$$u(x)=\gamma_4 C_1 e^{\lambda_1 x}-\gamma_{41} C_2 e^{-\lambda_1 x}+C_3 e^{\beta_1 x}\left(\gamma_5\cos(\beta_2 x)+\gamma_6\sin(\beta_2 x)\right)+C_4 e^{\beta_1 x}\left(\gamma_5\sin(\beta_2 x)-\gamma_6\cos(\beta_2 x)\right)+$$
$$+C_5 e^{-\beta_1 x}\left(-\gamma_5\cos(\beta_2 x)+\gamma_6\sin(\beta_2 x)\right)-C_6 e^{-\beta_1 x}\left(\gamma_5\sin(\beta_2 x)+\gamma_6\cos(\beta_2 x)\right)+$$
$$+b_6\left(b_1 w_{p,xxx}+b_2 w_{p,x}+b_3\int w_p dx+b_4\int q dx+b_5 p+C_7\right)+b_7 w_{p,x}+\iint p dx dx+C_8 x+C_9\,, \qquad (7)$$

где $C_1,\dots,C_9$ – константы интегрирования, определяемые из условия закрепления стержня,

$$\lambda_1=-\lambda_2=\sqrt{m_3+m_4-\frac{\alpha_1}{3}}\,,\ m_3=\sqrt[3]{-\frac{m_2}{2}+\sqrt{\frac{m_1^3}{27}+\frac{m_2^2}{4}}}\,,\ m_3=\sqrt[3]{-\frac{m_2}{2}-\sqrt{\frac{m_1^3}{27}+\frac{m_2^2}{4}}}\,,$$

$$m_1=\alpha_2-\frac{\alpha_1^2}{3}\,,\ m_2=\frac{2\alpha_1^3}{27}-\frac{\alpha_1\alpha_2}{3}+\alpha_3\,,\ \beta_1=\sqrt{r_1}\cos\left(\frac{\varphi_1}{2}\right),\ \beta_2=\sqrt{r_1}\sin\left(\frac{\varphi_1}{2}\right),$$

$$r_1=\sqrt{\left(-\frac{m_3+m_4}{2}-\frac{\alpha_1}{3}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}(m_3-m_4)\right)^2}\,,\ \varphi_1=arctg\left(\left(\frac{m_3+m_4}{2}+\frac{\alpha_1}{3}\right)\Big/\left(\frac{\sqrt{3}}{2}(m_3-m_4)\right)\right),$$

$$b_1=\frac{\left(a_1a_7-a_3^2\right)\left(a_1a_4-a_2^2\right)-\left(a_1a_6-a_2a_3\right)}{a_1a_5\left(a_1a_6-a_2a_3\right)}\,,\ b_2=-\frac{\left(a_1a_4-a_2^2\right)t_f}{a_5\left(a_1a_6-a_2a_3\right)}\,,\ b_3=-\frac{b_2\kappa}{t_f}\,,\ b_4=-\frac{b_2}{t_f}\,,$$

$$b_5=\frac{a_2}{a_1a_5}+\frac{b_2a_3}{a_1t_f}\,,\ b_6=-\frac{a_2}{a_1}\,,\ b_7=\frac{a_3}{a_1}\,,\ \gamma_1=b_1\lambda_1+\frac{b_2}{\lambda_2}\,,\ \gamma_2=b_1\left(\beta_1^3-3\beta_1\beta_2^2\right)+\frac{b_2\beta_1}{\beta_1^2+\beta_2^2}\,,$$

$$\gamma_3=b_1\left(\beta_2^3-3\beta_1^2\beta_2\right)+\frac{b_2\beta_2}{\beta_1^2+\beta_2^2}\,,\ \gamma_4=b_5\gamma_1+b_5\lambda_1\,,\ \gamma_5=b_5\gamma_2+b_6\beta_1\,,\ \gamma_6=b_5\gamma_3-b_6\beta_2\,.$$

2 Для оснований средней жесткости ($\kappa_1<\kappa<\kappa_2$):

$$w(x)=C_1e^{\lambda_1 x}+C_2e^{-\lambda_1 x}+C_3e^{\lambda_3 x}+C_4e^{-\lambda_3 x}+C_5e^{\lambda_5 x}+C_6e^{-\lambda_5 x}+w_p(x)\,,$$

$$\psi(x)=C_1a_{11}e^{\lambda_1 x}-C_2a_{11}e^{-\lambda_1 x}+C_3a_{12}e^{\lambda_3 x}-C_4a_{12}e^{-\lambda_3 x}+C_5a_{13}e^{\lambda_5 x}-C_6a_{13}e^{-\lambda_5 x}+$$
$$+b_1w_{p,xxx}+b_2w_{p,x}+b_3\int w_p dx+b_4\int q dx+b_5p+C_7\,,$$

$$u(x)=C_1a_{21}e^{\lambda_1 x}-C_2a_{21}e^{-\lambda_1 x}+C_3a_{22}e^{\lambda_3 x}-C_4a_{22}e^{-\lambda_3 x}+C_5a_{23}e^{\lambda_5 x}-C_6a_{23}e^{-\lambda_5 x}+$$
$$+b_6\left(b_1w_{p,xxx}+b_2w_{p,x}+b_3\int w_p dx+b_4\int q dx+b_5p+C_7\right)+b_7w_{p,x}+\iint p dx dx+C_8x+C_9\,,$$

где параметры $\lambda_i, r_2, \varphi_2, a_{11}\dots a_{23}$ определяются формулами, подобными (7).

Следует отметить, что граничные жесткости оснований κ_1 и κ_2 будут зависеть от коэффициента сдвига t_f.

УДК 621.763 : 536

УПРОЩЕННАЯ СХЕМА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСАДКИ ОСНОВАНИЯ

А. А. ПУРГИН, Т. А. РОЩЕВА

Уральский федеральный университет имени первого президента России Б. Н. Ельцина, Российская Федерация

Одной из основных проблем при проектировании сооружений является осадка фундамента. Неравномерная осадка может сильно изменить рабочую схему сооружения, что приведет к выводу из строя отдельных его частей, а возможно и всего сооружения. Существует большое число различных методик по предсказанию конечных осадок, но наиболее употребим метод послойного суммирования, рекомендованный СП 22.13330.2011, основанный на применении одномерного решения задачи уплотнения с ограничением бокового расширения.

Формулировка метода, данная в СП 22.13330.2011, предполагает численное нахождение значения осадки. При этом интегрирование производится методом трапеций, алгебраический порядок точности которого равен 1, что приводит к высокой погрешности только от арифметики. Ситуация усугубляется еще тем, что в практических расчетах для упрощения применяют толщину элементарного слоя равную 0,2b, где b – ширина фундамента.

Из решения задачи Буссинеска известно, что напряжения убывают по мере удаления от вызывающего их источника, то есть напряжение – есть убывающая функция, что при неточном интегрировании ведет к завышенному значению осадок. Необходимость разбивать однородный слой на элементарные сильно увеличивает трудоемкость.

В данной работе предлагается упрощенная схема определения осадки, в которой сохранены все допущения, соответствующие методу послойного суммирования, а именно: грунт работает в линейной стадии; модуль Юнга и коэффициент Пуассона постоянны в пределах одного слоя; боковое расширение невозможно.

В виду отсутствия бокового расширения уравнение деформации отдельного слоя выражается формулой

$$\varepsilon = \sigma_z \frac{1}{E}\left(1 - \frac{2\nu^2}{1-\nu}\right). \quad (1)$$

Из решения задачи Буссинеска известно, что напряжения от сосредоточенной силы определяются как:

$$\sigma_z = P\frac{3z^3}{2\pi(r^2+z^2)^{5/2}}. \quad (2)$$

Так как ν и E постоянны в пределах одного слоя, то их можно представить в виде кусочно-гладких функций.

Подставляя (2) в (1) и решая это уравнение находим, что осадка основания определяется как

$$u = P\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(1-\frac{2\nu_i^2}{1-\nu_i}\right)}{E_i}(\Upsilon_{i+1} - \Upsilon_i), \quad (3)$$

где

$$\Upsilon = \left(1 - \frac{2+3\xi^2}{2(\xi^2+1)^{3/2}}\right)\frac{1}{\pi r}, \quad (4)$$

$$\xi = \frac{r}{z}. \quad (5)$$

Для определения осадки под действием распределенных сил можно воспользоваться принципом суперпозиции и проинтегрировать уравнение (4) по области загружения.

Для случая круглого равномерного загружения радиусом R имеем:

$$\Upsilon = \mathrm{R}\left(2 - \frac{2+\xi^2-\xi\sqrt{1+\xi^2}}{\sqrt{1+\xi^2}}\right), \quad (6)$$

$$\xi = \frac{R}{z}. \quad (7)$$

Если граница последнего слоя не известна, можно представить её как лежащей на бесконечности и таким образом найти осадку в пределах этого слоя: $z \to \infty$ и $\Upsilon = 2R$.

В случаи прямоугольного загружения со сторонами l и b имеем после интегрирования выражения (4) по области:

$$\Upsilon = b\frac{4}{\pi}\left(\int_0^{\arctan\eta}\left(\frac{1}{2}\sec\varphi - \frac{2\sec^2\varphi+\xi^2}{4\sqrt{\sec^2\varphi+\xi^2}} + \frac{\xi}{4}\right)d\varphi + \int_{\arctan\eta}^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\eta}{2}\csc\varphi - \frac{\eta^2 2\csc^2\varphi+\xi^2}{4\sqrt{\csc^2\varphi+\xi^2}} + \frac{\xi}{4}\right)d\varphi\right), \quad (8)$$

$$\xi = \frac{2z}{b}. \quad (9)$$

$$\eta = \frac{l}{b}. \tag{(10)}$$

Если граница последнего слоя не известна, можно представить её как лежащей на бесконечности и таким образом найти осадку в пределах этого слоя: $z \to \infty$

$$\Upsilon = \frac{2b}{\pi}\left[\ln\left(\sqrt{\eta^2+1}+\eta\right)+\eta\ln\left(\frac{1}{\eta}\left\{\sqrt{\eta^2+1}-1\right\}\right)\right]. \tag{11}$$

Полученные выше выражения дают большую точность, в сравнении с оригинальной методикой, за счет исключения ошибок, получаемых при интегрировании, так как мы оперируем уже аналитическим решением задачи определения осадки. Также они менее трудоемкие, операции проводятся над целыми, а не элементарными слоями у нас не возникает необходимость разбивать слои на подслои. Таким образом, осадка фундамента, расположенного в системе *n* слоев требует *n* итераций и не зависит от их мощности, как это было в методе послойного суммирования.

Громоздкость полученных выражений затрудняет их ручной счет. Тем не менее их форма позволяет выразить их в виде функций-таблиц, что минимизирует вычислительные трудности. Между тем они более пригодны и для компьютерного счета в таких прикладных математических пакетах как Mathcad, Maple и Matlab.

УДК 624.39.239

ВЛИЯНИЕ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНОГО ДЕЙСТВИЯ СЕЙСМОВЗРЫВНЫХ ВОЛН НА ОСНОВАНИЕ ОХРАНЯЕМОГО СООРУЖЕНИЯ

Н. С. РЕМЕЗ, С. А. КРАЙЧУК
Национальный технический университет Украины, г. Киев

Одной из важнейших проблем для действующих горнодобывающих предприятий, размещенных вблизи охраняемых объектов, является определение степени влияния взрывных работ на устойчивость сооружений. Цель работы – исследовать влияние амплитудно-частотных характеристик сейсмовзрывных волн и параметров сооружения на интенсивность ее колебаний.

Для численного моделирования сейсмического действия взрыва на фундамент охраняемого объекта использовался поход, разработанный в работе [1]. Рассматривается движение твердого однородного тела прямоугольной формы, помещенное в неограниченную упругую среду, под действием падающей упругой волны. Начало декартовой системы координат совмещается с центром масс тела, направляющие оси размещены вдоль сторон прямоугольника. Считается, что фронт падающей волны достигает границ тела в момент времени t=0.

При t<0 тело находится в состоянии покоя, а полный вектор перемещения в среде $\mathbf{u}$ с компонентами u и v совпадает с вектором перемещения $\mathbf{u}_+$ в падающей волн

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_+(c(t)t - x\sin e + y\cos e),\ (u_+(t) = 0,\ t \le 0), \tag{1}$$

где e – угол между осью x и фронтом падающей волны, c(t) – скорость распространения падающей волны.

Движение тела описывается смещением центра масс $\mathbf{u}_*$ с компонентами u_* v_* и малым углом поворота α_*

$$m\ddot{\mathbf{u}}_*(t) = \mathbf{R}(t),\ I\ddot{\alpha}_*(t) = \mathbf{M}(t) \tag{2}$$

с нулевыми начальными условиями

$$\mathbf{u}_*(0) = \dot{\mathbf{u}}_*(0) = 0,\ \alpha_*(0) = \dot{\alpha}_*(0) = 0, \tag{3}$$

где m — масса тела единичной толщины, $\boldsymbol{I}$ — момент инерции тела относительно центра масс, $\boldsymbol{R}$ и $\boldsymbol{M}$ — соответственно равнодействующая и момент напряжений, действующих на тело со стороны упру гой среды, и выражаются через нормальное напряжение σ_n на поверхности тела: