

УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ В УСИЛИЯХ ДЛЯ ПЯТИСЛОЙНОГО СТЕРЖНЯ

К. В. СУСЛОВ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Многослойные элементы конструкций нашли широкое применение в авиационной, строительной и машиностроительной отраслях. В связи с этим разработка математических моделей их деформирования является актуальной. Методы расчета и постановки краевых задач для трехслойных элементов конструкций исследованы в монографиях [1–6]. Деформирование трехслойных стержней и пластин рассматривалось в работах [7–12]. Деформированию пятислойных элементов конструкций посвящены статьи [13–16].

Постановка задачи. Рассмотрено деформирование упругой пятислойной балки, симметричной по толщине, состоящей из трех несущих слоев (два внешних и центральный) и двух заполнителей. В тонких несущих слоях справедливы гипотезы Кирхгофа, в заполнителях – гипотеза Тимошенко о прямолинейности и несжимаемости нормали, которая поворачивается на дополнительный угол $\psi(x)$. Постановка краевой задачи приведена в декартовой системе координат, связанной со срединной плоскостью центрального несущего слоя. Ось x направлена вдоль осевой линии стержня. Искомыми функциями являются прогиб стержня w и относительный сдвиг ψ в заполнителях, которые зависят от координаты x . На торцах балки ($x = 0; l$) предполагается наличие жесткой диафрагмы, препятствующей относительному сдвигу слоев.

В соответствии с принятыми гипотезами продольное перемещение в слоях следующее:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x^{(4)} &= -zw_{,xx} + c\psi_{,x}; & \varepsilon_{xz}^{(4)} &= 0; \\ \varepsilon_x^{(5)} &= -zw_{,xx} + (z - h)\psi_{,x}; & \varepsilon_{xz}^{(5)} &= \frac{\psi}{2}; \\ \varepsilon_x^{(1)} &= -zw_{,xx}; & \varepsilon_{xz}^{(1)} &= 0; \\ \varepsilon_x^{(3)} &= -zw_{,xx} + (z + h)\psi_{,x}; & \varepsilon_{xz}^{(3)} &= \frac{\psi}{2}; \\ \varepsilon_x^{(2)} &= -zw_{,xx} - c\psi_{,x}; & \varepsilon_{xz}^{(2)} &= 0.\end{aligned}$$

где z – координата рассматриваемого волокна (расстояние до срединной поверхности внутреннего несущего слоя); $c\psi$ – величина смещения верхнего несущего слоя за счет деформации заполнителя, для нижнего несущего слоя смещение $-c\psi$ достигается за счет заполнителя, коэффициент вверху соответствует номерам слоев, которые расположены в подобном порядке.

Деформации в слоях выражаются через продольные перемещения в соответствии с соотношениями Коши. Напряжения вычисляются через деформации с помощью закона Гука. Внутренние усилия в слоях стержня введены с помощью компонентов тензора напряжения $\sigma_x^{(k)}, \sigma_{xz}^{(k)}$:

$$N^{(k)} = b_0 \int_{h_k} \sigma_x^{(k)} dz, \quad M^{(k)} = b_0 \int_{h_k} \sigma_x^{(k)} z dz, \quad Q^{(k)} = b_0 \int_{h_k} \sigma_{xz}^{(k)} dz.$$

В стержне приняты следующие обобщенные внутренние усилия

$$\begin{aligned}M &= \sum_{k=1}^5 M^{(k)}; & H &= (M_x^{(3)} + M_x^{(5)}) + c(N_x^{(4)} - N_x^{(2)}) + h(N_x^{(3)} - N_x^{(5)}); \\ Q &= Q^{(3)} + Q^{(5)}.\end{aligned}$$

Уравнения равновесия пятислойного стержня получены с помощью принципа возможных перемещений Лагранжа. При определении работы внешних сил считалось, что к срединной поверхности заполнителя приложена произвольно распределенная нагрузка $q(x)$, а к торцам стержня – сосредоточенные силы и моменты. В результате имеем следующие уравнения равновесия в усилиях для пятислойного стержня:

$$H_{,x} - Q = 0,$$

$$M_{,xx} + b_0 q = 0.$$

где H_x, M_x, Q – обобщенные внутренние усилия, запятая в нижнем индексе обозначает операцию дифференцирования по следующей за ней координате; b_0 – ширина стержня.

Заключение. Полученные уравнения равновесия в усилиях позволяют поставить краевую задачу для определения параметров напряженно-деформированного состояния пятислойных стержней, симметричных по толщине.

Работа выполнена при финансовой поддержке ГПНИ «Конвергенция-25».

Список литературы

- 1 Горшков, А. Г. Механика слоистых вязкоупругопластических элементов конструкций / А. Г. Горшков, Э. И. Старовойтов, А. В. Яровая. – М. : Физматлит, 2005. – 576 с. – EDN RXGSLJ
- 2 Журавков, М. А. Математические модели механики твердого тела / М. А. Журавков, Э. И. Старовойтов. – Минск : БГУ, 2021. – 535 с.
- 3 Zhuravkov, M. A. Mechanics of Solid Deformable Body / M. A. Zhuravkov, Lyu Yongtao, E. I. Starovoitov. – Singapore : Springer, 2022. – 317 p.
- 4 Старовойтов, Э. И. Сопrotивление материалов / Э. И. Старовойтов. – Гомель : БелГУТ, 2004. – 376 с.
- 5 Старовойтов, Э. И. Механика материалов / Э. И. Старовойтов. – Гомель : БелГУТ, 2011. – 380 с.
- 6 Абдусаттаров, А. Деформирование и повреждаемость упругопластических элементов конструкций при циклических нагружениях / А. Абдусаттаров, Э. И. Старовойтов, Н. Б. Рузиева. – Ташкент : IDEAL PRESS, 2023. – 381 с.
- 7 Деформирование трехслойных пластин при термосиловых нагрузках / Э. И. Старовойтов [и др.]. – Гомель : БелГУТ, 2024. – 395 с.
- 8 Захарчук, Ю. В. Напряженно-деформированное состояние круговой трехслойной пластины со сжимаемым заполнителем / Ю. В. Захарчук // Механика. Исследования и инновации. – 2019. – Т. 12, № 12. – С. 66–75.
- 9 Козел, А. Г. Влияние сдвиговой жёсткости основания на напряжённое состояние сэндвич пластины / А. Г. Козел // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2018. – Т. 332, № 6. – С. 25–34.
- 10 Starovoitov, É. I. Vibrations of round three-layer plates under the action of distributed local loads / É. I. Starovoitov, D. V. Leonenko, A. V. Yarovaya // Strength of materials. – Гомель : БелГУТ. – Вып. 16. – 2002. – Vol. 34, no 5. – P. 474–481.
- 11 Deformation of a Step Composite Beam in a Temperature Field / É. I. Starovoitov [et al.] // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2015. – Vol. 88, no 4. – P. 1023–1029.
- 12 Старовойтов, Э. И. Деформирование трехслойного стержня в температурном поле / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко // Механика машин, механизмов и материалов. – 2013. – Т. 22, № 1. – С. 31–35.
- 13 Суслов, К. В. Изгиб пятислойной балки симметричной по толщине / К. В. Суслов // III Республиканский форум молодых ученых учреждений высшего образования : сб. материалов форума, Брест, 21–24 мая 2024 г. – Брест : БрГТУ, 2024. – С. 61–63.
- 14 Лачугина, Е. А. Поперечные колебания пятислойной упругой круговой пластины с жесткими заполнителями / Е. А. Лачугина // Механика. Исследования и инновации. – Гомель : БелГУТ, 2022. – Вып. 15. – С. 212–219.
- 15 Лачугина, Е. А. Частоты собственных колебаний пятислойной круговой пластины / Е. А. Лачугина // Теоретическая и прикладная механика : междунар. науч.-техн. сб. – Минск : БНТУ, 2023. – Вып. 38. – С. 227–233.
- 16 Лачугина, Е. А. Свободные колебания пятислойной круговой пластины с легкими заполнителями / Е. А. Лачугина // Механика. Исследования и инновации. – Гомель : БелГУТ, 2023. – Вып. 16. – С. 111–116. – EDN RCKKPM.

УДК 629.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ, СВЯЗАННЫХ СО СКОЛЬЖЕНИЕМ ТВЕРДОГО ТЕЛА ПО НЕПОДВИЖНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

О. А. СУХАНОВА

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Безопасность движения начинается задолго до эксплуатации транспортных средств. Еще на стадии разработки отдельных систем и узлов механизмов ведется огромная работа по планированию, совершенствованию, отлаживанию, контролю их бесперебойной работы. Известно, что 20–50 % от всех конструктивных и эксплуатационных неисправностей транспортных средств, приводящих к дорожно-транспортным происшествиям, занимает некорректная работа тормозной системы [1].

Вследствие трения при торможении происходит преобразование механической энергии в тепловую, которая сопровождается нагревом соприкасающихся деталей. Пятна касания дискретны, причем имеет место постоянное изменение температурных полей фактических участков контакта за очень малые промежутки времени, что затрудняет измерение температуры таких участков. Часто