстетического восприятия конструкции, что в целом снижает эксплуатационную пригодность конструкции. Помимо всего этого, образование трещины приводит к качественному изменению напряженно-деформированного состояния не только непосредственно вблизи берегов трещины, но всего элемента в целом. Сложность процесса трещинообразования, обусловленная влиянием на него большого числа факторов, приводит к неоднозначности, а в отдельных