

## ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ И ДЕГРАДАЦИИ СВОЙСТВ ДЛЯ СРЕД С РАСШИРЕННЫМ СПЕКТРОМ СВОЙСТВ

*М. МАНУН, Л. Н. РАБИНСКИЙ*

*Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация*

Предлагается для моделирования роста поврежденности и эффектов деградации свойств материала использовать вариант вариационной континуальной модели накопления поврежденности. Идея предлагаемой модели изложена в работе [1] и основана на предположении о том, что плотность потенциальной энергии рассматриваемой среды зависит не только от кинематических аргументов (деформаций, градиентов деформаций и пр., но и от скалярного параметра, характеризующего накопленную поврежденность. Эффект деградации механических свойств учитывается путем введения зависимости характеристик материала от параметра поврежденности. В общем случае полагается, что поврежденность исследуемого материала может быть связана и с полями микродефектов, для которых характерна эволюция в процессе нагружения, например, с микродилатационной дефектностью – пористостью. Модель учитывает, в принципе, и эти эффекты путем введения соответствующей плотности потенциальной энергии. Предлагаемый алгоритм учета поврежденности в процессе нагружения сводится к тому, что расширенный функционал Лагранжа позволяет получить связную систему разрешающих уравнений в перемещениях и краевые условия, включающие кинетическое уравнение на параметр поврежденности. В общем случае проблема является физически нелинейной и решается методом последовательных приближений после задания закона деградации физических свойств. В случае введения линейного закона деградации параметр поврежденности определяется через плотность потенциальной энергии, что указывает на физический смысл накопленной поврежденности и зависимость ее от степени сложности используемой модели. На каждом шаге итерационного процесса используется принцип локального равновесия, а процедура построения решения аналогична методу упругих решений.

Рассматривается тестовая задача моделирования процесса поврежденности и эффектов деградации свойств на примере одномерной задачи для стержня длиной  $L$ , находящегося под действием одноосной квазистатической нагрузки (рисунок 1).

Рассмотрим плотность потенциальной энергии градиентной поврежденной модели сред, в которой вводится скалярный параметр  $\Omega$ , характеризующий поврежденность. Положим, что плотность потенциальной энергии  $W$  в объеме рассматриваемой среды  $V$  (с поверхностью  $\partial V$ ) определяется равенством

$$W = W_\Omega + k_\Omega \Omega^n = \frac{1}{2} E_c \varepsilon_x^2 + k_\Omega \Omega^n = \frac{1}{2} E_c (u')^2 + k_\Omega \Omega^n. \quad (1)$$

Здесь  $W_\Omega$  – плотность потенциальной энергии среды с поврежденным модулем  $E_c$ ,  $\varepsilon_x = u' = \frac{du}{dx}$  – деформация;  $u$  – перемещение в направлении оси  $x$ ;  $k_\Omega$  – физический параметр закона поврежденности, требующий экспериментального определения. Обобщенное напряжение  $\sigma_x$  определяется линейным соотношением Гука:

$$\sigma_x = E_c \varepsilon_x, \quad (2)$$

$E_c$  считается зависимым от параметра поврежденности  $\Omega$ . Будем говорить, что зависимость  $E_c$  характеризует модель деградации свойств рассматриваемой среды. Постулируем, что имеет место линейная аппроксимация для закона деградации:

$$E_c = [1 - k_E \Omega(\varepsilon_x)] E_o = [1 - k_E \Omega(u')] E_o. \quad (3)$$

Здесь  $E_o$  – модуль упругости идеального неповрежденного материала, для которой  $\Omega = 0$ .

Параметр поврежденности зависит от условий нагружения, граничных условий, микропараметров поврежденности, в качестве которых могут быть характеристики полей дефектов, а также, вообще говоря, от иных характеристик, ответственных за эффекты деградации [2, 3]. Следовательно, при реализации итерационного процесса на каждом шаге процесса имеет место изменение модулей упругости вследствие роста поврежденности.

Используя представление (1), сформулируем замкнутую математическую модель, включающую полную систему уравнений деформируемого тела и кинетические уравнения для параметра поврежденности.

Запишем разрешающие уравнения и краевые условия для среды с поврежденностью. Уравнения равновесия и краевые условия в результате получаются на основе вариационного принципа Лагранжа, который имеет вид [4, 5]

$$\delta \mathcal{E} = 0 \rightarrow \delta U - \delta A = 0. \quad (4)$$

Здесь  $\mathcal{E}$  – расширенный Лагранжиан;  $U = \int_V W dV$  – потенциальная энергия системы;  $A$  – работа внешних сил.

Связанная задача определения напряженно-деформированного состояния с учетом поврежденности, которая, в свою очередь, зависит от уровня напряжений, является нелинейной. Для решения проблемы определения поврежденности и учета ее при оценке напряженно-деформированного состояния предлагается использовать процедуру последовательного приближения.

Расчеты, проведенные для тестовых примеров, показывают, что параметр поврежденности устойчиво определяется в процессе итерационных вычислений, оставаясь в интервале от 0 до 1.

#### Список литературы

- 1 **Лурье, С. А.** Моделирование поврежденности механических свойств материалов в обобщенной градиентной теории упругости / С. А. Лурье, П. А. Белов, Д. А. Ожерелков // Материалы международного научного симпозиума по проблемам механики деформируемых тел (Москва, 20–21 января 2021 г.). – М., 2021. – С. 270–276.
- 2 **Дудченко, А. А.** Моделирование процессов роста поврежденности и деградации механических свойств слоистых композитов / А. А. Дудченко, С. А. Лурье. – М. : МАИ, 2019. – 160 с.
- 3 **Ильюшин, А. А.** Механика сплошной среды / А. А. Ильюшин. – М. : Московский университет, 1971. – 248 с.
- 4 **Петров, В. В.** Нелинейная инкрементальная строительная механика / В. В. Петров. – М. : Инфра-Инженерия, 2014. – 480 с.
- 5 **Краснов, М. Л.** Вариационное исчисление / М. Л. Краснов, Г. И. Макаренко, А. И. Киселев. – М. : Глав. ред. физ.-мат. лит. изд-ва «Наука», 1973. – 190 с.

УДК 539.422.52

## ДЕФОРМИРОВАНИЕ И ПОВРЕЖДЕНИЕ КОМПОЗИТНОЙ ПАНЕЛИ ПРИ УДАРЕ ФРАГМЕНТАМИ ПНЕВМАТИКА АВИАЦИОННОЙ ШИНЫ

*М. И. МАРТИРОСОВ, А. В. ХОМЧЕНКО*

*Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация  
ПАО «Яковлев», г. Москва, Российская Федерация*

*Э. А. ЗАНИНА*

*ПАО «Яковлев», г. Москва, Российская Федерация*

Полимерные композиционные материалы (ПКМ) широко используются в современной авиационной технике (АТ), в том числе и для изготовления основных силовых элементов (ОСЭ). Однако данный тип материалов наряду с множеством достоинств, таких как высокая удельная прочность и жесткость в сочетании с малым весом, высокая износостойкость, возможность создания конструкций, свойства материала которых заданы в соответствии со схемой нагружения и т. д., имеет ряд недостатков. Среди них чувствительность к нагружению из плоскости, особенно к ударам. Ударное воздействие в процессе эксплуатации может быть вызвано дискретными источниками, которые можно разделить на две группы: *твёрдые* – слабо деформируемые при ударе; *мягкие* – сильно де-