которой используются композиционные материалы. В работе рассматривался акримид полученный по технологии вспенивания на основе поли(мет)акриламида с разной плотностью. Были получены образцы с различной пористостью. Проведено исследование микроструктуры акримида. Определен размер пор и их распределение по объему. Проведены испытания на 3-точечный изгиб, по результатам которых были получены значения модуля упругости и предела прочности.

В ходе исследования были проведены исследования структуры акрримида и механические испытания образцов на изгиб. По результатам исследования микроскопии определены характерный размер пор и их распределение. Размер пор отличается на 9 % между образцами с плотностями 80 кг/м^3 и 100 кг/м^3. Образцы испытывались на трехточечный изгиб, где результат показал значительное влияние пористости на модуль упругости материалов. Для материалов с плотностью 80 кг/м^3 модуль упругости составляет порядка 136 МПа, с плотностью 100 кг/м^3 – 159 МПа. При этом предел прочности для материалов с плотностью 80 кг/м^3 составляет 2,5 МПа, с 100 кг/м^3 – 3 МПа. Проведено численное моделирование в квазистатической постановке. Результат, полученный при численном моделировании, хорошо согласуется с результатом, полученным входе экспериментального исследования.

Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда (проект № 23-49-00133 со стороны РФ, проект № 12261131505 со стороны Китая).

Список литературы

1 Построение системы теплозащиты из углеродных композиционных материалов с покрытиями для теплонапряженных конструкций двигателей летательных аппаратов / В. А. Сорокин [и др.] // Труды МАИ. – 2015. – № 84. – С. 11.

2 **Калягин, М. Ю.** Моделирование приборных отсеков летательных аппаратов пористо-смесевыми ударниками / М. Ю Калягин // Труды МАИ. – 2018. – № 98. – С. 8.

3 **Бабайцев, А. В.** Методика приближенной оценки напряжений в толстостенной осесимметричной композитной конструкции / А. В. Бабайцев // Труды МАИ. – 2019. – № 107. – С. 4.

4 **Русланцев, А. Н.** Модель напряженно-деформированного состояния криволинейной слоистой композитной балки / А. Н. Русланцев, А. М. Думанский, М. А. Алимов // Труды МАИ. – 2017. – № 96. – С. 1.

5 **Берлин, А. А.** Современные полимерные композиционные материалы / А. А. Берлин // Соросовский образовательный журнал. – 1995. – № 1. – С. 2.

6 **Матренин, С. В.** Композиционные материалы и покрытия на полимерной основе : учеб. пособие / С. В. Матренин, Б. Б. Овечкин. – Томск : ТПУ, 2008. – 198 с.

7 **Ташкинов, М. А.** Моделирование влияния микромасштабных морфологических параметров на деформационное поведение пористых материалов с металлической матрицей / М. А. Ташкинов, А. С. Шалимов. // Физ. мезомех. – 2021. – № 5.

8 Динамические характеристики трехслойных балок с несущими слоями из алюмостеклопластика / О. А. Прокудин [и др.] // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2020. – № 4. – DOI : 10.15593/perm.mech/2020.4.22.

9 **Vasiliev, V. V.** Advanced mechanics of composite materials and structures / V.V. Vasiliev, E.V. Morozov // Elsevier. – 2018.

УДК 539.3

К ПОСТРОЕНИЮ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ВЯЗКОУПРУГОГО КОМПОЗИЦИОННОГО СЛОИСТОГО СТЕРЖНЯ

А. М. КАРИМОВ, А. АБДУСАТТАРОВ
Ташкентский государственный транспортный университет, Республика Узбекистан

В данной статье решается динамическая задача линейной теории вязкоупругости для слоистого стержня периодической структуры методом осреднения [1–3], который учитывает микроперемещения, обусловленные структурой композита. Рассматривается колебательный процесс в слоистом композиционном стержне, состоящем из двух чередующихся однородных изотропных вязкоупругих материалов с различными функциями релаксации, плотностью и толщинами

$$\{R(x,t),\rho(x)\}=\begin{cases}R_1(x),\rho_1, & \text{если} \quad nl<x<nl+l_1,\\ R_2(x),\rho_2 & \qquad\quad nl+l_1<x<(n+1)l,\end{cases} \tag{1}$$

$n=\ldots-1,0,1,\ldots$, $l=l_1+l_2$, l_1 и l_2 – толщина слоев, соответственно.

Связь между напряжениями и деформациями запишем в виде

$$\sigma(x,t)=\int_0^t R(x,t-\tau)d\varepsilon(x,\tau)=\hat{R}(x)\varepsilon(x). \tag{2}$$

Вводим быструю координату $\xi=\dfrac{x}{\alpha}$, где α – малый параметр, равный отношению характерного размера ячейки периодичности к характерному размеру рассматриваемого стержня. Обозначим точкой производную по этой координате, штрихом – производную по медленной координате. Тогда уравнение движения рассматриваемого вязкоупругого стержня при отсутствии объемных сил имеет вид [4]

$$\frac{1}{\alpha}\hat{R}^{\bullet}(\xi)\frac{\partial u}{\partial x}+\hat{R}(\xi)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\rho(\xi)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \tag{3}$$

где $u\,(x,\,t)$ – перемещения частиц рассматриваемого стержня.

Решение уравнения движения (3) ищем в виде асимптотического разложения по малому параметру α

$$u(x,t)=v(x,t)+\alpha\hat{N}_1^0(\xi)v'(x,t)+\alpha^2\left(\hat{N}_2^0(\xi)v''(x,t)+\hat{N}_2^1(\xi)\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2}\right)+\ldots=$$

$$=\sum_{q=0}^{\infty}\alpha^q\sum_{\beta}\hat{N}_q^{\beta}(\xi)\frac{\partial^{2\beta}}{\partial t^{2\beta}}v^{(q-2\beta)}(x,t). \tag{4}$$

где локальные функции релаксации таковы, что $\hat{N}_0^0=1$, $\hat{N}_q^{\beta}(\xi)=0$ при $q<2\beta$, $q<0$, $\beta<0$. А также эти функции являются периодическими по быстрым переменным и их осредненные значения по ячейки периодичности равны нулю. Штрихом обозначена производная по медленной координате.

Продифференцируем выражения (4) по координате x и по времени t. Подставляем производные в уравнения движения (3), находим

$$\sum_{\hat{u}=-1}^{\infty}\alpha^q\sum_{\beta}(\hat{R}^{\bullet}\left(\left(\hat{N}_{q+1}^{\beta}(\xi)\right)^{\bullet}\frac{\partial^{2\beta}}{\partial t^{2\beta}}v^{(q-2\beta)}(x,t)+\hat{N}_q^{\beta}(\xi)\frac{\partial^{2\beta}}{\partial t^{2\beta}}v^{(q+1-2\beta)}(x,t)\right)+$$

$$+\hat{R}((\hat{N}_{q+2}^{\beta}(\xi))^{\bullet\bullet}\frac{\partial^{2\beta}}{\partial t^{2\beta}}v^{(q-2\beta)}(x,t)+2\left(\hat{N}_{q+1}^{\beta}(\xi)\right)^{\bullet}\frac{\partial^{2\beta}}{\partial t^{2\beta}}v^{(q+1-2\beta)}(x,t)+$$

$$+\hat{N}_q^{\beta}(\xi)\frac{\partial^{2\beta}}{\partial t^{2\beta}}v^{(q+2-2\beta)}(x,t))-\rho(\xi)\hat{N}_q^{\beta}(\xi)\frac{\partial^{2(\beta+1)}}{\partial t^{2(\beta+1)}}v^{(q-2\beta)}(x,t))=0. \tag{5}$$

Приравнивая в (5) коэффициенты при каждой степени α и при $\dfrac{\partial^{2\beta}}{\partial t^{2\beta}}v^{(q-2\beta)}(x,t)$ некоторым величинам $\hat{H}_q^{\beta}$, которые называются эффективными ядрами релаксации, получим рекуррентную последовательность дифференциальных уравнений для определения локальных функций релаксации [2]:

$$\left(\hat{R}\left(\hat{N}_{q+2}^{\beta}\right)^{\bullet}\right)^{\bullet}+\left(\hat{R}\hat{N}_{q+1}^{\beta}\right)^{\bullet}+\hat{R}\left(\hat{N}_{q+1}^{\beta}\right)^{\bullet}+\hat{R}\hat{N}_q^{\beta}-\rho\hat{N}_q^{\beta-1}=\hat{H}_q^{\beta}. \tag{6}$$

Тогда, осредняя уравнение (6) по ячейке периодичности и используя свойства функции релаксации, находим выражения для определения эффектывных ядер релаксации

$$\hat{H}_q^{\beta}=<\hat{R}\left(\hat{N}_{q+1}^{\beta}\right)^{\bullet}+\hat{R}\hat{N}_q^{\beta}-\rho\hat{N}_q^{\beta-1}>.$$

При этом уравнения движения (3) приобретает вид

$$\hat{H}_0^0v''+\hat{H}_0^{-1}\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}+\alpha\left(\hat{H}_1^0v'''+\hat{H}_1^1\frac{\partial^2 v'}{\partial t^2}\right)+\alpha^2\left(\hat{H}_2^0v^{IV}+\hat{H}_2^1\frac{\partial^2 v''}{\partial t^2}+\hat{H}_2^2\frac{\partial^4 v}{\partial t^4}\right)+\ldots=0. \tag{7}$$

Теперь, подставляя в (7) решение в виде

$$v(x,t)=\sum_{m=0}^{\infty}\alpha^m w_m(x,t) \tag{8}$$

и приравнивая величины при одинаковых степенях α, получим рекуррентную последовательность динамических задач теории вязкоупругости для однородного стержня с эффективными ядрами релаксации.

Теперь уточняем решение рассматриваемой задачи в длинноволновом приближении, в рамках которой можно получить микроперемещения, обусловленные композиционной структурой стержня. Тогда из (4) получим локальное перемещение, вычисляемое по формуле

$$u(x,t)=v(x,t)+\alpha\hat{N}_1^0(\xi)v'(x,t).$$

Для определения функции релаксации из (6) находим обыкновенное дифференциальное уравнению

$$\frac{d}{d\xi}\left(\hat{R}(\xi)\frac{d}{d\xi}\hat{N}_1^0(\xi)\right)+\frac{d}{d\xi}\left(\hat{R}(\xi)\right)=0, \tag{9}$$

решение которого должно удовлетворить условию непрерывности локальной функции $\hat{N}_1^0(\xi)$ при ее периодическом продолжении по длине всего стержня. Решая (9) при выполнении изложенного условия, находим

$$\hat{N}_1^0(\xi)=<\hat{R}^{-1}(\xi)>\int_0^{\xi}\hat{R}^{-1}(\eta)d\eta-\xi+\frac{1}{2}-<\hat{R}^{-1}(\xi)><\int_0^{\xi}\hat{R}^{-1}(\eta)d\eta>. \tag{10}$$

В частности, когда композит является простым, имеем

$$\hat{N}_1^0(\xi)=\frac{1}{\gamma}\left(1-\frac{1+2\eta}{\gamma(\alpha+2\alpha\eta+\chi)}\hat{g}_\beta\right)f(\xi),$$

$$f(\xi)=\begin{cases}(1-\gamma)\left(\xi-\dfrac{\gamma}{2}\right), & \text{если}\quad 0\le\xi\le\gamma\\ \gamma\left(\dfrac{1+\gamma}{2}-\xi\right), & \text{если}\quad \gamma\le\xi\le 1\end{cases}$$

$$\hat{g}_\beta=\frac{1}{1+\beta\hat{\eta}},\quad \beta=\frac{2\chi}{\alpha+2\alpha\eta+\chi},\quad \alpha\equiv\frac{1-\gamma}{\gamma},$$

$$\chi\equiv\frac{K_2}{K_1},\quad \hat{\eta}=\frac{\hat{R}}{3<K>},\quad \gamma=\frac{l_1}{l_1+l_2}.$$

Для нахождения среднего поля перемещения из (7) имеем уравнение движения однородного стержня с эффективными вязкоупругими характеристиками [5]

$$<\hat{R}^{-1}(\xi)>\frac{\partial^2}{\partial x^2}v(x,t)-<\rho(\xi)>\frac{\partial^2}{\partial t^2}v(x,t)=0. \tag{11}$$

Таким образом, приведены в длинноволновом приближении решения задачи вязкоупругого композиционного стержня.

Работа выполнена при финансовой поддержке Международного фонда фундаментальных исследований БРФФИИ (проект № ИЛ – 4821091577).

Список литературы

1 **Ильюшин, А. А.** Механика сплошной среды / А. А. Ильюшин. – М. : Изд-во МГУ, 1991. – 228 с.

2 **Победря, Б. Е.** Механика композиционных материалов / Б. Е. Победря. – М. : Изд-во МГУ, 1984. – 336 с.

3 **Бахвалов, Н. С.** Осреднение процессов в периодических средах / Н. С. Бахвалов, Г. П. Панасенко. – М. : Наука, 1984. –352 с.

4 **Абдусаттаров, А.** Методы решения задач механики композитных материалов и неупругих элементов конструкций / А. Абдусаттаров, А. М. Каримов. – Т. : Узбекистан, 2020. – 194 с.

5 **Каримов, А. М.** Распространение волн в вязкоупругом слоистом композите периодической структуры / А. М. Каримов // Вестник ТашИИТ. – 2018. – № 4. – С. 42–45.