3 **Константинеску, В. Н.** Газовая смазка / В. Н. Константинеску. – М. : Машиностроение, 1968. – 718 с.

4 **Распопов, В. Я.** Микромеханические приборы / В. Я. Распопов. – М. : Машиностроение, 2007. – 400 с.

5 **Могилевич, Л. И.** Продольные и поперечные колебания упругозакрепленной стенки клиновидного канала, установленного на вибрирующем основании / Л. И. Могилевич, В. С. Попов, А. А. Попова // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2018. – № 3. – С. 28–36.

6 **Mogilevich, L. I.** Mathematical modeling of elastically fixed wall longitudinal oscillations of wedge-shaped channel under foundation vibration / L. I. Mogilevich, V. S. Popov, L. N. Rabinsky // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2016. – Vol. 12, no. 4. – P. 9–17.

7 **Попов, В. С.** Моделирование взаимодействия стенки канала с упругозакрепленным торцевым уплотнением / В. С. Попов, А. А. Попова // Компьютерные исследования и моделирование. – 2020. – Т. 12, № 2. – С. 387–400.

8 **Попов, В. С.** Моделирование гидроупругих колебаний стенки канала, имеющей нелинейно-упругую опору / В. С. Попов, А. А. Попова // Компьютерные исследования и моделирование. – 2022. – Т. 14, № 1. – С. 79–92.

9 Modeling nonlinear hydroelastic response for the endwall of the plane channel due to its upper-wall vibrations / M. Barulina [et al.] // Mathematics. – 2022. – Vol. 10. – Art. no. 3844.

10 Моделирование гидроупругого отклика пластины, установленной на нелинейно-упругом основании и взаимодействующей с пульсирующим слоем жидкости / Д. В. Кондратов [и др.] // Компьютерные исследования и моделирование. – 2023. – Т. 15, № 3. – С. 581–597.

11 **Лойцянский, Л. Г.** Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – М. : Дрофа, 2003. – 840 с.

УДК 535.243.25

ТРАНСПОРТНЫЕ ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ

В. И. ПОРТНОВ
Российский университет транспорта (МИИТ), г. Москва

Инженерная подготовка специалистов транспортной отрасли призвана выработать у обучаемых не только навыки анализа возникающих проблем, но и умение проводить необходимые (порой, стандартные) расчёты, позволяющие предложить обоснованное и безопасное решение этих проблем. В вузе выработке таких навыков способствует изучение естественных наук (математики, физики), причём особенно эффективно это происходит, если в качестве примеров разбираются задачи, связанные с практический деятельностью обучаемых.

Транспортные задачи – особый вид задач, которые возникают в процессе функционирования транспорта и транспортных систем.

К таким задачам можно отнести следующие.

1 Задачи типа задачи коммивояжёра, когда необходимо наиболее экономичным способом обойти несколько пунктов, расположенных произвольным образом.

2 Задачи по составлению расписания движения транспорта с учётом ограниченного числа путей и сложности и разнообразия грузоперевозок.

3 Задачи навигации и определения местоположения.

4 Задачи на относительность движения.

5 Задачи погони или убегания.

6 Задачи на мощность, развиваемую двигателем транспорта.

7 Баллистические задачи

8 Задачи, связанные с условиями перевозки хрупких или особо опасных грузов

9 Задачи на скорейшую погрузку-разгрузку.

10 Задачи на силы трения.

11 Задачи на реактивное движение.

12 Задачи на силу Кориолиса.

13 Задачи на эффект Допплера и ему подобные эффекты.

14 Задачи на аварийные ситуации (столкновения, опрокидывание, сход с пути и т. д.).

Приведём пример транспортных задач:

1 На плоскости закреплены базовые точки A (0, 0) и B (10, 0). Координаты измеряются в метрах. Определить модуль скорости точки C на плоскости, если в момент $t = 0$ углы CAB и CBA равны соответственно 75° и 85°, а в момент $t = 0{,}03$ с эти углы равны 76° и 83°. Считать движение равномерным и прямолинейным. Результат округлить до целых.

2 Автомобиль массы $m = 4$ т движется из пункта А в пункт В практически с постоянной скоростью. Расстояние от А до В $\boldsymbol{S} = 250$ км. Сила трения $F = a + bv + kv^2$, где $a = 70$ Н; $b = 5$ кг/с, $k = 0{,}2$ кг/м – известные коэффициенты. Стоимость 1 Дж произведённой двигателем работы равна $w = 0{,}5$ руб./Дж. Прибыль от каждого рейса $W = 150$ млн руб. Какая скорость наиболее выгодна для работы на автомобиле? Ответ дать в км/ч, округлить до целых.

3 Необходимо переместить предмет на 5 км по горизонтали с помощью катапульты. Какую минимальную скорость необходимо придать для перемещения предмету, если сопротивление воздуха пропорционально квадрату его скорости, а вниз предмет летит с установившейся скоростью 200 м/с.

Решения:

1 Первая задача довольно проста – находим угол С и используем теорему синусов. Угол С сначала был равен 20°, затем 21°. Соответственно АС было равно $10 \cdot \sin 85° / \sin 20° = 29{,}1268$ м, стало равно 27,69629 м. Затем находим скорость (–27,9409, –42,0242) м/с и её искомый модуль 50,46509 м/с ≈ 50 м/с.

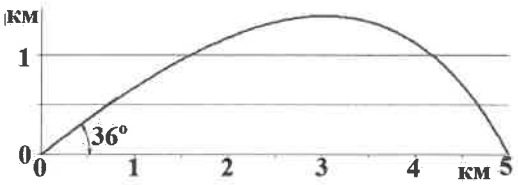
2 Во второй задаче можно получить аналитический результат. Работа силы трения за рейс равна $2FS$. Стоимость работы двигателя $2FSw$. Время рейса равно $2S / v$. За единицу времени можно сделать $v / 2S$ поездок, получив за них гонорар $vW / 2S$. Стоимость горючего при этом будет равна Fvw. Прибыль составит $v(W / 2S - (a + bv + kv^2)w)$. Производная этого выражения по скорости при достижения максимальной прибыли должна быть равна 0, поэтому $3kwv^2 + 2bwv + aw - W / 2S = 0$. Подставляя значения, получим два решения, одно из которых положительно: $\boldsymbol{v} = 22{,}534$ м/с. В пересчёте на км/ч получим 81,12 ≈ 81 км/ч.

3 Третья задача не может быть решена аналитическими методами. Пользуясь электронной таблицей Excel, была вычислена минимальная начальная скорость 417 м/с: она направлена под углом 36° к горизонту. Обратим внимание: оптимальный угол стрельбы оказался меньше 45°, несмотря на то, что оптимальный угол для больших пушек оказывался больше. Это связано с тем, что снаряды больших пушек большую часть времени летят на большой высоте в разреженной атмосфере.

Приведём кратко путь решения задачи в таблице Excel. Ниже приведены первые 6 строк таблицы и кратко описана последовательность действий:

	A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*J*	*K*
1	*t*	*x*	*y*	v_x	v_y	a_x	a_y	*v*	*dt*	0,1
2	0	0	0	337,3601	245,1065	–35,1698	–35,5523	417	v_o	417
3	0,1	33,56016	24,33288	333,8431	241,5512	–34,3913	–34,8837	412,0658	α	36
4	0,2	66,77251	48,31359	330,404	238,0628	–33,6381	–34,2369	407,2354	*g*	10
6	0,3	99,64472	71,94869	327,0402	234,6392	–32,9089	–33,6109	402,5057	*k*	0,00025

В ячейках А2, В2 и С2 записаны начальное время и начальные координаты (нули). В ячейках D2 и Е2 – проекции начальной скорости: D2: =K2*COS(K3*π/180), E2: =K2*SIN(K3*π/180) (вместо π мы, конечно, пишем последовательность цифр 3,1415926…). В ячейке Н2 – модуль скорости Н2:=КОРЕНЬ(D2^2+E2^2), в ячейках F2 и G2 – проекции ускорения на ось *x* F2:=-D2*H2*K5 и ось *y*: G2:=-K4-E2*H2*K5, что можно записать как $a_x = -kv_xv$ и $a_y = -g - kv_yv$. Далее мы записываем приближённое решение уравнения движения по схеме Эйлера. В ячейку А3 – приращение времени А3:=A2+K1 ($t_{новое} = t + dt$). В ячейки D3 и Е3 новые скорости D3:=D2+F2*K1, E3:=E2+G2*K1 (соответствует формулам $v_{x\,новое} = v_x + a_x dt$, $v_{y\,новое} = v_y + a_y dt$). В ячейки В3 и С3 записываются новые координаты В3:=B2+(D2+D3)/2*K1, С3:=C2+(E2+E3)/2*K1, что соответствует формулам $x_{новое} = x + {}^1/_2(v_x + v_{x\,новое})\,dt$, $y_{новое} = y + {}^1/_2(v_y + v_{y\,новое})\,dt$.



Полусумма новой и прежней скоростей даёт бóльшую точность счёта. Затем копируем ячейки F2, G2 и Н2 в F3, G3 и Н3 соответственно, выделяем пул ячеек от А3 до Н3 и копируем его в строки от 4-й до 2000. Затем мы при фиксированной скорости выстрела подбираем угол наибольшей дальности, а затем уменьшаем скорость до тех пор, пока дальность не станет равной заданному в задаче расстоянию. Траектория снаряда представлена на диаграмме справа, которая и использовалась при подгонке начальной скорости и угла.

Многообразие транспортных задач показывает необходимость хорошего знания математики и физики для поддержания всей системы транспорта в рабочем состоянии, а тем более для её развития. Возможно, следует уделить больше времени задачам на различные виды сил трения.

Многочисленные пособия и задачники как школьные [1–3], так и вузовские [4, 5], содержат множество транспортных задач самого разного уровня сложности и по различной тематике. Однако необходимо признать, что многие задачи, возникающие из практических нужд, порой повисают в воздухе из-за оторванности преподавателей одной учебной дисциплины от таких же преподавателей других дисциплин. Эту проблему может решить только более тесное сотрудничество преподавателей физики, математики и информатики со специалистами выпускающих кафедр вуза.

Список литературы

1 Сборник задач по физике / Л. П. Баканина [и др.]. – М. : Наука, 1969. – 416 с.

2 **Перельман, Я. И.** Занимательная физика / Я. И. Перельман. – М. : АСТ, 2023. – 352 с.

3 **Кокин, С. М.** Физика в истории железных дорог : учеб. пособие / С. М. Кокин, В. А. Селезнёв. – Долгопрудный : Интеллект, 2016. – 296 с.

4 **Иродов, И. Е.** Задачи по общей физике : учеб. пособие для вузов / И. Е. Иродов. – М. : Бином, 2012. – 431 с.

5 Сборник задач по общему курсу физики. В 5 т. / С. П. Стрелков [и др.]. – М. : Наука, 1977–1981.

УДК 539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТАХ С НАСЛЕДСТВЕННЫМИ СВОЙСТВАМИ

С. Г. ПШЕНИЧНОВ

Научно-исследовательский институт механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

Получены новые формы представления решений начально-краевых задач для кусочно-однородных тел (слоистых композитов) с линейно-вязкоупругими компонентами. При этом предполагается выполнение следующих требований.

1 На контакте однородных компонентов выполняются условия кинематической и динамической непрерывности.

2 Область изменения пространственных координат в математической постановке задачи (одномерная, двумерная, или трехмерная) является ограниченной.

3 Наследственные свойства компонентов определяются соотношениями линейной вязкоупругости в рамках модели Больцмана – Вольтерра.

4 Материалы всех компонентов удовлетворяют условию ограниченной ползучести.

Рассмотрены случаи, когда в интегральных соотношениях Больцмана – Вольтерра участвуют ядра релаксации или в виде конечных сумм экспонент, или в форме Ржаницына – Колтунова. Какой-либо зависимости между ядрами компонентов не предполагается.

Построение решений задач указанного класса основано на применении интегрального преобразования Лапласа по времени и его обращения. Считается, что решение задачи в пространстве изображений найдено и всё внимание уделяется построению оригинала в наиболее удобной форме. Для этого используются как прежние результаты, так и новые подходы.

Ранее было показано, что при регулярных наследственных ядрах в виде конечных сумм экспонент и некоторых дополнительных условиях построение решения рассматриваемой нестационарной задачи в оригиналах получается в виде ряда по вычетам в полюсах изображений. Это означает разложение решения в ряд по собственным формам свободных колебаний слоистого тела, и нестационарная задача фактически сводится к поиску элементов спектрального множества E на комплексной плоскости. В предыдущих работах был предложен метод поиска элементов множества E, которое имеет помимо бесконечно удаленной предельной точки конечные предельные точки на действительной оси. Вместе с тем при большом количестве слоев с неодинаковыми наследственными ядрами процесс численной реализации полученных формул существенно замедляется.

При сингулярных ядрах Ржаницына – Колтунова ранее была предложена формула, содержащая в качестве одного из слагаемых интеграл по мнимой оси. Под знаком этого интеграла зависящим от времени сомножителем является ограниченная функция, которая с ростом времени осциллирует всё быстрее и не стремится к нулю. В результате создаются определенные неудобства вычислений, если количество слоев композита достаточно велико.