УДК 539.31

НЕСТАЦИОНАРНАЯ ДИНАМИКА ТОНКИХ УПРУГИХ АНИЗОТРОПНЫХ КОНИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

А. В. НИКИФОРОВ, Д. О. СЕРДЮК, Г. В. ФЕДОТЕНКОВ
Московский авиационный институт (НИУ) Российская Федерация,
НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

Конические оболочки обширно применяются в ракетно-космической и авиационной технике в качестве конструктивного элемента обтекателей. В процессе эксплуатации летательного аппарата или ракеты-носителя обтекатели подвергаются широкому спектру воздействий. К наиболее сложным и требующим особого внимания стоит отнести воздействия нестационарного характера. Трудность заключается в существенной неоднородности решения по координатам и времени при определении напряженного деформированного состояния оболочечных конструкций.

Специфические требования радиопрозрачности с одновременным сохранением заданного уровня прочности и жесткости обтекателя приводят к необходимости создания тонкостенных конических оболочек из композиционных материалов, в том числе с конструктивной анизотропией, что дополнительно усложняет задачу при проектировании. Таким образом, построение математической модели, разработка алгоритмов и методов расчета оболочечных конструкций из анизотропных материалов является сложной и важной проблемой механики.

Исследованию вопросов конических оболочек посвящены труды Нерубайло Б. В. [3], Дудченко А. А. [2], а также иностранных ученых W. Li [4], C. Shu [5], C.-P. Wu [6]. Нерубайло Б. В. и Смирнов Л. Г. в своей работе [3], используя метод асимптотического синтеза напряженного состояния, решают задачу о локальном воздействии нормального давления на тонкую круговую оболочку. В качестве примера рассмотрена коническая оболочка, находящаяся под действием локальных радиальных нагрузок. Дудченко А. А., Сергеев В. Н. в научной статье [2] представили математическую модель деформирования подкрепленной конической оболочки с выводом нелинейных уравнений равновесия оболочки с помощью аппарата векторного анализа. В работах W. Li [4], C. Shu [5], C.-P. Wu [6] исследуется вопрос свободных колебаний усеченных конических оболочек с использованием обобщенного метода дифференциальных квадратур.

Объектом исследования настоящей работы является тонкая, неограниченная по длине образующей коническая оболочка постоянной толщины h (рисунок 1).

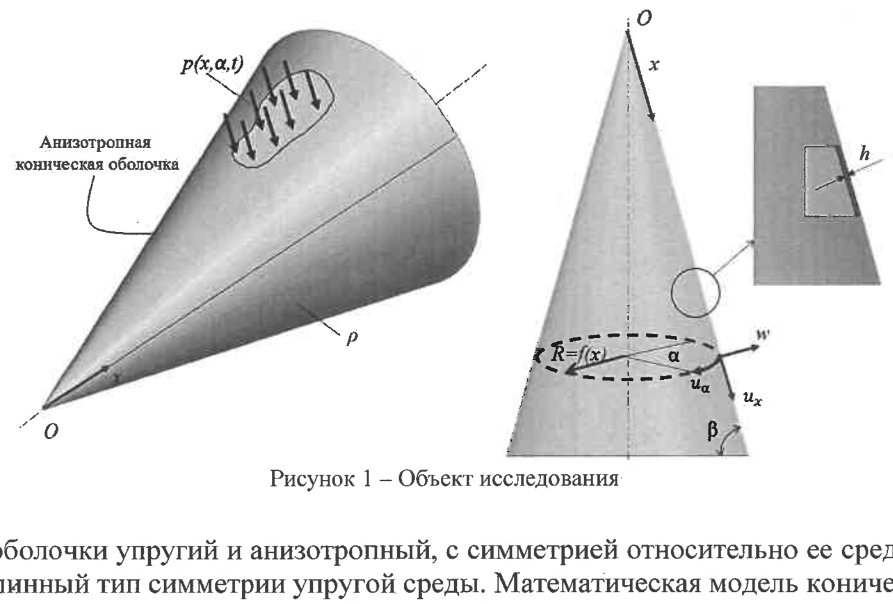

Рисунок 1 – Объект исследования

Материал оболочки упругий и анизотропный, с симметрией относительно ее срединной поверхности – моноклинный тип симметрии упругой среды. Математическая модель конической оболочки основана на гипотезах Кирхгофа – Лява. Материал оболочки характеризуется шестью независимыми упругими постоянными: c_{11}, c_{12}, c_{16}, c_{22}, c_{26}, c_{66}. В начальный момент времени $t=0$ на боковую поверхность оболочки воздействует нестационарное нормальное давление $p(x,\alpha,t)$ с переменной по координатам и времени амплитудой. Движение оболочки рассматривается в криволинейной системе координат $O\beta\alpha x$. Постановка задачи включает в себя уравнения движения в перемещениях для анизотропной оболочки, нулевые начальные условия и условия ограниченности решения на бесконечности.

Целью работы является построение новых фундаментальных решений (функций Грина, функций влияния) для тонкой упругой анизотропной неограниченной конической оболочки.

В основу методологии исследования нестационарной динамики конических оболочек положены принцип суперпозиции и метод фундаментальных решений, суть которого заключается в связи искомого решения (нормального w (x, α, t) и тангенциальных $u_\alpha(x,\alpha,t)$, $u_x(x,\alpha,t)$ перемещений) с нагрузкой при помощи интегрального оператора типа свертки «∗» по пространственным переменным и по времени:

$$w(x,\alpha,t)=G(x,\xi,\alpha,t)***p(x,\alpha,t)=\int_0^\infty\int_{-\pi}^{\pi}\int_0^t G(x,\xi,\alpha-\zeta,t-\tau)p(\xi,\zeta,\tau)\,d\tau d\zeta d\xi,$$

$$u_\alpha(x,\alpha,t)=G_\alpha(x,\xi,\alpha,t)***p(x,\alpha,t)=\int_0^\infty\int_{-\pi}^{\pi}\int_0^t G_\alpha(x,\xi,\alpha-\zeta,t-\tau)p(\xi,\zeta,\tau)\,d\tau d\zeta d\xi,$$

$$u_x(x,\alpha,t)=G_x(x,\xi,\alpha,t)***p(x,\alpha,t)=\int_0^\infty\int_{-\pi}^{\pi}\int_0^t G_x(x,\xi,\alpha-\zeta,t-\tau)p(\xi,\zeta,\tau)\,d\tau d\zeta d\xi.$$

Ядрами этих интегральных операторов являются фундаментальные решения для нормального $G(x,\xi,\alpha,t)$ и тангенциальных $G_\alpha(x,\xi,\alpha,t)$, $G_x(x,\xi,\alpha,t)$ перемещений. Эти фундаментальные решения представляют собой перемещения в ответ на воздействие единичной сосредоточенной нагрузки по координатам и времени, математически описываемой дельта-функцией Дирака. Соответствующая постановка задачи о фундаментальных решениях имеет вид

$$\begin{gathered}\frac{\partial^2\mathbf{G}}{\partial t^2}=K(\mathbf{G})+\mathbf{P},\ K=(K_{ij})_{3\times3},\ \mathbf{G}=(G_x,G_\alpha,G)^T,\ \mathbf{P}=\left(0,0,\frac{\delta(x-\xi,\alpha)\delta(t)}{\rho h}\right)^T,\\ G_\alpha\big|_{t=0}=0,\ \left.\frac{\partial G_\alpha}{\partial t}\right|_{t=0}=0,\ G_x\big|_{t=0}=0,\ \left.\frac{\partial G_x}{\partial t}\right|_{t=0}=0,\ G\big|_{t=0}=0,\ \left.\frac{\partial G}{\partial t}\right|_{t=0}=0,\\ \lim_{x\to\infty}G_\alpha(x,\xi,\alpha,t)=0,\ \lim_{x\to\infty}G_x(x,\xi,\alpha,t)=0,\ \lim_{x\to\infty}G(x,\xi,\alpha,t)=0,\end{gathered}\tag{1}$$

где K_{ij} – дифференциальные операторы уравнения движения анизотропной конической оболочки; $\delta(\bullet)$ – дельта-функция Дирака.

Решение начально-краевой задачи (1) можно получить при помощи интегральных преобразований, в частности, с применением интегрального преобразования Лапласа по времени t, интегрального преобразования Меллина по координате x и разложения в экспоненциальные ряды Фурье по угловой координате α.

Список литературы

1 Волны в сплошных средах : учеб. пособие для вузов / А. Г. Горшков [и др.]. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 472 с.

2 **Дудченко, А. А.** Нелинейные уравнения равновесия конической оболочки, подкрепленной дискретным набором шпангоутов / А. А. Дудченко, В. Н. Сергеев // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2017. – № 2. – С. 78–98.

3 **Нерубайло, Б. В.** К решению задач упругости конических оболочек / Б. В. Нерубайло, Л. Г. Смирнов // Прикладная механика и техническая физика. – 2005. – № 5. – С. 150–165.

4 **Li, W.** Vibration Analysis of Conical Shells by the Improved Fourier Expansion-Based Differential Quadrature Method / W. Li, G. Wang, J. Du // Shock and Vibration. – 2016. – P. 1–10.

5 **Shu, C.** Free vibration analysis of composite laminated conical shells by generalized differential quadrature / C. Shu // Journal of Sound and Vibration. – 1996. – Vol. 194, no 4. – P. 587–604

6 **Wu, C.-P.** Differential quadrature solution for the free vibration analysis of laminated conical shells with variable stiffness / C.-P. Wu, C.-Y. Lee // International Journal of Mechanical Sciences. – 2001. – Vol. 43, no. 8. – P. 1853–1869.