

УДК 528.48

ОЦЕНКА ПРИВЕДЕННОЙ ЖЕСТКОСТИ С УЧЕТОМ МЕСТ ПРИЛОЖЕНИЯ СИЛЫ И СЪЕМА ИНФОРМАЦИИ О СМЕЩЕНИЯХ

С. В. БЕЛОКОБЫЛЬСКИЙ, В. Б. КАШУБА, И. С. СИТОВ
Братский государственный университет, Российская Федерация

Если точка приложения силы и точка, смещение которой измеряется, различны, то можно ввести понятие об упругости, не совпадающее с обычным определением. Такой подход дает определенные представления об упругих свойствах системы. Введем для данного случая понятие кроссупругости. Для оценки упругостей предлагается использовать передаточные функции (ПФ) виброзащитной системы [1], принимая $p = 0$ ($p = j\omega$ – переменная Лапласа). Идеи такого подхода высказывались, в частности, в работе И. А. Левитского Колебания в механизмах. – М.: Наука. 1986. – 252 с.

Передаточные функции обладают рядом свойств, определяемых из частотных уравнений числителя и знаменателя. В [1, 2] показано, что знаменатель ПФ (характеристическое уравнение) является, в определенном смысле, инвариантным в отношении выбора пар точек «вход-выход», что учитывается для нахождения частот собственных колебаний, оценки устойчивости системы и др. Специфика задач виброзащиты и виброизоляции заключается в том, что динамическое состояние связано с обобщенными координатами положения объекта. Детализация этих понятий рассмотрена в работах [1, 3, 4]. По существу, механическая система между основанием и выбранным объектом защиты, состоящая из различных звеньев, может рассматриваться как обобщенная пружина. В работах [5, 6] представлены соответствующие обоснования и результаты исследования свойств таких пружин и возможностей, которыми они обладают. Аналогично может рассматриваться и ситуация в статике, когда в ПФ принимается $p = 0$ ($p = j\omega$ – оператор Лапласа) и оценивается статическая жесткость или коэффициент упругости для данной пары выбранных точек «вход-выход». Если в системе имеется несколько степеней свободы, то коэффициент упругости (или жесткости) может определяться не только в точке приложения силы, пару соответствия могут составить любые две точки, что предполагает в системе возможность оценивать различные виды коэффициентов упругости. Рассматривается несколько примеров. Для цепной системы с двумя степенями свободы система дифференциальных уравнений движения

$$m_1 \ddot{y}_1 + k_1 y_1 + k_2 y_1 - k_2 y_2 = Q_1, \quad m_2 \ddot{y}_2 + k_2 y_2 + k_2 y_1 = Q_2. \quad (1)$$

Передаточные функции системы для возможных пар «сила-смещение» имеют вид

$$W_1 = \frac{\bar{y}_2}{\bar{Q}_1(\bar{Q}_2 = 0)} = \frac{k_2}{(m_1 p^2 + k_1 + k_2)(m_2 p^2 + k_2) - k_2^2}, \quad (2)$$

$$W_2 = \frac{\bar{y}_1}{\bar{Q}_1(\bar{Q}_2 = 0)} = \frac{m_2 p^2 + k_2}{A_0}, \quad (3)$$

$$W_3 = \frac{\bar{y}_1}{\bar{Q}_2(\bar{Q}_1 = 0)} = \frac{k_2}{A_0}, \quad (4)$$

$$W_4 = \frac{\bar{y}_2}{\bar{Q}_2(\bar{Q}_1 = 0)} = \frac{(m_1 p^2 + k_1 + k_2)}{A_0}, \quad (5)$$

где

$$A_0 = m_1 m_2 p^4 + p^2 [m_2 (k_1 + k_2) + m_1 k_2] + k_1 k_2. \quad (6)$$

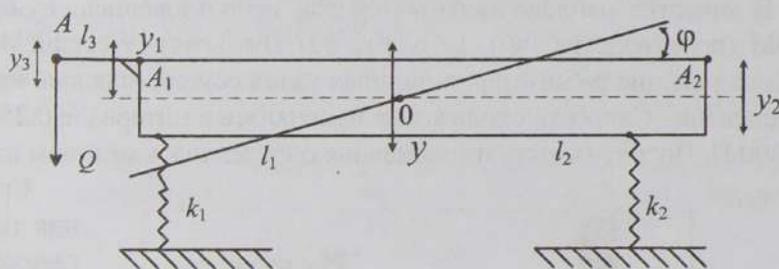
В таблице 1 представлены различные варианты соотношения пар точек приложения сил и точек наблюдения.

Таблица 1 – Значение коэффициентов упругости для расчетной схемы на рисунке 1

Координаты точек приложения обобщенных сил	Координаты точек наблюдения		Примечание
	y_1	y_2	
y_1	$k_{11} = k_1$	$k_{12} = k_1$	$Q_1 = Q$ $Q_2 = 0$
y_2	$k_{21} = k_1$	$k_{22} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$	$Q_2 = Q$ $Q_1 = 0$
Примечание – k_{12} и k_{21} – коэффициенты кроссупругости.			

Таким образом, в трех случаях жесткость системы будет определяться через k_1 и в одном – как последовательное соединение пружин [выражение (6)]; при отсутствии детальной информации о точках приложения силы и точках наблюдения параметры упругости на уровне приведенных коэффициентов могут различаться, что вполне объяснимо, исходя из физических представлений [7]. Более показателен в этом плане пример с системой балочного типа. Рассмотрим схему на рисунке 1, где точка наблюдения (т. А) вынесена за пределы твердого тела.

Рисунок 1 – Расчетная схема системы для определения её статической устойчивости



Для оценки статической устойчивости предлагается использовать передаточные функции. Выражение для определения приведенной упругости при приложении Q по координате y_3 имеет вид

$$k_{пр} = \frac{k_1 k_2 (l_1 + l_2)^2}{(k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2) + 2l_3 (k_2 l_2 - k_1 l_1) + l_3^2 (k_1 + k_2)} \quad (7)$$

Задавая значения l_1 , l_2 , l_3 и их соотношения, можно рассмотреть весь спектр возможных значений $k_{пр}$.

Таким образом, передаточная функция обладает характерным свойством при упрощении её в случае $p = 0$, позволяющим проводить оценку статической устойчивости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов / С. В. Елисеев [и др.]. – Иркутск : ИГУ, 2008. – 523 с.
- 2 Ситов, И. С. Способы и средства изменения динамического состояния технологического комплекса для вибрационного заглаживания / И. С. Ситов, С. В. Белокобыльский // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – Вып. № 1 (13). – Иркутск : ИрГУПС. – 2007. – С. 47 – 52.
- 3 Вибрации в технике : справ. : в 6 т. Т. 6. Защита от вибраций и ударов / под ред. К. В. Фролова. – М. : Машиностроение. – 1981. – 456 с.
- 4 Упырь, Р. Ю. Динамика механических колебательных систем с учетом пространственных форм соединений элементарных звеньев : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 01.02.06 / Р. Ю. Упырь. – Иркутск, 2009. – 19 с.
- 5 Елисеев, С. В. Обобщенные пружины в задачах виброзащиты машин и оборудования / С. В. Елисеев, С. В. Белокобыльский, Р. Ю. Упырь // 36. научных прац. Вып. 3(25). Т. 1. – Полтава, Полтавський нац. техн. ун. – 2009. – С. 79–89.
- 6 Белокобыльский, С. В. Приведенные жесткости двухмерных систем. / С. В. Белокобыльский, И. С. Ситов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – Вып. № 4 (16). – Иркутск : ИрГУПС. – 2006. – С. 6–11.
- 7 Дружинский, И. А. Механические цепи / И. А. Дружинский. – М. : Машиностроение, 1977. – 238 с.
- 8 Лойценский, Л. Г. Курс теоретической механики. Т. 2. Динамика / Л. Г. Лойценский, А. И. Лурье. – М. : Наука. – 1968. – 638 с.