

## УЧЕТ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ СТАТИЧЕСКОМ РАСЧЕТЕ БАЛОЧНОЙ ПЛИТЫ (ПЛОСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ) НА КЛИНОВИДНОМ ОСНОВАНИИ

А. Г. ПУСЕНКОВ

*Научный руководитель – О. В. Козунова (канд. техн. наук, доцент)  
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель*

Из-за разнообразия конструктивных решений балочных плит и грунтовых условий в настоящее время нет возможности дать строгое решение пространственной задачи. В связи с этим допускают использование приближенного решения, согласно которому влияние жесткости балочной плиты и реактивных касательных напряжений на расчетные величины плитного фундамента определяют строго в плоской постановке. Затем результаты такого расчета используют для приблизительной оценки влияния указанных факторов на результаты расчетов по действительной пространственной схеме, выполненных по существующим методам без учета этих факторов [8].

Взаимодействие балочной плиты и клиновидного основания с учетом касательных напряжений в зоне контактного взаимодействия по сути является разновидностью контактных задач теории упругости [9], решение которых возможно в нелинейной постановке при работе упругих сред в зоне небольших упруго-пластических деформаций, т. е. с учетом физической нелинейности.

Учет нелинейности деформирования балочной плиты позволяет увеличить, как правило, допустимую нагрузку на плиту за счет перераспределения и уменьшения максимальных значений усилий, но при этом обнаруживается резкое возрастание неравномерности осадок. Данные нелинейного расчета позволяют выполнить достоверную оценку работы конструкции по предельным состояниям эксплуатационной пригодности.

*Постановка задачи.* Балочная плита ленточных фундаментов неглубокого заложения находится на двухслойном клиновидном основании глубиной (толщиной)  $H$  с приложенной внешней нагрузкой  $q(x)$ . Параметры плиты следующие: высота плиты  $h$ , ширина плиты  $2l$ , изгибная жесткость  $EJ$ .

Вводим гипотезы (предположения) и допущения для расчета балочных плит на упругом основании:

- 1) допущения и гипотезы теории упругости справедливы для рассматриваемой области упругого основания;
- 2) допущения и гипотезы плоского изгиба балки (плиты) справедливы для плиты;

3) при моделировании контактной зоны между балочной плитой и основанием могут возникать и растягивающие, и сжимающие напряжения, силы трения при моделировании учитываются, также учитываются касательные напряжения в зоне контактного взаимодействия.

*Алгоритм решения задачи.* Для решения рассматриваемой задачи применяется вариационно-разностный метод (ВРМ) [10], который реализуется в перемещениях через конечно-разностные соотношения теории упругости (случай плоской деформации) при использовании в решении функционала полной потенциальной энергии деформации системы, состоящей из плиты, упругого основания и зоны контактного взаимодействия.

Основание при расчете заменяется прямоугольной расчетной областью, на границах которой перемещения равны нулю; в контактной зоне справедливо равенство осадок основания прогибам плиты.

Основание аппроксимируется разбивочной сеткой конечных размеров с постоянным шагом по осям (рисунок 1).

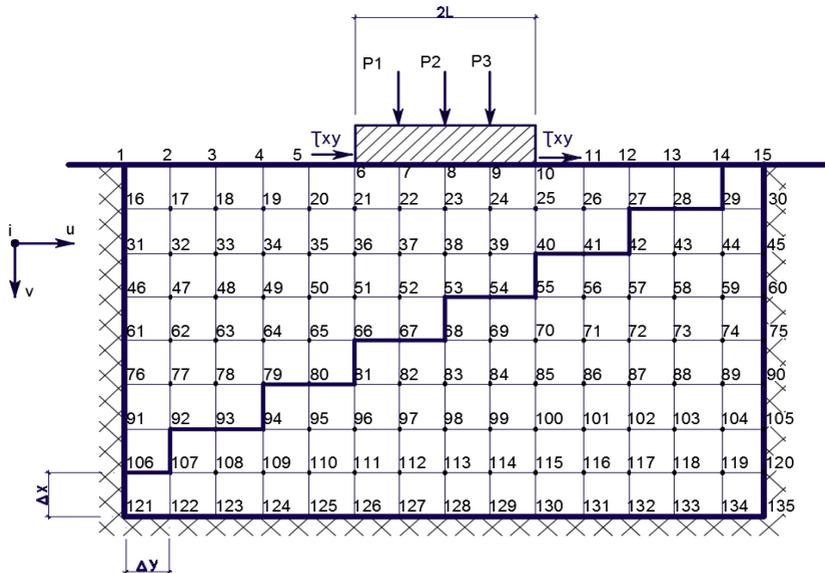


Рисунок 1 – Разбивочная сетка расчетной области

За неизвестные принимаем:  $u_i(x, y)$ ,  $v_i(x, y)$  – компоненты вектора перемещения  $i$ -й узловой точки основания, направленные вдоль осей  $X$  и  $Y$  соответственно (рисунок 2);  $p_y^{(i)}(x, y)$  – реактивные давления в зоне контакта балочной плиты с основанием;  $\tau_{xy}^{(i)}(x, y)$  – касательные напряжения.

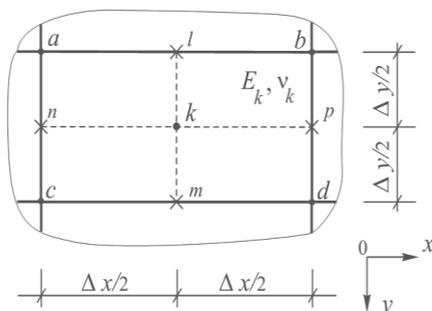


Рисунок 2 – Прямоугольная ячейка метода конечных разностей

Соотношение Коши в выражениях деформаций в точке  $k$

$$\varepsilon_x^{(k)} = \frac{\partial u_k}{\partial x} = \left( \frac{u_b + u_d}{2} - \frac{u_a + u_c}{2} \right) \cdot \frac{1}{\Delta x} = \frac{u_b + u_d - u_a - u_c}{2\Delta x}; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{xy}^{(k)} &= \frac{\partial u_k}{\partial y} + \frac{\partial v_k}{\partial x} = \left( \frac{u_c + u_d}{2} - \frac{u_a + u_b}{2} \right) \cdot \frac{1}{\Delta y} + \left( \frac{v_b + v_d}{2} - \frac{v_a + v_c}{2} \right) \cdot \frac{1}{\Delta x} = \\ &= \frac{u_c + u_d - u_a - u_b}{2\Delta y} + \frac{v_b + v_d - v_a - v_c}{2\Delta x}. \end{aligned} \quad (2)$$

Энергия деформаций прямоугольной ячейки

$$U_{i,j}^{(k)} = \frac{E_k}{2(1+\nu_k)} \left[ \frac{\nu_k}{1-2\nu_k} (\varepsilon_x^{(k)} + \varepsilon_y^{(k)})^2 + (\varepsilon_x^{(k)})^2 + (\varepsilon_y^{(k)})^2 + \frac{1}{2} (\gamma_{xy}^{(k)})^2 \right] \Delta x \Delta y, \quad (3)$$

Величина полной потенциальной энергии балочной плиты на упругом основании  $\mathcal{E}$  состоит из энергии деформации плиты  $U$ , энергии деформации упругого основания  $A$  и работы внешней нагрузки  $\Pi$ :

$$\mathcal{E} = U + A + \Pi. \quad (4)$$

Хотелось бы отметить, что при составлении соотношения полной энергии деформации упругого основания  $A$  в формуле (4), авторами был выполнен учет касательных напряжений в контактной зоне в дополнительном слое: энергия продольных деформаций в контактной зоне плиты с основанием, т. е.

$$A = U_f + U_t, \quad (5)$$

где  $U_f$  – энергия деформации упругого основания (плоская деформация) [3];  $U_t$  – энергия сил сцепления (продольной деформации) в контактной зоне плиты с основанием.

Энергия деформаций упругого основания

$$U_f = \sum_{j=1}^{MY-1} \left( \sum_{i=1}^{NX-1} U_{i,j}^{(k)} \right) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{MY-1} \left( \sum_{i=1}^{NX-1} \left( \frac{E_k}{1+v_k} \cdot \left[ \frac{v_k}{1-2v_k} \cdot \left( \frac{1}{2\Delta x} (u_b + u_d - u_a - u_c) + \frac{1}{2\Delta y} \cdot (v_c + v_d - v_a - v_b) \right)^2 + \left( \frac{1}{2\Delta x} \cdot (u_b + u_d - u_a - u_c) \right)^2 + \left( \frac{1}{2\Delta y} \cdot (v_c + v_d - v_a - v_b) \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2\Delta y} \cdot (u_c + u_d - u_a - u_b) + \frac{1}{2\Delta x} \cdot (v_b + v_d - v_a - v_c) \right)^2 \right] \Delta x \Delta y \right) \right), \quad (6)$$

где  $NX$  – число узлов по оси  $X$ ; и  $MY$  – число узлов по оси  $Y$ .

Энергия продольных деформаций плиты в контактной зоне

$$U_t = \sum_{i=I+1}^{K1-1} EA_{i=I+1} \cdot \left( \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x} \right)^2 \Delta x.$$

$$U_t = \sum_{i=I+1}^{K1-1} EA_{i=I+1} \cdot \left( \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x} \right)^2 \Delta x. \quad (7)$$

Энергия деформации изгиба плиты

$$U = \frac{\Delta x}{2} \sum_{i=I+1}^{K1-1} EJ_{i=I+1} \cdot \left( \frac{v_{i+1} - 2v_i + v_{i-1}}{\Delta x^2} \right)^2. \quad (8)$$

Потенциал внешней нагрузки

$$П = - \sum_{i=I+1}^{K1-1} q_i(x) v_i \Delta x. \quad (9)$$

Вначале решается задача в линейной постановке. По вычисленным значениям перемещений  $i$ -й узловой точки  $u_i(x)$ ,  $v_i(y)$ , используя геометрические уравнения Коши и конечно-разностные соотношения (1), (2), определяется интенсивность деформаций и напряжений в центрах ячеек (см. формулы теории упругости).

Имея значения напряжений и перемещений, полученные в результате решения задачи в первом приближении, определяется *касательный или секущий модули деформации* для каждой ячейки, и задача решается во втором и последующих приближениях, с учетом изгибной и продольных жесткостей балочной плиты.

Итерационный процесс заканчивается, как только разница между последующим и предыдущим приближением исследуемой функции будет соответствовать требуемой точности решения задачи.

Полученные результаты изменения осадок и формы изогнутой оси зоны контактного взаимодействия говорит о влиянии касательных напряжений (рисунок 3).

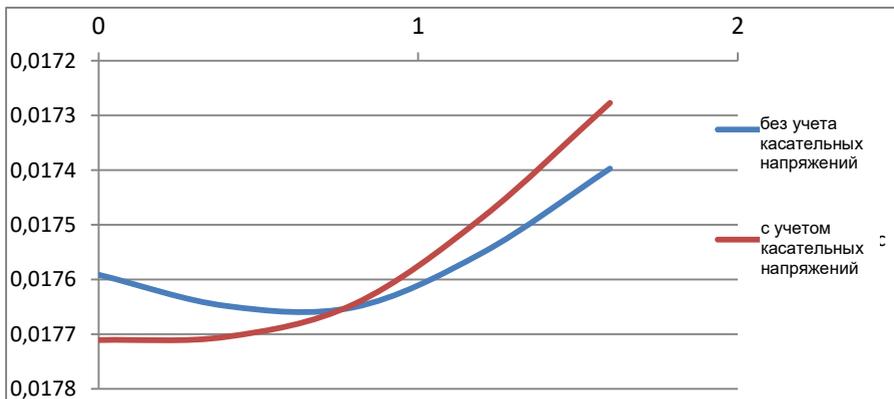


Рисунок 3 – График сравнения результатов осадок

Предложенная методика статического расчета системы балочной плиты с клиновидным основанием вариационно-разностным методом с использованием конечно-разностных уравнений полной потенциальной энергии позволяет определить осадки основания под плитой, более полно исследовать эту зону биконтактного взаимодействия с учетом касательных напряжений. Полученные результаты осадков клиновидного основания в зоне взаимодействия с балочной плитой (до 9 %) показывают влияние контактных напряжений при статическом расчете.

#### Список литературы

- 1 **Клубин, П. И.** Расчет балочных и круглых плит на упругом основании / П. И. Клубин // Инженерный сборник. – 1952. – № 12. – С. 95–135.
- 2 **Жемочкин, Б. Н.** Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании / Б. Н. Жемочкин, А. П. Сеницын. – М. : Стройиздат, 1962. – 262 с.
- 3 **Дураев, А. Е.** Расчет методом конечных разностей прямоугольных плит, лежащих на грунтовом основании, модуль деформации которого изменяется с глубиной / А. Е. Дураев // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1971. – № 4. – С. 32–34.
- 4 **Сеницын, А. П.** Расчет балок и плит на упругом основании за пределом упругости / А. П. Сеницын. – М. : Стройиздат, 1974. – 158 с.
- 5 **Горбунов-Посадов, М. И.** Расчет конструкций на упругом основании / М. И. Горбунов-Посадов, Т. А. Маликова, В. И. Соломин. – М. : Стройиздат, 1984. – 631 с.
- 6 **Винокуров, Е. Ф.** Итерационный метод расчета оснований и фундаментов / Е. Ф. Винокуров // Строительство и архитектура Белоруссии. – 1970. – № 1. – С. 31–34.

7 **Федоровский, В. Г.** Жесткий штамп на нелинейно-деформируемом связном основании (плоская задача) / В. Г. Федоровский, С. Е. Кагановская // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1975. – № 1. – С. 41–44.

8 Руководство по проектированию плитных фундаментов каркасных зданий и сооружений башенного типа. Разработано к СНиП II-15-74. – М. : Стройиздат, 1984. – 265 с.

9 **Александров, А. В.** Основы теории упругости и пластичности: учеб. для строит. спец. вузов / А. В. Александров, В. Д. Потапов. – 2-е изд., испр. – М. : Высш. шк., 2002. – 400 с.

10 **Козунова, О. В.** Особенности проектирования плитных фундаментов на многослойных основаниях со слабыми слоями грунтов / О. В. Козунова // Рекомендации по проектированию и устройству рациональных фундаментов на основаниях, сложенных озерно-ледниковыми и лессовидными грунтами : Р 5.01.056.09 : введ. 01.10.09. – Минск : Стройтехнорм, 2009. – Гл. 8. – С. 39–47.

11 Статический анализ системы «балочная плита – нелинейно-упругое неоднородное основание» вариационно-разностным методом : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.17 / О. В. Козунова. – Минск, 2017. – 168 с.

12 **Босаков, С. В.** Статические расчеты плит на упругом основании / С. В. Босаков. – Минск : БНТУ, 2002. – 127 с.

13 **Гудушаури, И. И.** Расчет фундаментных полос на действие симметричных и обротносимметричных нагрузок с учетом касательных напряжений на поверхности контакта / И. И. Гудушаури // Известия АН СССР. Механика и машиностроение. – № 6. – 1960.

14 **Яголковский, С. Н.** Влияние учета сцепления упругого слоя с подстилающим основанием на результаты расчета балок / С. Н. Яголковский // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1969. – № 4. – С. 3–5.

УДК 72.06

## **ИДЕНТИЧНОСТЬ И КАЧЕСТВО ЖИЛОЙ СРЕДЫ – ВЗАИМОСВЯЗЬ И ТЕНДЕНЦИИ В БЕЛАРУСИ, ПРАКТИКА МОЛОДЁЖНЫХ ЖИЛЫХ КОМПЛЕКСОВ**

*В. М. РАДИВОНЧИК*

*Научный руководитель – И. В. Руденкова (ст. преп.)*

*Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель*

Сложившийся уклад жизни в современном городе и тенденция типового массового строительства сформировали у населения определённый образ жилой среды и понятие о её качестве. Выявлены низкие ожидания населения к качеству жилья и жизни в нём. Характер благоустройства и обслуживания, отсутствие зонирования открытых пространств (дворов, придомовых территорий) определяет отношение жителей к ним, не располагает к воспитанию ответственности, заботы, принадлежности к сообществу и месту. Строительство на принципах МЖК касательно затронутых аспектов обес-