3 Численно-экспериментальное исследование деформирования и устойчивости цилиндрической оболочки ячеистой структуры при осевом сжатии / Д. В. Нуштаев [и др.] // Труды МАИ. – 2015. – № 82. – С. 9.

4 **Сильченко, Л. Г.** Устойчивость цилиндрической оболочки из сплава с памятью формы при сжатии и кручении / Л. Г. Сильченко // Механика композиционных материалов и конструкций. –2009. – Т. 15, № 4. – С. 489–496.

5 **Мовчан, А. А.** Материалы с памятью формы как объект механики деформируемого твердого тела: экспериментальные исследования, определяющие соотношения, решение краевых задач / А. А. Мовчан, С. А. Казарина // Физическая мезомеханика. – 2012. – Т. 15, № 1. – С. 105–116.

6 Устойчивость стержней из никелида титана, нагружаемых в режиме мартенситной неупругости / А. А. Мовчан [и др.] // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2012. – № 3. – С. 72–80.

7 **Nushtaev, D. V.** Abnormal buckling of thin-walled bodies with shape memory effects under thermally induced phase transitions / D. V. Nushtaev, S. I. Zhavoronok // Advanced Structured Materials. – 2019. – Vol. 110. – P. 493–524.

8 **Хусаинов, М. А.** Анализ выпучивания сферических сегментов с памятью формы / М. А. Хусаинов, О. А. Малухина // Современные проблемы прочности : материалы 3-го Междунар. симпозиума им. В. А. Лихачева. – 1999. – Новгород, 1999. – С. 185–189.

9 **Машихин, А. Е.** Краевые задачи термомеханики для цилиндра и сферы из сплава с памятью формы / А. Е. Машихин, А. А. Мовчан // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2017. – № 3. – С. 113–128.

10 **Мовчан, А. А.** Деформации кругового цилиндра из сплава с памятью формы при структурном переходе или прямом фазовом превращении / А. А. Мовчан, А. Е. Машихин // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2012. – Т. 18, № 2. – С. 235–247.

11 **Zhavoronok, S. I.** Constitutive relations and compatibility equations for thin shape memory alloy shells / S. I. Zhavoronok // AIP Conference Proceedings. – 2022. – Vol. 2611. – P. 100004.

12 **Zhavoronok, S. I.** On the incremental constitutive relations and compatibility equations for thin shape memory alloy shells undergoing non-isothermal phase transitions / S. I. Zhavoronok // Composites: Mechanics, Computations, Applications. An International Journal. – 2023. – Vol. 14, is. 1. – P. 1–27.

13 **Kurbatov, A. S.** On the theory of shape memory membrane shells undergoing thermoelastic phase transitions / A. S. Kurbatov, S. I. Zhavoronok // Lobachevskii J. of Mathematics. – 2023. – Vol. 44, no.6. – P. 2326–2335.

14 **Курбатов, А. С.** О метода программной реализации решения некоторых задач безмоментной теории оболочек с памятью / А. С. Курбатов, И. А. Исаченко, С. И. Жаворонок // Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред : сб. тр. 12-й Всерос. науч. конф. с междунар. участием им. И. Ф. Образцова и Ю. Г. Яновского, 15–17 ноября 2022 г. – М. : Сам Полиграфист, 2022. – С. 177–186.

15 **Курбатов, А. С.** Некоторые задачи безмоментной теории оболочек с эффектом памяти формы / А. С. Курбатов, С. И. Жаворонок, И. А. Исаченко // Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред : сб. тр. 13-й Всерос. науч. конф. с междунар. участием им. И. Ф. Образцова и Ю. Г. Яновского. – М. : Сам Полиграфист, 2023. – С. 68–76.

16 **Курбатов, А. С.** О решении некоторых задач статики безмоментных оболочек с памятью формы при неизотермических фазовых переходах / А. С. Курбатов, И. А. Исаченко, С. И. Жаворонок // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2023. – Т. 29, № 3. – С. 402–423.

17 **Kurbatov, A. S.** On the strain differential effect in the theory of shape memory membranes / A. S. Kurbatov, S. I. Zhavoronok // E3S Web of Conferences. – 2024. – Vol. 533. – P. 02024.

18 **Kurbatov, A. S.** On the incremental intrinsic equations for thin shape memory alloy shells undergoing austenite-to-martensite and martesnite-to-austenite thermoelastic phase transitions / A. S. Kurbatov, S. I. Zhavoronok // AIP Conference Proceedings. – 2024. – Vol. 3030. – P. 080003.

УДК 539.375

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАВНОПРОЧНОЙ ФОРМЫ ОТВЕРСТИЯ ДЛЯ ТОРМОЖЕНИЯ ТРЕЩИНЫ ПРОДОЛЬНОГО СДВИГА

Н. М. КАЛАНТАРЛЫ

Азербайджанская государственная академия физической культуры и спорта, г. Баку

Как известно, медленно растущую трещину можно затормозить засверловкой отверстия в ее вершине [1]. Задачи о влиянии кругового и эллиптического отверстия в кончике трещины на ее развитие рассматривались в работах [2, 3]. Целесообразно проводить засверловку отверстия оптимальной формы. Решение задачи оптимального проектирования по определению формы отверстия позволит на стадии проектирования выбрать оптимальные геометрические параметры тела, обеспечивающие эффективное торможение трещины. В [4] рассматривалась задача о влиянии отверстия с минимальной концентрацией напряжений на остановку трещины продольного сдвига. Представляет интерес определение равнопрочной формы отверстия для торможения медленно растущей трещины. В некоторых случаях для определения формы отверстий, на которых технологически неизбежная концентрация напряжений была бы сведена к минимуму, необходимо решать задачу теории упругости с неизвестной границей.

Рассмотрим сплошное упругое деформированное тело, ослабленное прямолинейной трещиной продольного сдвига. Считается, что упругое тело находится в условиях антиплоской деформации, а деформации тела являются малыми величинами. В кончике трещины высверлено отверстие. Рассмотрим окрестность конца трещины, малую сравнительно с характерным линейным размером тела L, но большую по сравнению с размером отверстия R в вершине трещины. Параметры, характеризующие напряженно-деформированное состояние тела в этой малой окрестности, не зависят от координаты z. Будем решать следующую задачу теории упругости с неизвестной границей:

$$\text{при } y = 0, \quad -\infty < x < -a \quad \tau_{yz} = 0,$$

на неизвестном контуре отверстия $\quad r = \rho(\theta) \quad \tau_{zn} = 0,$

$$\text{при } y = 0, \quad x \to \infty \quad \lim(\tau_{yz}\sqrt{z}) = K_{\text{III}}.$$

Здесь ρ – радиус кривизны конца трещины; θ – полярный угол; K_{III} – коэффициент интенсивности напряжений (параметр нагружения) считается известным.

В условиях антиплоской деформации напряжения и перемещения можно представить [5] через одну аналитическую функцию $f(z)$:

$$w = \operatorname{Re} f(z), \qquad \tau_{xz} + i\tau_{yz} = \mu\overline{f'(z)}, \qquad z = x + iy. \tag{1}$$

Требуется определить форму отверстия, т. е. найти функцию $\rho(\theta)$. Для определения функции $\rho(\theta)$ постановку задачи дополняем критерием выбора формы отверстия. Используя принцип равнопрочности, для отыскания формы отверстия в упругом теле в кончике трещины, обладающей минимальной концентрацией напряжения, приходим к обратной задаче теории упругости с условием

$$\tau_{z\theta} = \tau_* = \text{const} \qquad \text{на } r = \rho(\theta), \tag{2}$$

где $\tau_{z\theta}$ – окружное тангенциальное напряжение. Для упругого материала τ_* подлежит определению в процессе решения. Такой контур называется равнопрочным.

Ищем неизвестный контур отверстия в кончике трещины в классе контуров, близких к круговым: $\rho(\theta) = R + \varepsilon h(\theta)$. Здесь функция $h(\theta)$ подлежит определению, ε – малый параметр.

Без уменьшения общности рассматриваемой задачи принимаем, что искомая функция $h(\theta)$ может быть представлена в виде отрезка тригонометрического ряда Фурье. Искомые функции (напряжения и перемещения) ищем в виде разложений по малому параметру ε, в которых пренебрегаем членами, содержащими ε в степени, выше первой. Каждое из приближений удовлетворяет дифференциальным уравнениям плоской задачи теории упругости в условиях антиплоской деформации.

Значения компонент тензора напряжений при $r = \rho(\theta)$ получим, разлагая в ряд выражения для напряжений в окрестности $r = R$. При использовании известных формул для компонент напряжений граничные условия задачи на контуре $r = R$ примут следующий вид:

– для нулевого приближения: $\quad \tau_{zn}^{(0)} = 0.$ $\hfill (3)$

– для первого приближения: $\quad \tau_{zn}^{(1)} = T(\theta).$ $\hfill (4)$

Здесь функция $T(\theta)$ зависит от напряженного состояния в нулевом приближении и функции $h(\theta)$.

На берегах трещины имеем граничные условия

– для нулевого приближения: при $y = 0 \quad -\infty < x < -R \quad \tau_{yz}^{(0)} = 0;$ $\hfill (5)$

– для первого приближения: при $y = 0 \quad -\infty < x < -R \quad \tau_{yz}^{(1)} = 0.$

С помощью представлений (1) и вспомогательной аналитической функции $\varphi(z) = zf'(z)$ искомая задача (3)–(5) в нулевом приближении сводится к граничной задаче для аналитической функции $\varphi(z)$. Переходя на параметрическую плоскость комплексного переменного ζ при помощи преобразования $z = \omega(\zeta)$, с помощью полученных соотношений и представления (1), находим напряжения в нулевом приближении. Зная напряженное состояние в нулевом приближении, находим формально функцию $T(\theta)$. После нахождения решения задачи в нулевом приближении переходим к решению задачи в первом приближении. Снова перейдем на параметрическую плоскость комплексного переменного ζ с помощью преобразования $z = \omega(\zeta)$. С помощью полученных соотношений и представления (1), как и в нулевом приближении, находим напряжения в первом приближении. Условие разрешимости краевой задачи служит для определения размера a.

В случае заданной функции $h(\theta)$ формы отверстия полученные соотношения являются замкнутыми и позволяют исследовать напряженно-деформированное состояние тела в условиях антиплоской деформации.

Для построения недостающих уравнений, позволяющих определить искомые коэффициенты ряда Фурье, надо найти окружное тангенциальное напряжение $\tau_{z\theta}$ на контуре отверстия. С помощью полученного решения находим $\tau_{z\theta}$ в поверхностном контуре L с точностью до величин первого порядка относительно малого параметра ε.

Напряжение $\tau_{z\theta}$ зависит от коэффициентов ряда Фурье искомой функции $h(\theta)$. Для построения недостающих уравнений, позволяющих найти эти коэффициенты, требуем, чтобы обеспечивалось распределение напряжений на контуре отверстия согласно условию (2) равнопрочности. Снижение концентрации напряжений на контуре отверстия осуществляем путем минимизации критерия

$$U = \sum_{i=1}^{M} \left[\tau_z \theta(\theta_i) - \tau_* \right]^2 \to \min .$$

Здесь τ_* – оптимальное значение окружного тангенциального напряжения в поверхностном слое отверстия; для упругого материала подлежит определению в процессе решения задачи оптимизации. В случае упругопластического материала тела τ_* – заданная величина.

Используя необходимое условие экстремума нескольких переменных, получаем бесконечную линейную систему уравнений для определения искомых величин. Эта система совместно с полученными соотношениями задачи теории упругости в нулевом и первом приближениях позволяет определить форму равнопрочного контура, напряженно-деформированное состояние тела, а также оптимальное значение окружного тангенциального напряжения τ_* для случая упругого материала.

Условие хрупкого разрушения (условие роста трещины) запишем в виде

$$\tau_* \ (K_{\text{III}}) = \tau_c. \tag{6}$$

Здесь τ_c зависит от характерного размера отверстия в кончике трещины и характеристик материала.

Список литературы

1 **Финкель, В. М.** Физические основы торможения разрушения / В. М. Финкель. – М. : Металлургия, 1977. – 360 с.

2 **Мирсалимов, В. М.** Влияние разгружающих отверстий на развитие трещины / В. М. Мирсалимов // Проблемы прочности. – 1971. – Т. 3, № 4. – С. 18–19.

3 **Мирсалимов, В. М.** Об одном способе торможения растущих трещин / В. М. Мирсалимов // Изв. АН Азерб. ССР. Сер. физ.-техн. и мат. наук. – 1972. – № 1. – С. 34–38.

4 **Мустафаев, А. Б.** Оптимизация формы отверстия для остановки трещины продольного сдвига / А. Б. Мустафаев // Проблемы безопасности на транспорте : материалы XI Междунар. науч.-практ. конф. – Гомель : БелГУТ, 2021. – Ч. 2. – С. 169–171.

5 **Мирсалимов, В. М.** Разрушение упругих и упругопластических тел с трещинами / В. М. Мирсалимов. – Баку : Элм, 1984. – 124 с.

УДК 620.174

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОРИСТОСТИ НА ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛИИМИДНОГО ПЕНОПЛАСТА

М. Ю. КАЛЯГИН, Л. Н. РАБИНСКИЙ, С. А. ШУМСКАЯ
Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

Работа посвящена исследованию полиимидного пенопласта с разной пористостью. Подобные материалы широко применяются в различных сферах авиастроения, судостроения, приборостроения и транспортного машиностроения [1–9]. В особенности они хорошо зарекомендовали себя в качестве вспененного заполнителя при изготовлении многослойных деталей и элементов техники, в