23 Оценка коэффициента корреляции. Вырабатываемый навык – оценка коэффициента корреляции.

24 Критерий Кочрена. Вырабатываемый навык – сравнение дисперсий по критерию Кочрена.

25 Критерий Манна – Уитни. Навык – сравнение средних по критерию Манна – Уитни.

26 Критерий Фишера. Вырабатываемый навык – использование однофакторного анализа.

27 Информация. Вырабатываемый навык – вычисление информации в простейших задачах.

28 Случайные процессы и временные ряды. Вырабатываемый навык – отыскание математического ожидания и дисперсии временного ряда.

29 Автокорреляционная функция случайного процесса. Вырабатываемый навык – отыскание автокорреляционной функции временного ряда.

30 Обзорное занятие.

Затем студентам выдаются индивидуальные задания, похожие на то, которое разобрал преподаватель. Для получения зачета необходимо выполнить все задания.

Теоретические основы курса и примеры использования получаемых знаний для решения задач, возникающих в транспортной отрасли, изложены, например, в работах [1–5]. В частности, учебное пособие [5] издано в нашем университете, и основными примерами, которые в нем разбираются, являются примеры из практики железнодорожного транспорта.

Список литературы

1 **Гмурман, В. Е.** Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В. Е. Гмурман. – М. : Высш. шк., 2014. – 400 с.

2 **Коротких, Ю. С.** Моделирование транспортных процессов / Ю. С. Коротких, Н. Н. Пуляев. – М. : Автограф, 2019. – 150 с.

3 **Вельможин, А. В.** Основы теории транспортных процессов и систем : учеб. пособие для вузов / А. В. Вельможин, В. А. Гудков, Л. Б. Миротин. – М. : Академия, 2008. – 288 с.

4 Математическое моделирование транспортных систем и процессов / А. Н. Рахмангулов. – Магнитогорск : МГТУ им. Г. И. Носова, 2021. – 190 с.

5 **Карпухин, В. Б.** Теория и практика математического моделирования в задачах транспортной системы / В. Б. Карпухин. – М. : РУТ (МИИТ), 2021. – 111 с.

УКД 539.31

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЙ ГЛУБОКОГО МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ И ФИЗИЧЕСКИ ИНФОРМИРОВАННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ В РЕШЕНИИ ОБРАТНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ ПО ИДЕНТИФИКАЦИИ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ДЛЯ БАЛКИ БЕРНУЛЛИ – ЭЙЛЕРА

Я. А. ВАХТЕРОВА

Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

И. П. КОЗЛОВ

Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

Г. В. ФЕДОТЕНКОВ

Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

В данной работе рассматривается однородная изотропная шарнирно опертая балка Бернулли – Эйлера конечной длины. На балку воздействует нестационарная сосредоточенная сила. В прямой задаче, зная физико-механические свойства, требуется определить прогиб балки, в обратной: зная показания ускорений с датчика – модуль Юнга и площадь поперечного сечения. На первом этапе задача решается числено-аналитически. Это требуется для проверки результатов, полученных с помощью технологий глубокого машинного обучения и физически информированных нейронных сетей (PINN). На втором этапе строится физически информированная нейронная сеть.

С каждым годом всё чаще появляются новые материалы, которые требуют определения точных свойств (модуля Юнга и модуля сдвига). Обычно модуль упругости определяется с помощью механических испытаний, таких как эксперименты по одноосному растяжению, которые проводятся на специально подготовленных образцах, соответствующих протоколам тестирования. Этот подход включает сбор данных о напряжении и предположение о феноменологической конститутивной модели материала. Тем не менее эта традиционная система требует строгого процесса подготовки образцов, а также экономических затрат.

Для решения прямых и обратных нестационарных задач механики деформируемого твердого тела используются два подхода. Первый подход основан на аналитических либо численно-аналитических решениях прямой и обратной задачи с помощью метода функций влияния. Второй подход реализован с применением технологий глубокого машинного обучения и физически информированных нейронных сетей. Он позволит построить решения новых нестационарных прямых и обратных задач, которые раннее аналитически получить было крайне сложно или невозможно.

В первом подходе аналитические и численно-аналитические решения обратных задач строятся с использованием функций влияния (фундаментальных решений, функций Грина). При этом сначала аналитическими методами строится функция влияния для прямой задачи. Они являются решениями задач о воздействии на рассматриваемое тело сосредоточенных во времени и по координатам нагрузок. При этом они разделяются на граничные функции влияния (в случае, когда сосредоточенная нагрузка входит в правую часть граничных условий) и объёмные функции влияния (когда сосредоточенные нагрузки содержатся в правых частях дифференциальных уравнений движения). Для математического описания таких нагрузок используется аппарат обобщённых функций. Функции влияния также являются обобщёнными и, в отличие от обычных функций перемещений или напряжений (внутренних усилий), могут иметь разрывы и даже более сильные особенности. Функции влияния строятся с применением интегрального преобразования Лапласа по времени, а также с применением разложений в ряды по системам собственных функций для прямой задачи. Обращение интегрального преобразования Лапласа по времени будет реализовано с привлечением теории вычетов. С использованием функций влияния построены интегральные представления решений прямых задач. В случае обратных задач с использованием этих интегральных представлений получены разрешающие интегральные уравнения для обратных задач. Разрешающие интегральные уравнения кроме внешних нагрузок содержат также и все параметры модели: плотность материала, упругие константы, геометрические параметры. В различных постановках часть параметров модели или внешние нагрузки являются искомыми неизвестными, которые требуется определить из решения обратной задачи, сводящейся к указанным разрешающим уравнениям. Для решения обратных задач с помощью описанного выше подхода, сводящегося к решению интегральных уравнений, используется метод механических квадратур в сочетании с быстрым преобразованием Фурье. В случае наличия сильных особенностей в ядрах интегральных операторов построены специальные квадратурные формулы, основанные на методе канонической регуляризации с аналитическим выделением особенностей. Преимуществом этого подхода является то, что он приводит интегральные уравнения первого рода, решение которых может оказаться некорректной задачей, к интегральным уравнениям второго рода.

Следует отметить, что описанные выше подходы к решению обратных задач могут быть применены в тех случаях, когда исходные задачи являются линейными (дифференциальные операторы, входящие в уравнения и граничные условия, являются линейными). Если эти условия нарушаются, то предложенные выше методы решения оказываются бессильными. Для этих случаев предполагается развитие и применение нейросетевых технологий, с использованием искусственных нейронных сетей с физическим подкреплением (физически информированных нейронных сетей) и алгоритмов глубокого машинного обучения. В этом случае для аппроксимации искомых функций и параметров используется нейронная сеть. Благодаря своей универсальности при использовании в качестве «аппроксиматоров» нейронные сети могут быть с успехом применены к решению как прямых, так и обратных задач математической физики, причем и линейных, и нелинейных.

Физически информированные нейронные сети (ФИНС) в сочетании с алгоритмами их обучения, которые по сути являются градиентными методами математической оптимизации, могут быть использованы для решения прямых и обратных задач, в том числе с зашумленными экспериментальными наблюдениями данными. Поскольку ФИНС могут использовать известные данные, придерживаясь любых заданных физических законов, выраженных в математической постановке задачи (уравнения, начальные и граничные условия, дополнительные данные), их можно отнести к классу нейронных сетей, которые решают задачи обучения с учителем. ФИНС могут применяться к решению дифференциальных уравнений и начально-краевых задач, имеющих наиболее общую форму:

дифференциальные уравнения могут быть линейными или нелинейными, граничные условия могут являться условиями Дирихле, Неймана, смешанными или периодическими. Уравнения и соотношения математической постановки могут описывать разнообразные физические системы, включая как прямые, так и обратные задачи механики деформируемого твёрдого тела. При этом как прямая, так и обратная задача рассматриваются в рамках одной нейросетевой модели – с помощью подхода, основанного на использовании ФИНС, обе проблемы могут быть решены «за один проход», т. е. в рамках одного цикла обучения (оптимизации). В таком контексте основная цель – «научить» нейронную сеть аппроксимировать заданные дифференциальные уравнения, начальные, граничные условия и дополнительные соотношения (в случае обратной задачи) путем определения матриц весов и векторов смещений нейронной сети, приводящих к минимизации функции потерь, которая представляет собой сумму невязок (возможно, взвешенную), включающую невязки всех уравнений, начальных и граничных условий, а также дополнительных соотношений, составляющих математическую постановку задачи. Именно построение такой специальной функции потерь, которая включает в себя полную информацию о математической модели, отличает ФИНС от других типов нейронных сетей. В то же время сама математическая модель и является «учителем» для нейронной сети. Таким образом, нет необходимости в огромных базах тренировочных и проверочных наборов данных, которые необходимы, например, для обучения нейронной сети распознаванию образов или речи. Иными словами, такая нейронная сеть «заранее знает», чему она должна обучиться.

Впоследствии физико-механические свойства материала могут быть определены путем сопоставления экспериментальных данных или аналитических решений с предполагаемым методом глубокого машинного обучения и физически информированных нейронных сетей.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 20-19-00217, https://rscf.ru/project/20-19-00217.

УДК 539.3

ИССЛЕДОВАНИЯ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ОРТОТРОПНЫХ ПЛАСТИН С ПРЯМЫМИ И ЗЕНКОВАННЫМИ ОТВЕРСТИЯМИ

В. А. ВЕСТЯК
Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

Е. И. СМАГИН
ПАО «Яковлев», г. Москва, Российская Федерация

М. И. МАРТИРОСОВ
Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

Интенсивное внедрение ортотропных материалов в различных областях промышленности показывает большой потенциал полимерных композиционных материалов (ПКМ) по показателям прочности и весовой эффективности. Применение ПКМ сопровождается исследованиями свойств материала и конструкции в местах соединений. В работе представлены результаты расчетно-экспериментальных исследований прочности ортотропных пластин со свободным и нагруженным отверстиями. Рассмотрены различные методы испытаний для образцов, моделирующих работу конструкции с проходящей и сминающей нагрузкой, а также образцы, моделирующие совместное действие указанных выше нагрузок. Для различных методов испытаний представлены виды образцов, схемы нагружения. На образцах со свободным и нагруженным отверстиями проведены экспериментальные исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) и остаточной прочности ПКМ на основе эпоксидной матрицы и высокомодульного волокна.

Для экспериментальной оценки несущей способности в ортотропных пластинах с концентраторами в виде свободных отверстий и отверстиями с зенковкой проводится статическое нагружение образцов со схожей схемой армирования. Испытания проводились в соответствии с существующими стандартами, представленными в ГОСТ 33498–2015, ГОСТ Р 56788–2015 и ГОСТ 33375–2015.