

4 Абдусаттаров, А. Деформирование и повреждаемость упругопластических элементов конструкций при циклических нагрузках / А. Абдусаттаров, Э. И. Старовойтов, Н. Б. Рузиева. – Ташкент : IDEAL PRESS, 2023. – 381 с.

5 Деформирование трехслойных пластин при термосиловых нагрузках / Э. И. Старовойтов [и др.]. – Гомель : БелГУТ, 2024. – 395 с.

6 Fedotenkov, G. V. Identification of non-stationary load upon Timoshenko beam / G. V. Fedotenkov, D. V. Tarlakovsky, Y. A. Vahterova // Lobachevskii journal of mathematics. – 2019. – Vol. 40, no 4. – P. 439–447.

7 Старовойтов, Э. И. Исследование спектра частот трехслойной цилиндрической оболочки с упругим наполнителем / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2015. – Т. 21, № 2. – С. 162–169.

8 Леоненко, Д. В. Резонансные колебания упругих круговых трехслойных пластин, скрепленных с основанием Пастернака / Д. В. Леоненко // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2018. – № 4. – С. 98–104.

9 Старовойтов, Э. И. Изгиб упругой круговой трехслойной пластины на основании Пастернака / Э. И. Старовойтов, А. Г. Козел // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2018. – Т. 24, № 3. – С. 392–406.

10 Козел, А. Г. Решение задачи об изгибе упругопластической круговой пластины на основании Пастернака / А. Г. Козел // Теоретическая и прикладная механика. – 2019. – № 34. – С. 165–171.

11 Захарчук, Ю. В. Упругое деформирование круговых трехслойных пластин со сжимаемым наполнителем осесимметричными нагрузками / Ю. В. Захарчук // Теоретическая и прикладная механика. – 2022. – С. 34–41.

12 Нестерович, А. В. Радиальное и тангенциальное неосесимметричное нагружение круговой трехслойной пластины / А. В. Нестерович // Механика. Исследования и инновации. – Гомель : БелГУТ, 2020. – Вып. 13. – С. 116–121.

13 Deformation of a Step Composite Beam in a Temperature Field / É. I. Starovoitov [et al.] // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2015. – Vol. 88, no 4. – P. 1023–1029.

14 Старовойтов, Э. И. Деформирование трехслойного стержня в температурном поле / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко // Механика машин, механизмов и материалов. – 2013. – № 1 (22). – С. 31–35.

15 Лачугина, Е. А. Поперечные колебания пятислойной упругой круговой пластины с жесткими наполнителями / Е. А. Лачугина // Механика. Исследования и инновации. – 2022. – Вып. 15. – С. 212–219.

16 Лачугина, Е. А. Свободные колебания пятислойной круговой пластины с легкими наполнителями / Е. А. Лачугина // Механика. Исследования и инновации. – Гомель : БелГУТ, 2023. – Вып. 16. – С. 111–116. – EDN RССKPM.

17 Лачугина, Е. А. Частоты собственных колебаний пятислойной круговой пластины / Е. А. Лачугина // Теоретическая и прикладная механика : междунар. науч.-техн. сб. – Минск : БНТУ, 2023. – Вып. 38. – С. 227–233.

18 Лачугина, Е. А. Собственные колебания пятислойной несимметричной по толщине пластины / Е. А. Лачугина // Механика, Сейсмостойкость, Машиностроение : сб. докладов Междунар. науч. конф., посвящ. 90-летию академика АН РУз Т. Р. Рашидова, 27–29 мая 2024 г. – Т. II. – Ташкент, 2024. – С. 426–433.

УДК 539.3

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ СЭНДВИЧ-СТЕРЖНЯ

Д. В. ЛЕОНЕНКО

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Трехслойные конструкции широко применяются в различных отраслях промышленности. Расчету слоистых элементов посвящены многие работы. Так, в статье [1] рассмотрены свободные колебания трехслойной цилиндрической оболочки, а в статье [2] исследуются нелинейные колебания сэндвич-пластины. В работе [3] анализируется поведение стержня при действии температуры. В статьях [4, 5] исследуются свободные колебания стержней при наличии внутреннего или внешнего сопротивления. Работа [6] посвящена исследованию характеристик свободных колебаний сэндвич-балок с мягким наполнителем. Влияние отношения толщины наполнителя к толщине несущих слоев на собственные частоты многослойных балок было проанализировано в [7]. В работе [8] учитывались осевые, изгибные и сдвиговые деформации во всех слоях при расчетах собственных частот и форм колебаний сэндвич-балок. Здесь рассматриваются свободные колебания симметричного по толщине трехслойного стержня с несжимаемым наполнителем.

Для изотропных несущих слоев приняты гипотезы Бернулли. Для пакета справедлива гипотеза ломанной линии. На границах контакта используются условия непрерывности перемещений. Материалы несущих слоев несжимаемы в поперечном направлении, деформации малые. В качестве неизвестных принимаем прогиб $w(x, t)$ и сдвиг в наполнителе $\psi(x, t)$.

С помощью принципа Гамильтона получим систему движения в частных производных. В дальнейшем будут исследованы поперечные колебания упругого стержня, поэтому оставляем только члены, учитывающие инерцию движения в слоях вдоль вертикальной оси:

$$b_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - b_2 \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - b_4 \psi = 0, \quad b_2 \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} - b_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = m_1 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2},$$

где b_1, b_2, b_3 – коэффициенты, учитывающие жесткостные характеристики стержня; m_1 – инерционный член.

Решение для прогиба будем искать в виде

$$w(x, t) = T(t)W(x).$$

В результате получим два уравнения в одной переменной:

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \omega^2 T = 0; \quad \frac{d^4 W}{dx^4} - \lambda^4 W = 0, \quad (1)$$

где ω – частота собственных колебаний; λ – собственное число.

Первое уравнение из (1) имеет следующее решение:

$$T(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t),$$

где A и B – константы интегрирования, определяемые из начальных условий.

Второе дифференциальное уравнение (1) для координатной функции имеет постоянные коэффициенты. Общее решение уравнения:

$$W(x) = C_1 \operatorname{ch}(\lambda x) + C_2 \operatorname{sh}(\lambda x) + C_3 \cos(\lambda x) + C_4 \sin(\lambda x).$$

Коэффициенты C_1 – C_4 определяются из граничных условий.

Получены решения для прогибов и частот свободных колебаний при различных условиях закрепления торцов стержня.

Список литературы

- 1 **Леоненко, Д. В.** Исследование спектра частот трехслойной цилиндрической оболочки с упругим наполнителем / Д. В. Леоненко, Э. И. Старовойтов // *Механика композиционных материалов и конструкций*. – 2015. – Т. 21, № 2. – С. 162–169.
- 2 **Sherif, H. A.** Non-linear forced flexural vibration of a clamped circular unsymmetrical sandwich plate / H. A. Sherif // *Journ. of Sound and Vibr.* – 1995. – Vol. 182, no. 3. – P. 495–503.
- 3 **Старовойтов, Э. И.** Деформирование трехслойного стержня в температурном поле / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко // *Механика машин, механизмов и материалов*. – 2013. – № 1 (22). – С. 31–35.
- 4 **Воробьев, С. А.** Частотные характеристики трехслойного стержня с учетом внутреннего трения на основе вязкой и комплексной моделей / С. А. Воробьев // *Материалы. Технологии. Инструменты*. – 2007. – Т. 12, № 2. – С. 12–16.
- 5 **Леоненко, Д. В.** Собственные колебания трехслойного стержня на упругом основании / Д. В. Леоненко, Э. И. Старовойтов // *Прикладная механика*. – 2016. – Т. 52, № 4. – С. 37–46.
- 6 **Lee, J. W.** Free vibration analysis of three layered beams with a soft-core using the transfer matrix method / J. W. Lee // *Applied Sciences*. – 2023. – No. 13. – P. 411.
- 7 **Khdeir, A. A.** Free vibration of sandwich beams with soft core / A. A. Khdeir, O. J. Aldraihem // *Composite Structures*. – 2016. – No. 154. – P. 179–189.
- 8 **Yildirim, S.** Free vibration analysis of sandwich beams with functionally-graded-cores by complementary functions method / S. Yildirim // *AIAA Journal*. – 2020. – No. 58. – P. 5431–5439.

УДК 629.3.015.5

АНАЛИЗ ВЕРТИКАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ СИДЕНЬЯ ВОДИТЕЛЯ КОЛЕСНОГО ТРАКТОРА

Д. А. ЛИННИК, А. Ч. СВИСТУН, Е. В. ОВЧИННИКОВ

Гродненский государственный университет им. Янки Купалы, Республика Беларусь

Для обеспечения безопасных и комфортных условий труда водителей сельскохозяйственной техники предъявляются все более высокие требования к эффективности работы. Как показывает практика, экономический результат, получаемый от внедрения новых технических решений систем подвески, обычно не оправдывает финансовых затрат на их разработку. Однако практика использования сельскохозяйственной техники показывает, что отсутствие комфортных условий труда водителя как прямо, так и косвенно влияет на технико-экономические показатели использования машины. При больших амплитудах колебаний сиденья водитель вынужден снижать скорость сельскохозяйственной машины, что сопровождается снижением средней линейной скорости и, как следствие, приводит к падению производительности работы машины. Высокий уровень вибрации на рабочем месте водителя влияет на его здоровье, вызывая утомляемость и потерю концентрации [1].